





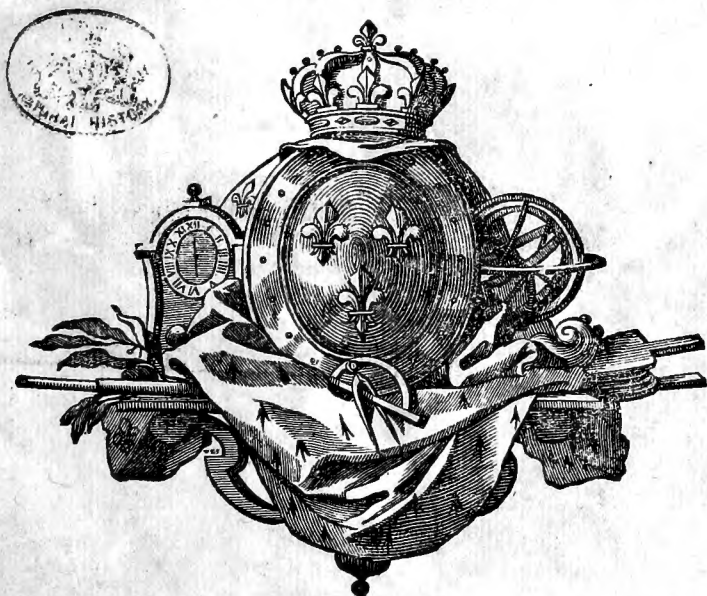


HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE
ROYALE
DES SCIENCES.

ANNÉE M. DCCXIII.

Avec les Mémoires de Mathématique & de Physique,
pour la même Année,

Tirés des Registres de cette Académie.



A PARIS,
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

M. DCCXXXIX.

11370111
DE
L'ACADEMIE
DES SCIENCES
DE PARIS



A PARIS
DE L'IMPRIMERIE
DE LA BIBLIOTHEQUE



T A B L E

P O U R

L' H I S T O I R E.

PHYSIQUE GÉNÉRALE.

<i>SUR le Flux & le Reflux de la Mer.</i>	Page 1
<i>Sur la Hauteur de l'Atmosphère.</i>	6
<i>Sur la Ductilité de quelques Matières.</i>	9
<i>Diverses Observations de Physique générale.</i>	12

A N A T O M I E.

<i>Sur l'Emphysème.</i>	15
<i>Sur des Descentes de Vessie.</i>	18
<i>Sur l'Hydropisie Tympanite.</i>	19
<i>Diverses Observations Anatomiques.</i>	20

C H I M I E.

<i>Sur l'usage du Fer en Médecine.</i>	25
<i>Sur les Teintures des Métaux.</i>	27
<i>Sur plusieurs Eaux Minérales de France.</i>	29
<i>De l'action des Sels sur différentes Matières inflammables.</i>	30
<i>Sur le Quinquina.</i>	33
<i>Sur le Vitriol & le Fer.</i>	35

T A B L E.

<i>Sur des Matieres qui pénètrent les Métaux sans les fonder.</i>	37
<i>Diverses Observations Chimiques.</i>	39

B O T A N I Q U E.

<i>Sur une Plante fausement rapportée au Genre des Lichen.</i>	42
<i>Observation Botanique.</i>	43

G E O M E T R I E.

<i>Sur les Développementés.</i>	44
<i>Sur les Polygones inscrits ou circonscrits au Cercle.</i>	52
<i>Sur les Intersections des Courbes.</i>	55
<i>Sur un Espace circulaire quarrable.</i>	59

A S T R O N O M I E.

<i>Sur la Figure de la Terre.</i>	62
<i>Sur les Taches du Soleil.</i>	66
<i>Observation Astronomique.</i>	67

A C O U S T I Q U E.

<i>Sur les Cordes sonores, & sur une nouvelle détermination du Son fixe.</i>	68
<i>Machines ou Inventions approuvées par l'Académie en 1713.</i>	76
<i>Eloge de M. Blondin.</i>	78





T A B L E

P O U R

L E S M É M O I R E S.

*O*bservations Météorologiques faites à l'Observatoire Royal.
Par M. DE LA HIRE. Page I

*O*bservations sur une espece d'Enflûre appelée Emphyseme.
Par M. LITTRE. 5

*R*éflexions sur de nouvelles Observations du Flax & du Reflux
de la Mer, faites au port de Brest dans l'année 1712. Par
M. CASSINI. 14

*E*xamen de la manière dont le Fer opère sur les liqueurs de
notre Corps, & dont il doit être préparé pour servir utilement
dans la Pratique de la Médecine. Par M. LEMERI le
Fils. 31

*Du Retour de l'Etoile changeante, qui est dans la Constellation
du Cygne.* Par M. MARALDI. 45

*O*bservations des différents degrés de chaleur que l'Esprit de Vin
communiqué à l'Eau par son mélange. Par M. GEOFFROY
le Jeune. 51

Sur la hauteur de l'Atmosphère. Par M. DE LA HIRE. 53

*O*bservation sur une séparation de l'Or d'avec l'Argent par la
fonte. Par M. HOMBERG. 65

BOLETUS RAMOSUS, CORALOIDES FÆTIDUS.
Morille branchuë de figure & de couleur de Corail, & très-
puante. Par M. DE REAUMUR. 69

T A B L E.

<i>De l'Incommensurabilité de Polygones inscrits & circonscrits au Cercle.</i> P. M. SAULMON.	75
<i>De l'action des Sels sur différentes Matières inflammables.</i> Par M. LEMERY le Cadet.	97
<i>Observations sur différentes Maladies.</i> Par M. MERY.	109
<i>Suite des Réflexions qui se trouvent dans le Mémoire du 28 Juin 1712. sur les Développées, & sur les Courbes résultantes du Développement de celles-là.</i> Par M. VARIGNON.	121
<i>Observations sur le Vitriol & sur le Fer.</i> Par M. GEOFFROY l'Aîné.	168
<i>De la Figure de la Terre.</i> Par M. CASSINI.	187
<i>Expériences & Réflexions sur la prodigieuse ductilité de diverses Matières.</i> Par M. DE REAUMUR.	199
<i>Propriétés des Trapezes.</i> Par M. DE LA HIRE.	221
<i>Nouvelle découverte des Fleurs & des Graines d'une Plante rangée par les Botanistes sous le genre du Lichen.</i> Par M. MARCHANT.	229
<i>Sur l'Hydropisie appelée Tympanite.</i> Par M. LITTRE.	235
<i>Remarques sur un Paradoxe des Effectiions Géométriques.</i> Par M. ROLLE.	243
<i>Observation sur une sublimation de Mercure.</i> Par M. HOMBERG.	265
<i>Réflexions sur les Observations des Marées.</i> Par M. CASSINI.	267
<i>Histoire du Café.</i> Par M. DE JUSSIEU.	291
<i>Description d'une Machine portative, propre à soutenir des Verres de très-grands Foyers. Présentée à l'Académie par M. BIANCHINI.</i> Par M. DE REAUMUR.	299

T A B L E.

*Observations sur des Matières qui pénètrent & qui traversent
les Métaux sans les fondre.* Par M. HOMBERG. 306

Histoire d'un Assoupissement extraordinaire. Par M. IMBERT.
313

*Observations de l'Eclipse de Lune qui est arrivée le 2 Décembre
au matin de cette année 1713, à l'Observatoire.* Par M.^{rs} DE
LA HIRE. 318

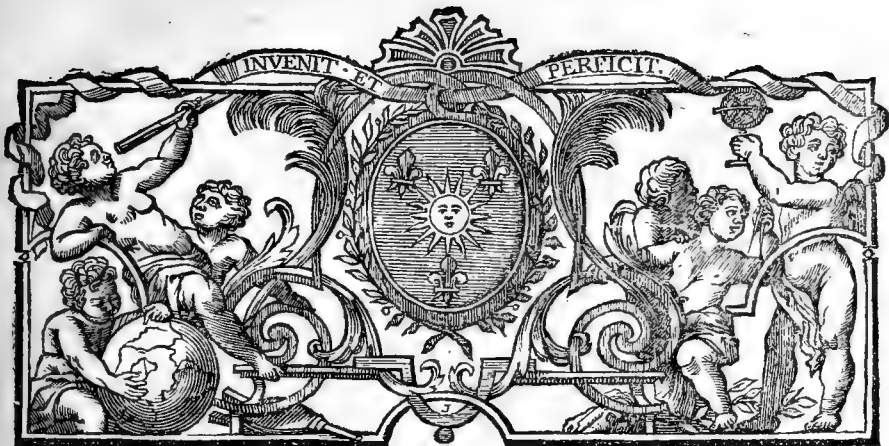
*Observation de l'Eclipse de Lune du 2 Décembre 1713, faite
à l'Observatoire Royal.* Par M.^{rs} MARALDI & CASSINI.
321

*Rapport des Sons des Cordes d'Instruments de Musique aux
Flèches des Cordes ; Et nouvelle détermination des Sons fixes.*
Par M. SAUVEUR. 324

Mémoire sur le mouvement des Intestins dans la passion Iliaque.
Par M. HAGUENOT. 351



HISTOIRE



HISTOIRE

DE

L'ACADEMIE ROYALE

DES SCIENCES.

Année M. DCCXIII.

PHISIQUE GENERALE.

*SUR LE FLUX ET LE REFLUX
DE LA MER.*



Na continué à Brest en 1712 & en 1713, les Observations sur le Flux & le Reflux. Elles ont confirmé les connoissances qu'on avoit déjà acquises*, & en ont produit de nouvelles.

Le mouvement qui fait les Marées est encore plus lié à
Hist. 1713.

V. les M. p. 14. & 267.

* V. l'Hist. de 1710. p. 4. & suiv. & celle de 1712. p. 1. & suiv.

, A

2 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE
la Lune qu'on ne pensoit. Et voici les nouveaux Phénomènes qui le prouvent.

Quand la Lune est dans l'Equateur, les Marées sont plus grandes, ou la Haute Mer plus haute; & cet effet diminué à mesure que la Lune s'éloigne de l'Equateur. On entend assez que tout le reste doit être supposé égal.

M. Cassini, qui de toutes les Observations envoyées à l'Académie tire les conséquences ou plutôt les principes qui en résultent, remarque que la précision sur cet article doit être poussée jusqu'à y faire entrer la latitude de la Lune. La déclinaison d'un Astre est sa distance à l'Equateur, & la latitude sa distance à l'Ecliptique. La Lune peut avoir jusqu'à $5^{\circ} 20'$ de latitude, & la plus grande déclinaison de l'Ecliptique est de $23^{\circ} 30'$; d'où il suit que l'Orbite de la Lune dans sa plus grande déclinaison peut en avoir $5^{\circ} 20'$ de plus ou de moins que l'Ecliptique, & être de cette quantité plus ou moins éloignée de l'Equateur, & les Marées en seront plus ou moins hautes. Par-là il faut juger de tous les degrés moyens, & par conséquent tenir compte de la latitude de la Lune, qui entre dans sa distance à l'équateur.

On pourroit croire que quand la Lune est dans l'Equateur, elle agit par ce grand Cercle sur la surface de la Mer, & par conséquent y cause une plus grande pression, que quand elle est dans tous les autres Cercles parallèles à l'Equateur, qui ne sont que de petits Cercles, & qui vont toujours en diminuant. Cette idée assez vraisemblable peut avoir cependant quelque difficulté. Les Phénomènes du Flux & du Reflux demandent nécessairement que quand la Lune presse un endroit quelconque du Globe terrestre, la pression ou le contre-coup de la pression soit le même dans l'endroit diamétralement opposé. Or si la Lune, en quelque situation qu'elle soit, agit toujours à la fois sur deux endroits du Globe diamétralement opposés, elle agit toujours par un grand Cercle. Malgré cela, il semble toujours qu'elle doit agir différemment lorsqu'elle est dans un grand

Cercle ou dans un petit, & que de ce qu'elle sera dans un petit, & agira par un grand, il doit résulter quelque action moyenne. Mais il ne faut pas prétendre encore à établir un système, & c'est bien assés que de s'assurer des faits.

La Lune a donc moins d'action sur la surface du Globe quand elle est hors de l'Equateur, mais alors il est bien naturel que cette moindre action soit inégalement partagée entre les deux Hémispheres du Globe, l'un Boréal & l'autre Austral, & que si la Lune est, par exemple, dans le Boréal, elle y agisse plus fortement que sur l'autre, ou au contraire. Supposons qu'elle soit dans le premier degré du Cancer, & qu'il s'agisse des Marées de Brest, la Lune fera une plus grande impression sur Brest que sur le lieu qui est sous le même demi-Méridien que Brest, & de l'autre côté de l'Equateur à égale distance: Donc la Marée du même jour & de la même heure sera plus grande à Brest qu'en ce lieu-là, quoique tout soit parfaitement égal de part & d'autre, à cela près que l'un de ces deux lieux est dans l'Hémisphère Boréal, & l'autre dans l'Austral.

Mais comme il faut que la Lune, selon ce que nous venons de dire, agisse également en même temps sur deux endroits du Globe diamétralement opposés, le lieu antipode de Brest a en même temps que Brest une Marée égale, & ce lieu étant dans l'Hémisphère Austral, il y a dans cet Hémisphère deux lieux situés sous le même parallèle & sous le même Méridien, dont l'un antipode de Brest a une Marée égale à celle de Brest, & l'autre une Marée moindre. Et par la même raison, il y a dans l'Hémisphère Boréal un quatrième lieu situé sous le même parallèle que Brest & sous le même Méridien, qui a en même temps que Brest une moindre Marée.

De-là il suit que Brest, & par conséquent tout autre lieu situé hors de l'Equateur, doit avoir en un même jour deux Marées inégales; car le mouvement diurne de la Lune se faisant toujours par des Cercles parallèles à l'Equateur, si

4 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE

Brest est dans un certain temps le lieu où se fait une grande Marée par les raisons qui viennent d'être expliquées, il sera nécessairement 12 heures après le lieu où se fera une moindre Marée.

Il est bien aisé de voir que la grande Marée de Brest arrivera quand la Lune passera par le Méridien de Brest, c'est-à-dire, dans le sujet que nous traitons présentement, par le Méridien d'où dépendent les Marées de Brest, & que la petite Marée arrivera 12 heures après, & que par conséquent si l'une a été celle du matin, l'autre sera celle du soir.

Par le principe général du Flux & du Reflux, les Marées vont en diminuant des Nouvelles ou Pleines Lunes aux Quadratures, & en augmentant des Quadratures aux Nouvelles ou Pleines Lunes. Par conséquent, d'une Nouvelle Lune au premier quartier chaque Marée du matin doit être plus grande que la suivante du soir, & du premier quartier à la Pleine Lune chaque Marée du matin doit être moindre que celle du soir, car il faut que chaque Marée soit plus forte ou plus foible que la suivante selon qu'elles vont à un terme par rapport auquel elles augmentent ou diminuent de force. Par ce principe général les deux Marées d'un même jour sont donc toujours inégales.

Elles le sont aussi par le principe particulier que nous venons d'expliquer, & qui consiste dans la distance de la Lune à l'Equateur. Il est visible que ces deux principes peuvent se combiner différemment, concourir au même effet ou se combattre; & même il paroît par les Observations, que le principe particulier peut l'emporter sur le général, c'est-à-dire, que d'une Nouvelle Lune, par exemple; à la Quadrature, la Marée du matin qui devoit naturellement être plus grande à Brest que celle du soir, sera cependant plus petite, parce que la Lune aura passé à Midi par le Méridien de Brest, & par-là aura rendu plus forte la Marée du soir. Or afin que la distance de la Lune à l'Equateur ait beaucoup d'effet, il faut qu'elle soit considérable;

& c'est pour cela que nous avons supposé la Lune dans le premier degré du Cancer; & afin que la Lune étant Nouvelle ou peu éloignée de la Conjonction, passe à midi par le Méridien de Brest, il faut que son lieu dans le Zodiaque soit le même que celui du Soleil ou peu éloigné, & par conséquent le cas que nous considérons ici doit arriver vers le Solstice d'Été.

Si la Lune étoit Nouvelle & dans le premier degré du Capricorne, ce qui ne peut arriver qu'au Solstice d'Hiver, elle passeroit à Midi par le Méridien de Brest, & la Marée du soir qu'elle y causeroit par ce passage, seroit plus petite que celle qui viendrait 12 heures après, ou le matin suivant, parce que la Lune seroit dans l'Hémisphère Austral. Donc vers le Solstice d'Hiver les Marées du soir dans les Nouvelles Lunes sont plus petites que celles du matin, & alors le principe particulier s'accorde avec le général.

Afin de rendre les idées plus simples & le discours plus concis, nous prenons ici les Nouvelles ou Pleines Lunes & les Quadratures, pour les points fixes des plus grandes ou plus petites Marées; mais il faut entendre, selon qu'il a été dit ailleurs, qu'elles n'arrivent que deux ou trois jours plus tard.

Dé ce qui vient d'être expliqué, on déduira sans peine le cas où la Lune seroit dans l'un ou l'autre Tropicque vers le temps des Equinoxes: on l'a toujours supposée dans un Tropicque, afin que l'effet de ce principe particulier fût plus grand; il est clair qu'il diminuera dans toutes les situations moyennes de la Lune, & enfin sera nul lorsqu'elle sera dans l'Equateur.

Voilà tout ce qu'on a observé jusqu'à présent des rapports du Flux & du Reflux à la Lune, rapports plus exacts; &, pour ainsi dire, plus intimes qu'on ne croyoit. M. Cassini conjecture que les Marées en ont aussi au Soleil. On les trouve par les Observations présentes, plus grandes vers les Equinoxes que vers les Solstices, tout le reste étant égal, & plus grandes quand le Soleil est dans son Périégée, ce qui

arrive présentement vers le Solstice d'Hiver, que quand il est dans son Apogée. Mais peut-être ne faut-il pas se presser de lui donner part dans ces phénomènes, la Lune paroît trop y dominer, & si le Soleil y contribuoit, il faudroit changer tout le système de la pression de la Lune pour trouver quelque espece d'action qui pût être commune aux deux Astres.

SUR LA HAUTEUR DE L'ATMOSPHERE.

V. les M. p.
54.

Sil les condensations des parties d'air différemment élevées avoient un rapport réglé & connu aux différents poids dont elles sont chargées, ou, ce qui est la même chose, aux différentes hauteurs de l'air supérieur, les expériences du Barometre faites au bas & au haut des Montagnes, donneroient sûrement la hauteur de l'Air, ou de l'Atmosphère. Mais tout ce qu'on peut découvrir du rapport des condensations de l'air aux poids, est renfermé dans des observations faites fort près du globe de la Terre, & qui ne tirent guere à conséquence pour l'air pris à des hauteurs beaucoup plus grandes. On a pû voir dans plusieurs des Histoires précédentes combien jusqu'ici toute cette matière est remplie d'incertitude.

M. de la Hire a pris une voye plus simple & plus sûre pour découvrir la hauteur de l'Atmosphère. C'est une idée de Képler, & qui est fort naturelle, mais Képler lui-même l'a abandonnée pour la plus grande partie, & M. de la Hire non-seulement la reprend, mais il la rectifie, & la pousse à sa dernière précision.

Il est établi chés tous les Astronomes que quand le Soleil est à 18 degrés au-dessous de l'horison, on commence ou l'on cesse de voir la première ou la dernière lueur du

Crépuscule. Le rayon par lequel on la voit, ne peut être qu'une ligne horizontale, Tangente de la Terre au point où est l'Observateur. Ce rayon ne peut pas venir directement du Soleil, qui est sous l'horison, c'est donc un rayon réfléchi à notre œil par la dernière surface intérieure & concave de l'Atmosphère. Il faut imaginer que du Soleil qui est à 18° sous l'horison part un rayon Tangent de la Terre qui va frapper cette dernière surface de l'Atmosphère, & de-là se réfléchit vers notre œil, étant encore Tangent de la Terre ou horizontal. S'il n'y avoit point d'Atmosphère il n'y auroit point de Crépuscule, & par conséquent si l'Atmosphère étoit moins élevée qu'elle n'est, le Crépuscule commenceroit plus tard ou finiroit plutôt, ou, ce qui est la même chose, il commenceroit ou finiroit quand le Soleil seroit plus proche de l'horison que de 18° & au contraire. On voit donc que la grandeur de l'arc dont le Soleil est abaissé quand le Crépuscule commence ou finit, détermine la hauteur de l'Atmosphère.

Cet arc, quoique posé de 18° , doit être pris un peu moindre. La réfraction élève tous les Astres de $32'$, & par conséquent le rayon direct qui étant réfléchi a fait le Crépuscule, a été élevé de $32'$, & a touché un arc du Globe Terrestre, qui depuis ce point d'attouchement jusqu'au point où est l'Observateur a ces $32'$ de moins que 18° , ou n'est que de $17^{\circ} 28'$. De plus les premiers rayons qui font voir le Crépuscule, partent du bord supérieur du Soleil, & ce bord est éloigné de $16'$ du centre que l'on suppose à 18° sous l'horison. L'arc qui déterminera la hauteur de l'Atmosphère n'est donc plus que de $17^{\circ} 12'$.

Les deux rayons, l'un direct & l'autre réfléchi, qui touchent tous deux la Terre, concourent nécessairement dans l'Atmosphère au point de réflexion, & comprennent entre eux un arc de $17^{\circ} 12'$, dont ils sont Tangents. De-là il suit par la nature du Cercle, qu'une ligne tirée du centre de la Terre, & qui coupera cet arc en deux, ira au point de concours de ces deux rayons, & comme il est très-aisé

de trouver l'excès de cette ligne sur le demi-diametre de la Terre qui est connu, il est très-aisé d'avoir dans l'hipothese présente la hauteur de l'Atmosphere qui n'est que cet excès. M. de la Hire trouve qu'il est de 37223 Toises, ou de près de 17 lieuës, en prenant 2200 Toises pour une lieuë. C'est cette méthode dont Képler s'est servi, mais comme elle lui donnoit la hauteur de l'Atmosphere 20 fois plus grande qu'il ne le croyoit d'ailleurs, il a employé divers moyens, mais peu heureux, pour la diminuer.

J'ai dit que 17 lieuës seroient la hauteur de l'Atmosphere *dans l'hipothese présente*. Cette hipothese est que les deux rayons, le direct & le réfléchi soient deux lignes droites, mais elle n'est pas vraie, ce sont deux Courbes formées par la réfraction perpétuelle que cause à un rayon la densité de l'Atmosphere toujours inégale & toujours décroissante depuis la surface de la Terre. C'est ce qui a été expliqué plus au long d'après M. de la Hire dans l'Histoire de

* p. 54. & suiv. 1702 *. Les deux rayons qui étoient des lignes droites, se changent donc en deux Courbes égales & semblables, ou plutôt en une seule Courbe qui à son origine & sa fin touche la Terre, & dont le sommet également éloigné de ces deux extrémités, détermine la plus grande élévation de l'Atmosphere. Cette Courbe est concave vers la Terre, & les deux rayons qu'en avoit conçûs d'abord, n'en sont plus que deux Tangentes, l'un à son origine, l'autre à sa fin. Par conséquent leur point de concours est plus élevé que le sommet de la Courbe ou que l'Atmosphere. Il est visible que ce point de concours & le sommet de la Courbe sont sur la même ligne, qui, tirée du centre de la Terre, coupe en deux l'arc de $17^{\circ} 12'$.

Pour trouver la juste hauteur de l'Atmosphere, ou à peu-près, M. de la Hire mène par le point où est l'Observateur, une ligne droite qui fait en dessous avec la ligne horizontale ou avec la Tangente de la Courbe à son extrémité, un angle de $32'$, qui est l'angle de la réfraction. Cette droite est donc au dedans de la Courbe, & le point où elle

elle rencontre la ligne tirée du centre de la Terre est moins élevé que le sommet de la Courbe. Son élévation au-dessus de la Terre, ou son excès sur un demi-diamètre de la Terre, qu'il est aisé de calculer, est de 32501 Toises. Donc le sommet de la Courbe ou la hauteur de l'Atmosphère est entre 37223. & 32501, & en prenant le milieu on a 35362 Toises, ou un peu plus de 16 lieues, hauteur de l'Atmosphère.

De-là M. de la Hire prend occasion de déterminer la figure du Crépuscule, quand il est un peu élevé sur l'horizon par un temps serein & froid, car il y faut ces deux conditions; l'une, afin que la figure puisse être bien aperçue; l'autre, afin qu'elle ne soit pas altérée par les vapeurs de la Terre. Képler n'a pas eu grand tort de croire que l'arc du Crépuscule étoit circulaire, & que tout l'espace éclairé étoit un segment de cercle, mais M. de la Hire pousse la chose à une plus grande précision, & prouve que l'arc du Crépuscule est hyperbolique, quoiqu'un peu défiguré par les réfractions. La différence entre les deux sentiments est légère, mais il n'est pas permis de mépriser ces légères différences, quand elles peuvent conduire à une plus grande exactitude.

SUR LA DUCTILITE' DE QUELQUES MATIERES.

LA divisibilité de la matière à l'infini, quoique dé- V. les M.
montrée, effraye toujours l'imagination, & pour en P. 201.
diminuer le prodige, plusieurs Philosophes ont fait voir des divisions étonnantes actuellement faites, & qui, quoique finies, sont déjà presque inconcevables. Il n'est pas à supposer que la divisibilité s'arrête où s'arrêtent quelques divisions qui viennent à notre connoissance; mais il se trouve que ces Philosophes, loin d'exagérer & de surfaire,
Hist. 1713. B

sont demeurés beaucoup au-dessous du vrai, & M. de Reaumur en donne pour preuve l'examen qu'il a fait de quelques matieres *ductiles*, c'est-à-dire, qui peuvent s'étendre & se tirer beaucoup en long.

On sçait qu'un fil d'Or n'est qu'un fil d'Argent doré. Il faut donc étendre par le moyen de la filière un cylindre d'Argent couvert de feuilles d'Or, & ce cylindre devient fil, & fil toujours doré à quelque longueur qu'il puisse parvenir. On le prend ordinairement de 45 marcs, & il a 15 lignes de diametre, & à peu-près 22 pouces de hauteur. M. de Reaumur prouve que ce cylindre d'argent de 22 pouces, vient par la filière à en avoir 13963240 ou 1163520 pieds, c'est-à-dire, qu'il est devenu 634692 fois plus long qu'il n'étoit, & qu'il a près de 97 lieuës de longueur, en mettant 2000 toises à la lieuë. Ce fil se file sur de la soye, & avant que de l'y filer, on le rend plat de cylindrique qu'il étoit, & en l'applatissant on l'allonge ordinairement encore de $\frac{1}{2}$ au moins, de sorte que sa longueur de 22 pouces se change en une de 111 lieuës. Mais on peut aller jusqu'à allonger ce fil de $\frac{1}{4}$ par l'applatissement, au lieu de ne l'allonger que de $\frac{1}{2}$, & par conséquent il aura 120 lieuës. Cela doit paroître une prodigieuse extension, & ce n'est encore rien.

Le Cylindre d'argent de 45 marcs, & de 22 pouces de long, a pû n'être couvert que d'une once de feuilles d'Or. Il est vrai que la dorure sera legere, mais elle sera toujours dorure, & quand le cylindre passera par la filière, & acquerra la longueur de 120 lieuës, l'Or n'abandonnera jamais l'Argent. On peut voir déjà par-là combien l'once d'Or qui enveloppoit le cylindre d'Argent de 45 marcs, a dû devenir étrangement mince pour suivre toujours l'Argent pendant un chemin d'une pareille longueur. M. de Reaumur ajoute encore à cette considération, que l'on voit sensiblement que l'Argent est une fois plus doré en certains endroits qu'en d'autres; & il trouve enfin par le calcul, que dans ceux où il l'est le moins, il faut que

l'épaisseur de l'Or ne soit que de $\frac{1}{1050000}$ de ligne, petitesse si énorme, qu'elle échappe autant à notre imagination, que celle des Infiniment petits de la Géométrie. Cependant elle est réelle, & produite par des Instruments mécaniques, qui ne peuvent être si fins qu'ils ne soient encore fort grossiers.

M. de Reaumur met au rang des corps ductiles le moins ductile de tous en apparence, & le plus cassant, c'est le Verre. Il décrit par quel art on en forme des fils d'une grande finesse, & par quelle industrie il est allé lui-même encore beaucoup plus loin, & jusqu'au point que ces fils de verre étoient presque aussi déliés que ceux de la soie des Araignées. Plus ils deviennent fins, plus ils sont flexibles, & sur ce fondement M. de Reaumur avance ce paradoxe, que l'on feroit des tissus & des étoffes de Verre, si l'on avoit des moyens faciles & commodes de l'étendre & de l'allonger suffisamment. On voit par-là qu'il en est de la flexibilité comme de la transparence. Quand les corps sont extrêmement minces, les plus cassants deviennent flexibles; comme les plus opaques deviennent transparents.

De-là M. de Reaumur passe à une autre matiere ductile; c'est celle dont les Araignées forment la soie qui enveloppe leurs Œufs. Il l'a découverte dans sa source par une dissection assez délicate de l'insecte. Quand cette matiere est sèche, elle ressemble à une gomme, & est cassante. Elle l'est plus que celle de la soie des Vers. Elle ne peut donc, ainsi que le Verre, devenir flexible & se filer qu'après avoir été extrêmement divisée. Aussi l'est-elle à un point étonnant. Elle sort de l'anus de l'Araignée en plus de 6000 fils à la fois bien séparés les uns des autres. Il y a six ouvertures dont chacune donne passage à 1000 fils, & n'est pas plus grande qu'une teste d'Epingle.

Cette merveille se voit dans une grosse Araignée qui fait ses Œufs. Mais que sera-ce des petites Araignées qui sortent de ces Œufs, qui naissent 7 ou 800 à la fois, & qui toutes, dès qu'elles sont nées, filent des toiles? Il sort

Y2 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE

donc de l'anus de chacune plus de 6000 fils bien distincts; & de quelle finesse sont ces fils? de quelle petitesse sont les filières? On en peut juger par la proportion qui doit être entre le corps de la grande Araignée, & celui de 7 ou 800 Araignées qui en naissent toutes ensemble. Si on en faisoit le calcul, même en mettant tout au plus bas pied, on tomberoit dans des abyssmes de petitesse, & l'on auroit tort de penser que ce fussent encore là les derniers.

DIVERSES OBSERVATIONS DE PHISIQUE GENERALE.

I.

MR. Deslandes étant en Angleterre fit sur le Charbon de terre qu'on y brûle deux expériences qu'il croit qui ont échappé aux Anglois.

1. Ayant pilé du Charbon, il en mit environ une demi-once dans un verre d'eau, qui devint toute noire. Il laissa le verre exposé à l'air toute la nuit sur la fenestre, c'étoit en hiver, & le lendemain il trouva que l'eau qui s'étoit gelée, étoit d'une couleur rougeâtre. Il falloit pour donner cette couleur à l'eau, que la gelée eût développé les soufres du Charbon, quoique cette action ne paroisse guere lui convenir.

2. De la cendre de ce Charbon infusée dans de l'eau-de-vie, & meslée avec de la limaille de fer, fait une teinture noire, qui s'éclaircit à mesure qu'elle s'échauffe. Lorsqu'elle commence à bouillir, elle prend une couleur plus douce que le gris-de-fer ordinaire. M. Deslandes donna à de la Laine crüe cette agréable teinture, & aucun Ouvrier ne la put imiter.

I I.

M. Sarrafin, Medecin du Roy en Canada & Correspondant de l'Academie, dont on a vû une Histoire du

Castor dans les Memoires de 1704*, très-exacte & très-curieuse, en a envoyé une pareille du Carcaïou, que nous donnons ici en abrégé. * p. 48 & suiv.

Le Carcaïou est un Animal carnacier de l'Amerique Septentrionale, & qui en habite les cantons les plus froids. Il pèse ordinairement depuis 25 jusqu'à 35 livres. Il a environ 2 pieds depuis le bout du museau jusqu'à la queue, qui peut avoir 8 pouces de long. Il a la teste fort courte & fort grosse à proportion du reste de son corps, les yeux très-petits, les mâchoires très-fortes, & garnies de 32 dents bien tranchantes. Quoique petit, il est très-fort & très-furieux, & quoique carnacier, il est si lent & si pesant qu'il se traîne sur la neige plutôt qu'il n'y marche.

Il ne peut attrapper en marchant que le Castor qui est aussi lent que lui, & il faut que ce soit en été où le Castor est hors de sa cabane. Mais en hiver il ne peut que briser & démolir la cabane, & y surprendre le Castor, ce qui ne lui réussit que très-rarement, parce que le Castor a sa retraite assurée sous la glace. Cependant comme le Castor en hiver même sort pour aller chercher dans le bois des provisions fraîches qu'il aime mieux que les vieilles, le Carcaïou l'y peut attaquer.

La chasse qui lui rend le plus, est celle de l'Orignac & du Caribou. L'Orignac choisit en hiver un canton où croît abondamment l'*Anagyris fetida*, ou Bois puant, parce qu'il s'en nourrit, & quand la terre est couverte de 5 ou 6 pieds de neige, il se fait dans ces cantons des chemins qu'il n'abandonne point, à moins qu'il ne soit poursuivi par les Chasseurs. Le Carcaïou ayant observé la route de l'Orignac grimpe sur un Arbre auprès duquel il doit passer, & de-là s'élance sur lui & lui coupe la gorge en un moment. En vain l'Orignac se couche par terre, ou se frotte contre des arbres, rien ne fait lâcher prise au Carcaïou, & des Chasseurs ont trouvé quelquefois des morceaux de sa peau larges comme la main, qui étoient demeurés à l'arbre contre lequel l'Orignac s'étoit frotté.

14 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE

Le Caribou est une espece de Cerf. Il est très-léger, & court sur la neige presque aussi viste que sur la terre, parce que ses ongles qui sont fort larges, & garnies d'un poil rude dans leurs intervalles, l'empêchent d'enfoncer & lui tiennent lieu des Raquettes des Sauvages. Lorsqu'il habite le fort des bois, il s'y fait des routes en hiver comme l'Orignac, & y est attaqué de même par le Carcaiou. Mais quand il est dans les endroits clairs où il n'a pas besoin de se faire des routes, & où il va de tous côtés indifféremment, le Carcaiou qui pourroit l'attendre trop long-temps sans fruit, n'a pas coutume d'y perdre son temps, & il ne donne guere la Chasse au Caribou que dans les endroits épais, tant son ardeur pour sa proye est ingénieuse.

I I I.

Comme le P. Feüillée Minime, correspondant de l'Académie, lui lisoit la Relation d'un voyage qu'il venoit de faire dans l'Amerique Méridionale, & qu'il parloit des Observations qu'il avoit faites avec l'Aréometre, de la pesanteur de l'Eau de la Mer en différents lieux, on lui objecta que dans un Climat plus chaud le Verre de l'Aréometre devoit se dilater, par consequent occuper plus de place dans l'eau qu'on pesoit, & la faire paroître moins pesante qu'elle n'étoit réellement. Mais M. Cassini répondit que l'eau elle-même étoit aussi plus dilatée par le chaud, & pesoit aussi réellement moins.

V. les M. p. 1. **N**ous renvoyons entièrement aux Memoires
Le Journal des Observations de M. de la Hire
pendant 1712.

V. les M. p. Et l'Histoire d'un Sommeil extraordinaire par M. Imbert,
313.





ANATOMIE.

SUR L'EMPHYSEME.

CE doit être un spectacle assés étonnant qu'un Homme gonflé d'air par toute l'habitude extérieure du corps, & cela jusqu'à 11 pouces d'épaisseur dans les endroits les plus enflés. Cet air est renfermé sous la peau, & remplit principalement les Cellules de la Graisse. Peut-être un Phisicien, même habile, auroit-il peine à deviner comment un si étrange accident est possible. V. les M. p. 41

Lorsqu'un homme a été blessé à la poitrine, il y entre de l'air par la playe, & si, parce qu'elle sera étroite, ou que les chairs se rapprocheront d'elles-mêmes, ou par quelque autre cause que ce soit, cet air ne peut ressortir aussitost, ou ressortir dans la même quantité qu'il est entré, voilà de l'air étranger engagé dans la capacité de la poitrine. A chaque inspiration le Poulmon doit remplir cette capacité en se gonflant de l'air qu'il reçoit naturellement, mais alors il ne peut se gonfler sans presser l'air étranger, & par consequent il l'oblige à se glisser entre les interstices des fibres des chairs, & peut-être à entrer dans les petites bouches des plus petites veines ou des vaisseaux lymphatiques. Mais une force encore plus grande l'y oblige dans le moment contraire à celui de l'inspiration, & qui le suit, c'est-à-dire, dans l'expiration. Alors la Poitrine en se resserrant, comprime plus l'air étranger que n'avoit fait le Poulmon en se dilatant, & les deux moments ou les deux actions opposées conspirent au même effet. Cet air ainsi poussé continuellement, doit suivre toujours à peu près les mêmes routes, parce

que celles qu'il s'est ouvertes d'abord deviennent toujours plus aisées, & par conséquent il doit s'amasser dans un certain endroit. Ce sera dans les Cellules de la Graisse plutôt qu'ailleurs, parce qu'elles ont des membranes plus minces, & qui s'étendent plus facilement; & comme l'air est parti de dedans la capacité de la poitrine, ce sera dans la graisse qui couvre la poitrine & qui est sous la peau que se fera l'amas d'air étranger. Cette enflure s'appelle Emphysème.

Il est manifeste que l'Emphysème que nous venons de décrire ne peut pas être considérable, puisqu'il n'est formé que de l'air entré dans la poitrine par la playe, & que cet air ne peut avoir été en grande quantité, avant que la playe soit refermée.

Si le coup avoit pénétré jusqu'à la substance du Poulmon, alors outre l'air qui seroit entré par la playe dans la capacité de la poitrine, il y en auroit encore une certaine partie de celui qui seroit entré naturellement par la respiration, car tout ce qui auroit dû être renfermé dans les Bronches ou dans les Vésicules ouvertes ou déchirées par la playe du Poulmon, ne peut plus que s'échapper dans la cavité de la poitrine, & cet air devenu étranger comme l'autre, est pressé de même par les dilatations du Poulmon & les contractions de la Poitrine, & obligé à s'insinuer dans les chairs. Comme cet air venu par la respiration se renouvelle à chaque moment, la quantité en augmente tant que la playe du Poulmon dure, & de-là vient qu'un Emphysème formé par une playe qui pénètre jusqu'à la substance du Poulmon, peut être sans comparaison plus considérable que celui que causeroit une playe qui ne feroit qu'ouvrir la capacité de la poitrine.

L'Emphysème causé par la playe du Poulmon peut aller jusqu'à occuper toute l'habitude du corps, ainsi que l'a vu M. Littre, à qui l'on doit & cette observation, & les réflexions. L'air étranger toujours poussé peut, comme il a été dit, entrer dans les veines & dans les routes de la circulation,

circulation, & par conséquent se répandre par toute l'habitude du corps. Dans le sujet que M. Littre a vû, il n'y avoit que le haut de la teste, le dedans des mains, & la plante des pieds qui en fussent exempts, sans doute parce qu'en ces endroits il y a moins de graisse, que les chairs y sont plus dures, & les membranes plus fermes & plus difficiles à écarter. On voit assés qu'un grand Emphysème doit être rare, il dépend du concours de plusieurs circonstances. Nous n'en avons rapporté que les principales, il est aisé d'imaginer les autres qui sont nécessaires pour la perfection de ce malheureux accident.

M. Méry * a fait aussi l'Histoire d'un Emphysème qu'il avoit vû, semblable à celui dont on vient de parler. Il étoit général, parce que la membrane qui enveloppe le Poumon étoit un peu déchirée, & que par-là il s'échappoit une partie de l'air reçu par la respiration. Seulement l'Emphysème avoit épargné la plante des pieds, & la paume des mains.

* V. les M.
P. 110.

Il y a sous la peau une Membrane Vésiculaire dont les cellules sont affaissées dans l'état naturel. C'est dans ces cellules que M. Méry prétend que s'insinüe peu à peu & successivement l'air de l'Emphysème, & cela sans violence & sans douleur, parce qu'elles sont naturellement ouvertes, & disposées à s'étendre jusqu'à un certain point. Si l'emphysème alloit plus loin, il deviendrait douloureux, mais d'ordinaire celui qui est blessé au Poumon meurt avant cela. De l'idée de M. Méry il suit que les cellules de la membrane vésiculaire communiquent toutes ensemble. C'est ainsi qu'est disposée une Membrane particulière étendue sous toute la peau du Pelican, que M. Méry a autrefois découverte. Elle est pleine d'une infinité de cellules qui se communiquent, & qui reçoivent de l'air, de sorte qu'elle est une espece de Poumon universel de l'Animal, ou que, si l'on veut, l'Animal a un emphysème naturel.

SUR DES DESCENTES DE VESSIE.

V. les M. **U**NE Descente d'Intestin dans le Scrotum est une ma-
 p. 110. ladie fort commune, mais une Descente de Vessie est
 si rare, que M. Méry ne connoît aucun Auteur qui en ait
 parlé. Il en a fait cependant jusqu'à trois Observations, &
 c'est une espece de bonheur singulier pour un Anatomiste
 curieux.

La Vessie peut donc se trouver renfermée en partie dans
 le Scrotum, & y former une tumeur assés semblable à une
 Hernie ordinaire d'Intestin, mais M. Méry ne croit pas
 pour cela que la Vessie soit tombée dans le Scrotum, parce
 qu'elle se fera relâchée comme un intestin. L'urine qui la
 remplit, la rend trop grosse pour passer par les Anneaux par
 où un Intestin passe, & de plus elle est de tous côtés trop
 fortement attachée pour pouvoir tomber. Ce n'est donc pas,
 selon M. Méry, un simple accident, mais un vice de la pre-
 miere conformation, qui fait que la Vessie vient à s'engager
 dans le Scrotum. Et comme cette conformation est extraor-
 dinaire, aussi la maladie l'est-elle.

Ce qu'il y a de plus important, c'est d'être averti qu'elle
 est possible, non qu'elle puisse être guerie, mais parce qu'il
 seroit dangereux de la prendre pour une Hernie d'Intestin,
 & que l'on trouvera plus aisément les soulagemens qui y
 conviennent.

Les trois Observations de cette Hernie de Vessie, & celle
 du 2^d Emphysème de l'art. précédent, sont du nombre de
 six Observations de M. Méry sur différentes maladies singu-
 lieres, dont nous renvoyons entierement les deux dernières

* p. 110. aux Memoires. *

SUR L'HYDROPSIE TYMPANITE.

LA seule connoissance des différentes especes de maladies seroit bien vaste. Nous avons encore après une si longue experience, beaucoup d'ennemis inconnus. L'Hydropisie *Ascite* ou d'eau est assez commune, mais la *Tympanite* ou d'air est plus rare, & les Medecins ne conviennent entre eux ni de la cause qui la produit, ni du siége où elle reside particulièrement. M. Littre croit avoir en main un assez grand nombre d'Observations pour établir enfin le vrai système de cette maladie.

V. les M.

P. 235.

L'air n'entre pas seulement dans notre corps par la Trachée, il y entre encore par l'Oesophage, mêlé avec tous les alimens que nous prenons. Comme ils fermentent ensuite dans l'estomac & dans les intestins, l'air se dégage d'avec ces matieres, & quand elles ne remplissent plus les cavités de ces visceres, ou les remplissent moins, cet air dégagé y demeure, les remplit & les tient dans une extension convenable: car si elles étoient entièrement vuides & de matieres grossieres & d'air, le ressort naturel de leurs fibres qui ne demandent qu'à se contracter, & leur propre pesanteur les affaîsseroient. L'air enfermé dans l'Estomac & dans les Intestins agit donc contre eux pour tenir leurs cavités en état, & il agit par son ressort qui s'est étendu lorsqu'il n'a plus été embarrassé entre les alimens, & qui de plus est augmenté par la chaleur du corps. Ainsi il y a équilibre entre la force de l'air pour étendre l'Estomac & les Intestins, & celle de ces visceres pour se resserrer.

Si l'équilibre se rompt, parce que la force des fibres de ces visceres irritées, si l'on veut, par quelque humeur, sera devenuë superieure à celle de l'air, il faut que l'air en soit chassé, puisqu'il est necessaire alors que les visceres se resserrent, & de-là les deux especes de vents qui sortent du corps. L'équilibre peut se rompre aussi, parce que la

force de l'air sera devenuë supérieure à celle des fibres, & c'est ce qui arrive lorsqu'après une longue maladie le sang appauvri d'esprits n'en fournit plus à ces fibres pour entretenir leur ressort ordinaire. Alors l'air s'étend en liberté & augmente à son gré, pour ainsi dire, les cavités qui le renferment. Et comme par la voye des aliments il arrive toujours de nouvel air qui se joint à l'ancien, & que d'ailleurs le ressort des fibres une fois forcé jusqu'à un certain point, ne se rétablit plus, & résiste toujours de moins en moins, l'enflûre d'air peut devenir très-considérable, & même prodigieuse. M. Litre a vû quelquefois des intestins gros comme la cuisse d'un homme.

Il seroit inutile de tirer de tout ceci des conséquences, que, par exemple, le ventre des malades étant frappé doit resonner comme un Tambour, ce qui a fait donner à cette Hydropisie le nom de Tympanite, que celui des morts doit resonner comme celui des malades, que l'on ne doit trouver de l'air que dans l'estomac & dans les intestins, que l'on en doit trouver les membranes très-minces & sans ressort, que la ponction ne serviroit de rien, puisqu'on ne la feroit qu'au ventre, &c. car ces conséquences ne seroient elles-mêmes que les faits sur lesquels le système de M. Litre a été fondé.

DIVERSES OBSERVATIONS ANATOMIQUES.

I.

UNE femme grosse de 3. mois & demi ayant eu une forte envie d'acheter à la Boucherie un Rognon de Bœuf, & ne le pouvant avoir, porta dans le moment sa main droite sur son front, en avançant ses doigts jusques sur le milieu du sommet de la tête. Elle accoucha à 9. mois d'un garçon bien nourri & bien conformé, à la tête près. Les

différents Os qui en font la charpente, n'étoient ni dans la situation, ni de la grandeur, ni de la figure ordinaire, & sur le haut de cette tête mal construite étoit un creux rempli par une tumeur qui ressembloit parfaitement & par sa figure & par sa couleur à un Rognon de Bœuf. L'Enfant vécut 6. heures, mais comme stupide, & n'ayant que des mouvements fort foibles. M. Roüaut l'ouvrit, il ne lui trouva ni cerveau ni cervelet, & la moëlle de l'Epine ne commençoit qu'à la 3.^{me} vertebre du cou; de-là la foiblesse des mouvements & la prompte mort. Pour donner une idée generale de la conformation irreguliere de la tête, il suffit de rapporter la cause que M. Roüaut en a imaginée. Il croit que la violente passion qu'eut la mere, quoique le sujet n'en fût gueres digne, causa dans son cerveau une si grande agitation d'esprits, & par contre-coup dans celui du fœtus, que ce petit cerveau de 3. mois & demi qui n'avoit presque encore aucune consistance, perdit absolument le peu qu'il en avoit, & fut entierement fondu. Par-là il devint incapable de soutenir ni les Meninges, ni l'assemblage des différents Os du Crâne, qui n'avoient encore eux-mêmes gueres de solidité. Tout le bâtiment fondit donc, & les pieces s'en trouverent disposées au hazard.

I I.

Ce qui a été dit dans l'Histoire de 1712. * de certains petits os pointus trouvés entre la Dure & la Pie mère, est confirmé par une observation de M. Littré. En ouvrant la tête d'un jeune homme de 19. ans, mort en 4. heures d'une blessure qu'il s'y étoit faite par une chute, il trouva deux petits corps osseux situés à un pouce l'un de l'autre au côté droit du sinus longitudinal supérieur entre quelques plans de fibres de la Dure-mère. Ils étoient à peu-près ronds, de 4. à 5. lignes de diametre, hérissés de diverses pointes peu distantes les unes des autres, longues d'environ une ligne, & très-fines à leur extrémité. Elles perçoient presque toute la partie inférieure de la Dure-mère, & passaient d'un tiers de ligne au-delà. A cette vûe M. Littré

* p. 27. & suiv.

ne douta pas que le mort n'eût eû depuis un temps des maux de tête qui alloient en augmentant, & cela se trouva vrai. Ils eussent été absolument incurables, & eussent bien pû devenir accidents épileptiques. M. Littre rapporte la formation de ces corps osseux à quelque liqueur visqueuse, qui se sera épanchée de la Dure-mère & épaissie peu à peu.

I I I.

L'effort par lequel le Cœur, en se contractant, pousse le sang dans les Arteres, ne suffiroit pas pour le faire aller jusqu'aux extrémités de ces vaisseaux si longs, si étroits dans la plus grande partie de leur étendue, & si tortueux, il faut encore qu'après que le cœur s'est contracté, les Arteres elles-mêmes se contractent, & achevent de pousser le sang. Mais il est visible que par cette action elles le renvoient autant vers le cœur, qu'elles le poussent vers leurs extrémités, ce qui est pourtant la seule direction qu'il doit avoir. C'est afin qu'il n'en ait point d'autre que la Nature a mis du côté du cœur un obstacle qui l'empêche de refluer. Cet obstacle, ce sont les Valvules placées à l'endroit où les Troncs des Arteres partent du cœur. A la naissance de l'Aorte il y a trois Valvules nommées *Sigmoïdes* faites comme de petits Capuchons, & disposées de maniere que quand le sang sort du cœur, il les applatit, & que s'il se presentoit pour y rentrer, il les rempliroit & les gonfleroit, ce qui fait qu'elles ne s'opposent point à sa sortie, mais seulement à son retour. La figure circulaire qu'elles ont, quand elles s'enflent, ne permet pas qu'elles ferment exactement l'entrée du cœur, mais leur nombre fait qu'elles la ferment suffisamment, qu'elles empêchent un reflux considerable & nuisible à la circulation.

M. Littre a cru que dans une femme qu'il a ouverte, le défaut d'une des Valvules Sigmoïdes a été la cause d'une mort presque subite, plutôt qu'une Hydropisie assez legere. Cette Valvule s'étoit colée contre le Tronc de l'Aorte, & par-là ne pouvoit plus recevoir de sang, ni faire sa fonction. Au-dessus de cette Valvule étoit un ulcere superficiel.

Le ventricule gauche du cœur fut inondé par la quantité de sang qui refluoit, & hors d'état d'exercer ses mouvemens.

CETTE année M. Anel Docteur en Chirurgie, ci-devant Chirurgien-Major dans les Armées du Roy, & maintenant Chirurgien de Madame Royale, mere du Roy de Sicile, dédia à l'Academie un Ecrit imprimé sur la Fistule Lacrymale, & sur une nouvelle maniere de la guerir, qu'il avoit inventée.

Une humeur qui arrose continuellement les yeux, & qui est apparemment necessaire pour entretenir la netteté & la transparence de la cornée, a sa décharge par deux ouvertures très-petites & presque imperceptibles, pratiquées vers le grand angle de l'œil. Elles s'appellent *Points lacrymaux*. Ce sont deux orifices du *sac lacrymal*, conduit assés large par rapport à l'extrême petitesse de ces deux ouvertures. Il en a une troisième, fort petite aussi, qui penetre dans la cavité du nez, & y porte la liqueur qui a été reçue dans le sac lacrymal. Ce sac formé d'une membrane glanduleuse, peut aussi filtrer une liqueur qui se joigne à celle que l'œil a fournie. Si une joie ou une tristesse extraordinaires rendent plus abondante la liqueur de l'œil, ou resserrent les deux petites ouvertures par où elle doit sortir, elle reflue dans l'œil, s'y amasse, & forme les larmes. Si l'orifice qui s'ouvre dans le nez vient à se boucher, toute la liqueur s'amasse dans le sac lacrymal, le dilate par sa trop grande quantité, l'ulcere parce qu'elle se corrompt en séjournant, & peut enfin ronger & carier l'os où le sac est renfermé. L'excès de cette liqueur corrompue fait qu'elle reflue dans l'œil par les Points lacrymaux, & c'est-là ce qu'on appelle une *Fistule lacrymale*.

Jusqu'ici on n'y connoissoit que des remedes cruels; comme le fer & le feu, & sujets à de facheuses suites. Mais M. Anel a imaginé une maniere de guerir sûrement

& avec toute la douceur possible, toute Fistule lacrymale, qui n'aura point encore carié l'os. Il faut d'abord reconnoître si elle ne l'a point carié, & en quel état est le sac lacrymal. Pour cela il a pensé qu'on pourroit faire une Sonde si délicate qu'elle s'introduiroit dans l'un ou l'autre des Points lacrymaux, où à peine une soye de Sanglier peut entrer. La difficulté seroit moindre si on pouvoit donner une pointe très-fine à cette sonde, mais elle piqueroit & déchireroit, & il faut au contraire qu'elle porte un petit bouton de figure d'Olive & fort poli, plus gros que toute la tige de la sonde, & qui doit cependant entrer par le Point lacrymal. M. Anel porte ce même bouton à l'orifice que le sac lacrymal a dans le nés, & en le poussant contre les matieres qui font l'obstruction, il les chasse de cet orifice, le débouche, & par-là enleve la cause du mal. Après cela il ne faut plus que remédier par des injections de liqueurs à la dilatation excessive du sac lacrymal, ou aux ulcères qui s'y seront formés, & ces injections, qui ne se peuvent faire que par les Points lacrymaux, demandent des tuïaux d'une finesse extrême, & encore plus étonnans que les sondes qui ne sont pas creuses. L'extrémité la plus fine des Tuïaux doit être d'or, & M. Anel a eu de la peine à trouver des Ouvriers qui les exécutassent. Il a fait quantité d'operations heureuses, & quelques-unes très-brillantes par le rang des personnes qu'il a guéries. Les Inventeurs, & sur-tout les Inventeurs utiles sont rares, & ils ne peuvent être trop chers au public.





CHIMIE.

SUR L'USAGE DU FER EN MEDECINE.

ON seroit trop heureux, si tout ce qu'il y a de curieux dans la Chimie avoit des applications utiles dans la Médecine. Le Fer que M. Lémery le fils a beaucoup étudié, ainsi qu'on l'a pû voir dans les Histoires précédentes, a toujours été un grand remede pour plusieurs maladies, sur-tout pour celles qui viennent d'obstruction, ou de la difficulté de la circulation, comme les Passes-couleurs; mais les recherches de M. Lémery, qui pouvoient n'être d'abord que de simple curiosité, découvrent & pourquoi ce Metal a ces usages, &, ce qui est encore plus important, quelle est la manière de l'employer la plus avantageuse.

V. les M. p. 30.

Le fer * est un mélange d'une substance huileuse avec une matière métallique. L'huile regorge dans ce mélange, & il reste de grands pores entre les parties du Mixte. De-là il suit, & que le fer est très-facile à dissoudre, & que son huile se dégage aisément. Mais quand il est décomposé, c'est-à-dire, quand l'huile est séparée de la partie purement ferrugineuse ou métallique, aucun dissolvant n'agit plus sur cette espece de Teste-morte.

* V. l'Hist. de 1706. P. 32. & suiv.

Ces remarques seules suffisoient pour découvrir l'abus de plusieurs préparations de fer ordinaires dans la Médecine, & qui consistent à calciner violemment ce métal, & à le réduire en ce qu'on appelle *Crocus* ou Saffran, à cause de la couleur rouge qui vient de la calcination. Cette opération a dû nécessairement enlever au fer la substance huileuse, du moins pour la plus grande partie, & ne lui a laissé qu'une Teste-morte indissoluble. L'huile qui se sépare facilement

Hist. 1713.

. D

26 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE

de ce Mixte, s'en seroit séparée par la chaleur de l'Estomac, & auroit porté dans le sang, comme dit M. Lémery, un nouveau levain spiritueux, dont il avoit besoin; & au lieu de cette huile, on ne prend qu'une terre sur laquelle les sucs du corps ne peuvent agir, & qui ne peut qu'embarasser & que charger les premieres voyes par son poids. Aussi M. Lémery a-t-il souvent éprouvé, & d'habiles Praticiens le confirment, que le fer pris en substance, ou, ce qui revient au même, en limaille fort fine, vaut beaucoup mieux qu'en *Crocus*. C'est grand dommage d'employer l'art à gâter la Nature.

M. Lémery a même reconnu que le fer agissoit par toute la substance, & étoit un Absorbant. Cela vient de la grandeur de ses pores, & de la facilité que trouvent toutes sortes de Sels, même grossiers, à s'y insinuer. Des Acides scorbutiques en ont été absorbés.

Il y a plus; non-seulement les Acides nuisibles du corps entrent dans le fer, mais en y entrant ils en font sortir, & en expriment cette huile salutaire, qui d'ailleurs est mise en mouvement ou gonflée & disposée à sortir par la chaleur naturelle. Ainsi le fer est doublement utile, & par l'huile qu'il fournit au sang, & par les sels qu'il en retire.

Il paroît suivre de-là qu'un Fer déjà tout chargé d'acides, tel qu'est le Vitriol, ne seroit plus capable d'aucun bon effet. Cependant on connoît fort celui des eaux minerales vitrioliques, & dans quelques maladies le vitriol a le même succès que le fer pris en substance.

Cela doit venir de ce que les acides qui ont pénétré le fer, n'en ont pas chassé toute l'huile, & se sont unis avec celle qui est restée en assez grande quantité. Cela supposé, la même opération par laquelle on fait de l'Encre avec du Vitriol & de la teinture de Galle*, se passe dans notre corps. Puisque l'alkali sulfureux de la Galle s'unit à l'acide, qui tient le fer dissous dans le vitriol, le détache du fer, & par-là révivifie le métal, nos liqueurs alkalines & sulfureuses agissent de la même maniere sur le Vitriol

* V. l'Hist. de
1707. P. 40.
& suiv.

que nous avons pris, & en révivifient le fer. Comme il a été très-fubtilement & prefque infiniment divisé dans le Vitriol, il est plus capable, lorsqu'il en est dégagé, d'entrer dans les plus petites routes de la circulation, & d'y répandre sa vertu.

Enfin l'Arbre de Mars*, qui étoit assés curieux pour être dispensé d'être utile, ne laisse pas de pouvoir l'être aussi en Médecine. Le salpêtre qui s'y forme par l'union de l'esprit de Nitre & du sel de Tartre, est un sel très-doux, très-apéritif, & très-propre à être le vehicule d'un fer extrêmement atténué, comme il l'est dans cette préparation, & d'ailleurs la partie sulfureuse du fer, qui y est extrêmement raréfiée & développée, ne demande qu'à se détacher du métal, & qu'à se mêler avec nos liqueurs. M. Lémery le fils, inventeur de cet Arbre, a eu le plaisir d'en recueillir, pour ainsi dire, des fruits qu'il n'avoit pas esperés d'abord.

* V. l'Hist. de 1706. p. 39. & suiv. & celle de 1707. p. 32. & suiv.

SUR LES TEINTURES DES METAUX.

LA Teinture d'un Métal n'est qu'une dissolution où le Métal est encore plus divisé & plus étendu qu'il ne le seroit dans son Dissolvant naturel & ordinaire. Comme il est fort atténué, il donne une couleur à la liqueur, & de-là vient apparemment le nom de *Teinture*.

Si la teinture étoit *irréductible*, c'est-à-dire, si le métal dissous l'étoit au point de ne pouvoir plus se remettre en métal, ou, ce qui revient au même, si les principes qui le composent étoient désunis, ce seroit là ce que les Chimistes ont toujours si ardemment souhaité & recherché avec tant de travaux, sur-tout à l'égard de l'Or, dont la teinture irréductible s'appelleroit de l'*Or potable*. Mais on n'a encore réussi à aucune teinture de cette espece, l'Or potable n'est que de l'Or extrêmement divisé, & il en est de même des autres métaux.

M. Geoffroy a trouvé une méthode assés générale de

faire en cette matière ce qui se peut, ou du moins ce qui se peut jusqu'à présent. L'intention des teintures est de raréfier & d'étendre, autant qu'il est possible, les soufres du métal, & de rendre les parties fixes & terreuses les plus subtiles & les plus volatiles qu'elles puissent être. Et si l'on veut en même tems que ces teintures ayent quelque usage en Médecine, il faut y employer des *intermedes*, qui n'ayent rien de nuisible ni de désagréable.

Pour une teinture d'Or, M. Geoffroy prend des Cristaux *solaires* faits avec une partie d'Or, & 6 ou 7 d'Eau régale, & où par conséquent l'Or est déjà extrêmement étendu. Il les met dans un mortier de verre avec le double de terre foliée du Tartre. Cette terre est l'alkali du Tartre, impregné d'esprit de vinaigre & d'esprit de vin, & par conséquent c'est un dissolvant salin & sulphureux, propre à étendre les soufres de l'Or. On broye le tout ensemble avec le pilon de verre, jusqu'à ce que le mélange se résolve en liqueur épaisse. On acheve de le dissoudre dans de l'esprit de vin, & l'on a la teinture. Cette teinture prend avec le temps une légère couleur, qui à travers le jour est pourpre, & à contre jour, jaune.

M. Geoffroy employe le même intermede de la terre foliée du Tartre, pour tirer du vitriol de Mars la teinture du fer, des cristaux de Venus celle du cuivre, &c. On voit assés pourquoi il prend ou le Vitriol de Mars, ou les Cristaux de Venus. C'est que dans ces composés les métaux sont déjà extrêmement divisés & atténués, soit naturellement, soit par art.

*SUR PLUSIEURS EAUX MINÉRALES
DE FRANCE*

ON a vû dans l'Histoire de 1708. * le deſſein de l'Académie ſur les Eaux minérales de France, & l'entreprife que M. Chomel avoit faite, d'examiner celles de l'Auvergne & du Bourbonnois. On a vû auffi qu'il les avoit diviſées en trois claſſes, chaudes, tiédés & froides. Les chaudes ſont expédiées, reſtent les deux autres claſſes. Sans faire l'hiſtoire des différentes épreuves Chimiques où ces eaux ont été miſes par M. Chomel, nous rapporterons ſeulement, comme nous avons déjà fait, les indices qui en réſultent, & ceux que M. du Clos avoit tirés des mêmes eaux transportées à Paris. Voici les tiédés.

D'une livre d'eau des ſources de Jauſe, du Champ des Pauvres & de Beaurepaire, toutes trois près de Clermont, M. Chomel a tiré un peu plus de 13 grains de réſidence, ou de matière minérale. Il ſoupçonne qu'elles ne contiennent pas un Nitre pur, comme l'a cru M. du Clos, mais un mélange de Nitre, & d'un peu de ſoufre qui s'évapore aisé-ment, & de-là vient peut-être que ce ſoufre a échappé à M. du Clos, qui n'a vû ces eaux qu'à Paris.

De 8 ou 10 ſources minérales qui ſont entre Vic-le-Comte & Mireſſeur, il n'y en a que deux qui ne ſoient pas gâtées par les débordemens de l'Allier dans les temps où elles pourroient être d'uſage. Ces deux ſont celles des Matres de Veyre & du Cornet. M. Chomel a trouvé dans l'une & dans l'autre 34 ou 35 grains de réſidence, & il a jugé qu'outre le Nitre pur que M. du Clos y reconnoiſſoit ſeulement, il y entre quelque portion de Sel armoniac.

D'une livre d'eau de S.^t Nitaire ou Neſſaire, M. Chomel a tiré près de 18 grains de réſidence, dont les trois quarts n'étoient qu'une matière terreuſe & plâtreuſe. La matière

30 HISTOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
saline qui faisoit le reste, participoit du sel marin & du nitre.
Cette eau ne fut point envoyée à M. du Clos.

Une livre de l'eau de Chatelguyon a donné 53 grains de résidence, dont près de la moitié n'étoit que de la terre. M. du Clos a cru que le sel de cette eau tient du sel marin, & M. Chomel croit qu'il a plus d'alkali que d'acide, & que le nitre est le fossile qui s'y manifeste le plus.

Une livre de l'eau de Vic-en-Carladois a donné un gros de résidence, dont les deux tiers étoient une matière saline. M. Chomel s'est accordé avec M. du Clos, à juger que le nitre y dominoit. Cette eau, selon M. Chomel, devoit plutôt être comptée parmi les froides que parmi les tièdes, mais il l'a laissée dans la classe où M. du Clos l'avoit mise.

Quant aux froides, qui sont celles de Bessé, de Chano-nat, de Chafoteby, de S.^t Pierre de Clermont, du Vernet-Sainte-Marguerite, de Jalerac, & de Pougues en Nivernois, elles ont la plûpart si peu de matière saline, les indices qu'elles donnent sont si équivoques & si légers, & d'ailleurs M. du Clos & M. Chomel diffèrent si peu dans leurs conclusions, qu'il auroit été presque entièrement inutile de suivre le tout en détail.

*DE L'ACTION DES SELS
SUR DIFFERENTES MATIERES
INFLAMMABLES.*

V. les M. p.
99.

UN Phénomene de Phisique n'est jamais plus difficile à expliquer, que quand la mécanique cachée, qui le produit, ne se rend point sensible en d'autres occasions, ou ne l'est que rarement, & que de plus elle dépend d'un assés grand nombre de circonstances, dont une seule qui manquera fera manquer l'effet, ou le rendra différent. Alors non-seulement il est aisé que le principe échappe, mais quand même on l'auroit saisi, il seroit assés naturel de lâcher prise

& de l'abandonner, parce qu'il ne paroîtroit pas satisfaire à tout, & qu'on croiroit le trouver en défaut dans des applications particulières.

Que dans un Creuset, assés chaud pour être rouge, il y ait un soufre quel qu'il soit, ou une huile, cette matière s'enflammera, & si l'on jette dessus du salpêtre, la flamme augmentera tout d'un coup, & de grandeur, & de force, & d'éclat. Il semble qu'on doive conclurre de-là que le salpêtre est fort inflammable, mais si on l'avoit mis seul dans le creuset, il ne se seroit pas enflammé; du moins d'autres sels assés semblables au salpêtre, comme l'Alun ou le Vitriol, augmentent aussi l'inflammabilité des soufres ou des huiles, mais tout au contraire ils la diminuent beaucoup. Nous pourrions rapporter encore d'autres faits sur la bizarrerie apparente de ces phénomènes, mais en voilà assés pour faire sentir qu'il y a là quelque mystère, & c'est ce que M. Lémery le cadet a entrepris de développer par ses expériences & par ses réflexions.

Nous avons expliqué dans l'Histoire de 1701.* la flamme que produit un esprit acide bien pur, versé sur une huile essentielle d'une plante aromatique, pourvu que cette huile soit bien exempte d'acides: c'est que l'esprit entre avec tant d'impétuosité & avec tant d'ardeur dans l'huile, où il ne trouve point d'autres acides qui le repoussent, que de la violence de ce mouvement naît une grande flamme accompagnée de détonation. M. Geoffroy prend pour principe cette expérience, qui n'est connue que depuis peu, & dont l'application aux faits qu'il veut expliquer, ne se présente pas trop d'elle-même.

Il conçoit que quand du soufre & du salpêtre sont mêlés ensemble dans le creuset, la partie huileuse du soufre s'élève, & forme la flamme, qu'en même temps l'acide du salpêtre s'élève aussi, & va rencontrer en l'air cette huile. Des matières qui composent la flamme, il y en a toujours quelque partie qui ne devient point flammée, & c'est ce qui demeure en forme de fuye. Des parties d'huile qui ne se seroient point

* p. 66. & suiv.

enflammées, quoiqu'elles se fussent élevées avec les autres, les acides du salpêtre les enflamment, & de-là vient l'augmentation de flamme qu'ils causent, sans compter qu'ils étendent & raréfient beaucoup l'huile enflammée indépendamment d'eux.

Cela ne suffit pas encore, car par l'expérience fondamentale il faut que l'huile, pour recevoir l'action des acides, en soit bien dénuée, & n'y a-t-il pas beaucoup d'apparence que les acides du soufre montent avec son huile? Ils monteroient en effet, si les acides du salpêtre, qui se sont dégagés très-promptement, ne laissent la partie fixe & terreuse du salpêtre dans un état où elle est alkaline, & avide d'absorber de nouveaux acides en la place de ceux qu'elle a perdus. Elle absorbe donc les acides qui sortent du soufre, & par-là le salpêtre a la double fonction, & de fournir l'esprit qui doit agir sur l'huile du soufre enflammé, & de retirer du soufre ce qui empêcheroit l'action de l'esprit.

Il est aisé maintenant de voir la cause des différents cas particuliers, & même de les prévoir. Le salpêtre seul jeté dans le creuset ne doit point s'enflammer, tout ce qui en arrive, c'est que son acide s'élève sans rencontrer en l'air aucune huile sur laquelle il agisse, & que sa partie fixe & terreuse demeure. L'Alun & le Vitriol n'augmentent point la flamme du soufre, parce que leur acide, ce qui est constant par l'expérience, se dégage difficilement, & que toute l'huile du soufre est montée, & s'est consumée avant qu'il monte. Ces sels ne font au contraire que diminuer la flamme, parce que leur poids apporte un obstacle à la raréfaction & à l'élevation de l'huile du soufre. L'esprit de nître, qui n'est que l'acide du salpêtre, ne doit pas même faire le même effet que le salpêtre, car il ne peut faire que la moitié de ce que le salpêtre fait, & cette moitié n'est rien sans l'autre.

Il est visible que cette raison cesseroit, si ce même esprit de nître agissoit sur une matière enflammée bien exempte d'acides. Aussi quand on en verse sur la flamme de

de l'esprit de vin, il l'augmente, car alors il ne sort point de l'esprit de vin des acides qui ayent besoin d'être absorbés.

Le Salpêtre ne fait pas sur l'esprit de vin le même effet que l'esprit de Nitre. La raison en est que l'acide du Salpêtre, tout volatil qu'il est, ne s'élève pas encore assez vite pour aller rencontrer l'huile enflammée de l'esprit de vin. Il semble que le nœud de tout cela consiste dans une espèce de point indivisible qu'il faut attraper bien juste.

SUR LE QUINQUINA.

IL est à souhaiter que l'usage d'un bon Remede s'étende autant qu'il est possible, & en même temps il est à craindre, qu'à cause que ce remede est bon, on n'en étende l'usage trop loin. De plus, il n'y en a point dont l'application ne demande un soin fort circonspect, & de grandes variétés. C'est dans ces vûes que M. Rénéaume a étudié le Quinquina sur un grand nombre d'observations qu'il en a faites dans la pratique de la Médecine. Nous en détacherons ce qui influe le plus sur cette pratique, & ce qui en même temps nous jette le moins dans un détail trop particulier.

Le Quinquina est sensiblement amer, absorbant, ou astringent, ou stiptique; car M. Rénéaume ne va point chercher ses propriétés dans la décomposition chimique de ses principes, & il prétend que ce Mixte, ainsi que beaucoup d'autres, agit, non par ces principes défunis, mais par leur assemblage, qui forme des molécules sensibles & grossières.

De ce que le Quinquina est amer, il s'ensuit qu'il adoucit les sucres aigres, car l'aigre & l'amer font le doux. De ce qu'il est absorbant, il suit qu'il émousse les acides, & empêche leur action, & par conséquent il entretient la fluidité des liqueurs que les acides coaguleroient. De ce qu'il est stiptique, il suit qu'il a des parties terreuses qui absorbent & boivent les sérosités, ce qui fait que les parties qui

en étoient abreuvées & relâchées se resserrent, & par conséquent le Quinquina augmente le ressort & la fermeté des fibres, ou les leur redonne.

Le Quinquina échauffe, parce qu'il est amer, & il facilite ou rétablit la transpiration, parce qu'il échauffe & augmente la fluidité des liqueurs.

C'est sur ces propriétés qu'il faut fonder les usages du Quinquina en Médecine. Si les aliments s'aigrissent trop dans l'estomac, & que la bile qui doit les adoucir en se mêlant avec eux quand ils en sortent, ne puisse corriger cette aigreur excessive, ou que quelque obstruction dans les conduits biliaires l'empêche de couler en assez grande abondance; le Quinquina suppléera à son défaut, & guérira la fièvre qui auroit eu cette cause. En général il fait la fonction de la bile, & par-là il procure au Chilé la douceur nécessaire, & répare le vice des digestions, qui consiste dans l'aigreur des sucs. Mais si la fièvre étoit causée de plus par quelque obstruction considérable dans les conduits biliaires, le Quinquina, tant qu'on en feroit usage, pourroit bien tenir lieu de la bile qui manqueroit, mais il ne vaincroit pas l'obstruction, & la fièvre reviendrait dès qu'on le quitteroit. Il faudroit nécessairement alors quelque autre remède plus puissant.

Si la fièvre vient de l'épaississement des liqueurs causé par des acides, la qualité absorbante du Quinquina rétablit tout, & promptement, & sans retour.

Si l'estomac, dont les fibres sont relâchées, garde trop peu les aliments, & les laisse sortir trop cruds, la siccité du Quinquina remet les fibres dans leur tension naturelle.

Enfin, la transpiration diminuée reviendra par ce remède à sa première quantité, & comme toutes ces différentes causes ou seules ou compliquées ensemble produisent presque toutes les fièvres, il doit y en avoir peu que le Quinquina ne guérisse.

Celles qu'il ne guérit pas, ce sont les fièvres lentes, qui naissent de quelque abcès interne, d'où il s'écoule continuellement dans le sang une matière purulente. M. Reneaume

a même remarqué que le Quinquina y étoit contraire, parce qu'en échauffant & en facilitant les digestions, il augmente l'appétit des Malades, qui, à mesure qu'ils prennent plus d'aliments, fournissent plus de matière à l'abcès.

Il n'appartiendroit qu'à un Traité de Médecine de rechercher en quelles occasions le Quinquina demande des préparations, ou quand il doit être accompagné de quelque autre remède. Nous laissons cela à l'art du Médecin, & ce sont peut-être ces sortes de jugements & de déterminations qui en font la partie la plus fine & la plus difficile. Il nous suffira de remarquer que M. Reneaume, en suivant l'exemple & les instructions de M. Sidenham, célèbre Médecin Anglois, a donné le Quinquina, & souvent & avec succès, dans des affections mélancoliques ou hystériques, que l'on appelle communément *Vapeurs*, sur-tout quand elles ont eu des accès bien marqués. Ce remède a aussi fort bien réussi à M. Reneaume à la fin de quelques Dissenteries. Qu'il ait guéri des maux d'estomac sans aucune fièvre, c'est une chose qui ne mérite presque pas d'être rapportée, tant elle tient visiblement à sa nature, telle que nous l'avons expliquée ici.

SUR LE VITRIOL ET LE FER.

L'ARTICLE où nous avons parlé du Fer*, n'en a pas épuisé les vertus. Il n'a point touché à sa simplicité, que M. Geoffroy a considérée particulièrement, & à laquelle seule il attribué des effets opposés que le Fer produit en Médecine. V. les M.
P. 170.
* P. 25.

Il est apéritif & astringent, quoiqu'ouvrir & reserrer soient contraires. Par exemple, il est apéritif, puisqu'il remédie aux Pâles-couleurs, & qu'il rappelle l'évacuation supprimée; il est aussi astringent, puisque quand cette même évacuation est trop abondante, il la remet dans ses bornes.

naturelles. M. Geoffroy prétend, avec beaucoup d'apparence, qu'il n'est apéritif que parce qu'il est atringent. Les canaux qui conduisent les liqueurs dans le corps de l'animal, ne sont pas de simples canaux privés d'action, ils aident eux-mêmes au mouvement des liqueurs qu'ils conduisent, & cela en se resserrant & en diminuant leur propre capacité; ce qui atténue les liqueurs, & en même temps les oblige d'avancer. Cet effet dépend du ressort des fibres de ces vaisseaux, & d'une certaine proportion de forces qui doit être entre ce ressort & la résistance des liqueurs. Si le ressort des fibres est affoibli, & que les liqueurs ne soient plus suffisamment battues & poussées, elles s'amaîssent dans les vaisseaux en trop grande quantité, & alors il arrive ou qu'elles s'épaississent, & demeurent presque coagulées, ou qu'il s'en échappe au travers des pores des vaisseaux une partie qui s'épanche au dehors, & que même elles les rompent, & se font de nouvelles routes pour sortir. Dans le premier cas, l'écoulement est arrêté, dans le second il est trop abondant & irrégulier, & l'un & l'autre a été causé par le relâchement des fibres que la stipticité du fer corrige. Il est visible que le même raisonnement s'applique à toutes les maladies où ce relâchement a part; car un des grands principes de la mécanique du corps, est l'équilibre nécessaire entre les fluides qui sont poussés, & les solides qui poussent.

La stipticité du fer étant donc si utile, & même apparemment la plus utile de ses qualités, il est bon de la porter par art à sa dernière perfection. C'est ce que M. Geoffroy a fait par trois opérations différentes, qui lui donnent une Eau-mère de Vitriol rougeâtre, onctueuse, extrêmement stiptique, sans aucune acidité ni corrosion. Il la tire du Vitriol, parce que le Fer, qui y est extrêmement divisé & atténué, est plus en état de recevoir la forme qu'on veut, & se présente mieux à l'Artiste. Le Vitriol a été plusieurs fois dissous, filtré, ensuite cristallisé, & l'eau-mère est ce qui est resté de liqueur après chaque cristallisation. Il en

reste une pareille de tous les sels fossiles qu'on a traités de même, & comme en réitérant toujours l'opération, ils se résoudreiroient entièrement à la fin en cette liqueur, on la nomme *Eau-mere*, parce qu'elle contient tous les principes du Minéral, quoique desunis & altérés.

M. Geoffroy conçoit que dans son *Eau-mere* de vitriol, les acides qui pénétroient le fer, & par-là formoient le vitriol, se sont dégagés, qu'une assez grande partie de l'huile du fer s'est séparée de la terre métallique la plus grossière, que les acides se sont réunis de nouveau, les uns à l'huile du fer séparée de la terre, les autres à la terre séparée de l'huile; que les premiers absorbés dans l'huile ne peuvent plus faire sentir d'acidité, que les seconds unis avec la terre font des Sels alkali, qui ne sont point corrosifs, à cause de l'huile mêlée dans cette liqueur, & qui d'ailleurs lui donnent une qualité fort stiptique à cause de la terre qu'ils y soutiennent en assez grande quantité. Pour prouver que la nature de cette liqueur est telle que nous la représentons ici, il faudroit entrer dans le détail des opérations, mais nous le laissons à M. Geoffroy. Nous lui laissons aussi les usages médicaux de son eau stiptique; il est aisé d'imaginer qu'elle doit être bonne & à prendre par la bouche, & à appliquer extérieurement; mais quand on en aura pris cette idée générale, c'est à l'expérience à fournir toutes les déterminations particulières.

SUR DES MATIERES

Qui pénètrent les Métaux sans les fondre.

QUOIQUE l'extrême divisibilité de la matière & la subtilité où elle peut parvenir, & d'un autre côté la grande porosité des corps les plus solides, soient les deux choses du monde les plus établies en Physique; cependant comme on pourroit peut-être soupçonner que le besoin des

V. les M. p. 306.

sistèmes les feroit pousser toutes deux trop loin, il est bon que l'expérience même nous rassure. Elle l'a déjà fait dans cette Histoire sur le premier point *, elle le va faire sur le second, avec autant d'évidence & de facilité.

* V. ci-dessus
P. 9.

Il n'y a point de corps plus compacts que les Métaux, & en même temps il est bien sûrement prouvé qu'ils ont des pores, tant parce que le feu les met en fusion, que parce que les dissolvants les réduisent en liqueur; car sans leurs pores, ni le feu ni les dissolvants n'y pourroient mordre. Mais ces divisions violentes de leurs parties ne prouvent pas tant leur porosité que seroit le passage tranquille de quelque matière au travers de leur substance, sans y causer le moindre dérangement ni la moindre altération, car alors il faut qu'ils ayent eu des pores & fort ouverts, & en une quantité prodigieuse, & communiquants tous les uns avec les autres. C'est là ce que M. Homberg a découvert le premier par le moyen de deux matières qu'il a trouvées, dont l'une pénètre le fer & l'autre l'argent, & dont ni l'une ni l'autre ne laisse, pour ainsi dire, aucune trace de son passage.

Du soufre commun mis sur une plaque de fer fort rouge y fait un trou, & passe au travers. Ce même soufre, mais fort affoibli, tant par certaines matières avec lesquelles il est mêlé, que par les opérations qu'il a souffertes, devient le corps qui passe paisiblement au travers du fer. Il le laisse aussi malléable qu'auparavant. Il n'a été question que de modérer l'impétuosité excessive de cet agent.

De même le soufre dissoudroit l'argent avec violence, le mercure le dissoudroit lentement & avec douceur; le soufre & le mercure mêlés ensemble d'une certaine façon seront les principaux ingrédients d'une composition, qui étant fonduë sur une lame d'argent, épaisse d'une demi-ligne, la pénétrera de part en part sans y faire d'ouverture. Il sera aussi malléable qu'il l'étoit, mais il prendra & en dehors & en dedans une vraie couleur de plomb.

Il est fort remarquable dans cette seconde expérience, que

la matière qui pénètre l'argent n'étoit point malléable avant que de le pénétrer, & le devient après. M. Homberg conjecture qu'en traversant l'argent elle y a déposé une terre qui empêchoit ses parties d'être bien liées par le soufre qu'elle contenoit, & par conséquent la rendoit cassante & friable. Peut-être aussi la couleur de plomb vient-elle de cette même terre dont l'argent s'est chargé. Il y a toujours bien des phénomènes dans un seul.

DIVERSES OBSERVATIONS CHIMIQUES.

I.

MR. Geoffroy le cadet a dit que l'Eau de Fleur d'Orange, qui sent l'empireume, perd cette odeur par la gelée, & en prend une très-agréable.

I I.

M. Poli a tiré du Laurier à grandes feuilles, que l'on appelle Laurier Royal à Lucques, où il l'a trouvé en grande abondance, une huile qui a le goût & l'odeur d'amandes amères, mais avec beaucoup plus de force. Elle donne ce goût & cette odeur à tout, & sans aucun empireume. Si on en mêle une dragme avec une livre de sucre fin bien pulvérisé, & que le tout soit bien pilé dans un mortier de verre, il s'en forme une poudre blanche excellente pour les douleurs d'estomac, & qui même guérit souvent les fièvres tierces & quartes, pourvu qu'on se soit purgé avant que d'en user. Il n'en faut prendre qu'une dragme pendant quelques jours.

I I I.

Dès que l'on débouche un vaisseau où est de l'Esprit de Nitre, sur-tout si cet Esprit est bien délegmé, on voit sortir une fumée assez considérable. Les autres esprits acides en jettent moins, & à peine celle de l'esprit de

sel est-elle sensible. Mais M. Geoffroy le cadet a observé qu'elle le devient beaucoup, si on approche du vaisseau où est l'esprit de sel, un autre vaisseau où soit un fort esprit alkali volatil. Ce n'est pas, car il faut bannir le merveilleux autant qu'on peut, que ce voisinage détermine l'esprit de sel à jeter plus d'exhalaisons, mais c'est que l'alkali en jette aussi de son côté, qu'elles se rencontrent dans l'air les unes les autres, & que comme elles ne sont que les parties les plus subtiles des matières d'où elles sont sorties, elles sont entr'elles ce que ces matières auroient fait, qu'elles se joignent intimement, & produisent par leur union un nouveau sel plus sensible à la vûe que n'auroient été les deux différentes exhalaisons séparées. Ce sel est celui qui doit naître de l'acide & de l'alkali volatil, c'est-à-dire, un véritable sel armoniac. Et en effet, si on expose à cette fumée, composée des deux exhalaisons, une cloche de verre, elle se charge de fleurs qui sont les mêmes que si on l'eût exposée à une vapeur des fleurs du sel armoniac. La fumée de l'esprit de nitre mis auprès de l'alkali volatil, n'en paroît guère plus forte, apparemment parce qu'elle n'a pas besoin de ce secours pour se faire bien voir; seulement de rouge qu'elle étoit, elle devient blanche, ce qui marque qu'elle est altérée aussi par celle de l'alkali.

I V.

Le Bismuth est une espee d'Etain. C'est une matière métallique blanche, cassante, disposée en petites facettes luisantes comme des glaces, ce qui la fait nommer *Etain de Glace*. Il paroît être composé d'un Sel minéral, d'un Soufre grossier, de Mercure, d'un peu d'Arsenic, & de beaucoup de Terre. M. Poli ayant pilé séparément une partie de Bismuth, & deux de Sublimé corrosif, & les ayant mêlées ensemble dans une cornuë à laquelle il avoit adapté un récipient, en tira par la distillation une espee de gomme ou de beurre qui s'étoit attachée en partie au col de la cornuë, & en partie étoit tombée dans le récipient. Il
distilla

distilla ce beurre une seconde fois, & outre un nouveau beurre qui vint comme le premier, il resta au fond de la cornuë une poudre très-fine, de couleur de Perle Orientale, douce au toucher, & gluante. Une troisième opération lui donna une poudre encore plus fine & plus belle : enfin il réitéra l'opération jusqu'à ce que le beurre fût entièrement changé, partie en Mercure coulant, partie en poudre de couleur de Perle. Cette poudre pourra servir, soit à imiter les Perles fines, soit à les représenter en peinture, soit à donner cette agréable couleur à tels ouvrages qu'on voudra.

V.

M. Homberg a dit que sous la Zone torride l'extrême chaleur mangeoit le Plomb, & que des Goutières y devenoient terre en trois ou quatre ans.

Nous renvoyons entièrement aux Mémoires

L'Observation de M. Geoffroy le cadet sur la chaleur de l'Esprit de Vin. V. les M. p. 53.

L'Ecrit de M. Homberg sur une séparation d'Or. V. les M. p. 67.

L'Observation du même sur la sublimation du Mercure, V. les M. p. 265.





BOTANIQUE.

SUR UNE PLANTE

Faussement rapportée au Genre des Lichen.

V. les M. **L**E Lichen est une Plante qui naît comme la Mouffe
p. 230. sur l'écorce des Arbres, & même souvent sur des
Pierres. On prétend qu'elle est bonne pour la Gratelle, &
pour les Dartres vives, & qu'elle a pris son nom de ces
maladies mêmes qu'elle guérit, car elles s'appellent ainsi en
Grec. Peut-être aussi, & cela seroit plus naturel, ce nom
vient-il de ce qu'on l'a regardée elle-même comme une galle
& une espèce de maladie des arbres sur lesquelles on l'a d'a-
bord observée.

C'est un Genre que le Lichen, & il a beaucoup d'espèces
différentes. Il a des semences, mais point de Fleur, & M.
Tournefort l'a rangé dans cette classe*.

* V. l'Hist.
de 1700. p.
70. & suiv.

Une espèce de Lichen, appelée par C. Bauhin *Lichen*
petraeus stellatus, devoit donc n'avoir point de Fleur, mais
M. Marchant lui en a trouvé une dont il fait la description.
Les négatives & les exclusions sont toujours un peu dangé-
reuses en fait de Philosophie.

La Fleur de ce prétendu Lichen, qui, comme on peut
juger, est fort petite, a une singularité remarquable. Lor-
qu'elle s'épanouit, on voit au-dedans un paquet de filets
repliés, & en quelque sorte confondus ensemble, qui ont
un mouvement sensible par lequel ils s'allongent, & se
débarrassent les uns d'entre les autres. Chaque fois qu'ils
font cette espèce d'effort, ou qu'ils le font plus sensible-
ment, il sort d'entre eux une poussière très-fine qui se

perd en l'air. M. Marchant la prend pour les graines de la Plante, & avec beaucoup d'apparence, puisqu'on voit naître un nombre prodigieux de Plantes de cette espece autour d'une ancienne, & que de plus il en naît sur des murailles & jusques sur des toits, où il n'y a que l'air qui puisse les avoir semées. S'il y avoit des Insectes en fait de Plantes, les Lichen seroient du nombre, & il se trouveroit que les Plantes les plus méprisées communément, ainsi que les Animaux, seroient les plus admirables.

Puisque le *Lichen petræus stellatus* a des Fleurs, ce n'est plus un Lichen, & par cette raison M. Marchant en fait un nouveau genre, qu'il appelle *Marchantia*, du nom de son pere, fameux Botaniste, & le premier qu'ait eu l'Académie. On ne peut envier aux Botanistes, pour payement de leurs travaux, le droit de nommer des Plantes.

OBSERVATION BOTANIQUE.

M. R. de Reaumur allant de Saumur à Thoirs au mois de Juin 1711, remarqua dans toute une étendue de 5 lieuës de chemin, que des Pruniers sauvages, qui sont communément dans les buissons & dans les hayes, & qui devoient avoir alors de petites prunes rondes de la grosseur d'un Pois, comme ils en avoient effectivement, en avoient tous à peu-près autant d'une grandeur & d'une figure différente. Elles étoient ovales, fort semblables à de jeunes Amandes, souvent dans le sens de leur grande longueur, une fois & demie plus longues que les fruits naturels & ordinaires. Leur couleur étoit aussi d'un vert moins foncé, & tiroit sur le jaunâtre. Les 5 lieuës passées, M. de Reaumur chercha inutilement de semblables Prunes pendant 25 lieuës de chemin, quoiqu'il y eût des mêmes Pruniers en abondance. Dans l'étendue où se trouvoient les Prunes irrégulières ou monstrueuses, les autres Arbres n'avoient point de fruits qui le fussent. C'est une chose assez singulière que ce

44 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE

mélange presque égal de fruits naturels & de fruits monstrueux sur une seule espece d'Arbres pendant tout un si long chemin, & pendant ce chemin seulement. M. de Reaumur en rapporte la cause à quelque pluye d'orage, chargée peut-être de Sels particuliers, qui n'avoit tenu que 5 lieues, qui avoit introduit dans les Pruniers des suc plus abondants & plus nourrissans qu'à l'ordinaire, & avoit trouvé la moitié de leurs fruits en état d'en profiter, au lieu que ceux des autres Arbres n'étoient pas alors dans cette disposition.

V. les M. p. 71. **N**ous renvoyons entièrement aux Mémoires
L'Ecrit de M. de Reaumur sur une nouvelle Plante; qu'il nomme *Boletus ramosus Coralloides fistidus*.
V. les M. p. 91. Et celui de M. Jussieu sur l'Arbre qui porte le Caffé.



G E O M E T R E.

SUR LES DEVELOPPEES.

V. les M. p. 123. **V**OICI la suite de la Théorie générale des Développemens que M. Varignon avoit commencée*. Comme les Développées sont modernes, la matière est encore assés neuve, & peut fournir beaucoup à qui sçait l'approfondir.
* V. l'Hist. de 1712. p. 64. & suiv.

L'origine d'un Développement est arbitraire, c'est-à-dire, que quoiqu'il soit plus naturel de commencer à développer une Courbe au point où elle prend naissance, il est cependant permis de commencer à la développer à tel autre point qu'on voudra. Toute la différence sera, qu'au lieu qu'un Développement commencé à l'origine de la Courbe

sera continu, celui qui commencera à quelque point de son cours sera, pour ainsi dire, interrompu & brisé, parce que quand on l'aura développée de ce point vers une de ses extrémités, il faudra retourner à ce même point pour la développer de-là vers l'autre extrémité.

Il suit déjà de cette seule idée, que si une Courbe est toujours concave d'un même côté, comme une demi-Parabole, & que l'on commence à la développer par son sommet, la Développante, qui est toujours concave vers le même côté que la Développée, sera une Courbe d'un cours continu, & dont la concavité sera toujours tournée du même sens; mais que si on commence à développer la demi-Parabole par un autre point que le sommet, la Développante aura un rebroussement à l'origine du développement, & deux Branches dont les concavités se tourneront vers des côtés opposés. Il est visible que cela est général, & qu'une Courbe quelconque d'un cours continu, & toute concave d'un seul côté, développée par un point quelconque moyen entre ses deux extrémités, produit une Développante rebroussée en sens contraires.

Aux Courbes d'un cours continu sont opposées celles qui rebrousse, & aux Courbes toutes concaves d'un seul côté sont opposées celles qui le sont de différents côtés, & celles-ci ont une Inflexion, ou un Rebroussement dont les deux branches sont tournées de sens contraires; car pour celles qui ont un Rebroussement dont les deux branches sont tournées du même sens, ou, ce qui est la même chose, concaves du même côté, elles ne sont opposées qu'aux Courbes d'un cours continu. Nous venons de voir les Développantes que produisent des Courbes d'un cours continu; & toutes concaves d'un seul côté, soit qu'on ait commencé à les développer à leur origine, ou à quelque autre point; reste à voir les Développantes que produiront les autres Courbes d'un cours non continu, ou concaves vers différents côtés, développées par tel de leurs points qu'on voudra.

Ces Courbes ayant toutes un Rebroussement ou une Inflexion, elles ont trois especes de points par où on peut commencer le Développement. 1°. Leur origine, ou, ce qui revient au même, leur extrémité. 2°. Le point d'inflexion ou de rebroussement. 3°. Tel autre point qu'on voudra, qui ne sera aucun des précédents. Il est clair que les Développements commencés par la première ou la troisième espece de points, retombent dans le même cas que ceux des Courbes d'un cours continu, & concaves d'un seul côté, pourvû qu'on ne les pousse que jusqu'aux points d'inflexion ou de rebroussement. Quant à ceux qui commenceroient par ces points de rebroussement ou d'inflexion, ils sont les mêmes que ceux qui commenceroient à l'origine d'une Courbe simple, & si on les considère de part & d'autre de ces points, ils sont les mêmes que ceux de deux Courbes simples posées l'une à l'égard de l'autre, comme les deux Branches de la Courbe dont il s'agit; & enfin les développements, qui ayant commencé par quelque autre point que ceux d'inflexion ou de rebroussement, y arrivent & vont au-delà, ne sont que ceux des deux différentes branches de la Courbe. On voit donc qu'il est fort aisé de tracer les développements, ou, ce qui est la même chose, les Développantes de toutes les Courbes, à quelque point que l'on commence à les développer.

Les Courbes rebroussées en sens contraires étant développées, ou par leurs extrémités ou par leur point de rebroussement, produisent des Développantes d'un cours continu, & toutes concaves d'un seul côté.

Les Courbes rebroussées en même sens, étant développées ou par leurs extrémités, ou par leur point de rebroussement, produisent des Développantes, qui sont pareillement rebroussées en même sens, & du même sens que les Développées.

Les Courbes qui ont une inflexion, & que M. Varignon appelle *contournées*, étant développées par leurs extrémités, produisent des Développantes rebroussées en même sens,

& si elles sont développées par leur point d'inflexion, elles produisent des Développantes, qui sont contournées comme elles.

Si toutes ces Courbes, tant rebroussées que contournées, sont développées par d'autres points, c'est-à-dire, par ceux que nous avons appelés de la troisième espèce, elles produisent des Développantes moins simples, mais qui se peuvent aisément réduire à celles qui ont été produites par les autres développements. Ainsi nous ne nous arrêterons point à les considérer.

Ce qu'il y a de plus important dans une Développante, c'est son Rayon ou son Cercle osculateur. A chaque point de la Développée répond un Cercle osculateur dans la Développante, & chaque Cercle osculateur a deux de ses côtés infiniment petits, exactement posés sur deux côtés pareils de la Développante, l'un au-dedans de cette Courbe, l'autre au-dehors, de sorte qu'il la touche & la coupe en même temps, ou la touche doublement, & en dehors & en dedans.

De-là il suit que si un point de la Développée est équivalent à deux points, il doit répondre à ce point deux Cercles osculateurs de la Développante, infiniment proches & égaux. Or dans toute Courbe rebroussée le point de rebroussement, qui appartient en même temps à deux branches différentes, est équivalent à deux points, & par conséquent la Développante d'une Courbe rebroussée doit avoir dans celui de ses points qui répond au point de rebroussement de la Développée, deux Cercles osculateurs égaux & infiniment proches.

Puisqu'il est de l'essence du Cercle osculateur d'avoir deux côtés infiniment petits, communs avec la Développante, deux Cercles osculateurs doivent naturellement en avoir quatre, & cela dans le même point ou dans la même étendue infiniment petite de la Courbe; mais on voit en traçant les Cercles, que des quatre côtés il y en a toujours deux qui se confondent en un.

Si une Courbe rebroussée en sens contraires a été développée par son point de rebroussement, un des deux Cercles osculateurs de la Développante a le premier de ses deux côtés intérieur à la Courbe, & le second extérieur, & l'autre Cercle a son premier côté extérieur, & le second intérieur; de sorte que le second côté du premier Cercle, & le premier du second n'ayant que la même position à l'égard de la Courbe & étant contigus, ne doivent passer que pour un.

Si la même Courbe rebroussée a été développée par ses extrémités, un des Cercles osculateurs de la Développante a son premier côté extérieur à la Courbe, le second intérieur, & l'autre Cercle a son premier côté intérieur, & l'autre extérieur, & par la même raison les deux côtés du milieu n'en font encore qu'un seul.

Il paroît assés par cette disposition des deux Cercles osculateurs, qu'ils peuvent aussi & doivent même n'être comptés que pour un, mais pour un qui a trois côtés communs avec la Développante, au lieu que tous les autres Cercles osculateurs dans tous les autres points de la même Courbe, n'y ont que deux côtés communs avec elle. Ainsi dans les deux cas que nous venons de représenter, le Cercle osculateur de la Développante au point dont il s'agit, non-seulement la baise, mais s'entrelace avec elle de deux manieres opposées.

On sçait qu'à chaque côté infiniment petit d'une Courbe, répondent deux Ordonnées infiniment proches, à deux côtés consécutifs trois Ordonnées, quatre à trois côtés, &c. de même en prenant les côtés d'une Courbe quelconque Développante pour les arcs circulaires infiniment petits, décrits du Rayon osculateur, aux deux côtés, qu'un Cercle osculateur a toujours communs avec la Courbe, répondent trois Rayons infiniment proches & égaux; & puisque dans les Développantes formées par les Rebroussées en sens contraires, le Cercle osculateur a trois côtés communs avec la Courbe, il y aura quatre Rayons osculateurs infiniment proches & égaux. Par conséquent si on a une

Equation

Equation algébrique, qui exprime le Rayon osculateur pour tous les points d'une Développante de cette espèce; cette équation aura quatre Racines égales pour le point où le Cercle osculateur aura trois côtés communs avec la Courbe.

Voyons maintenant les Développantes formées par le développement de Courbes rebroussées en même sens. Nous avons dit que ces Développantes seront aussi rebroussées en même sens. Sur cela il faut considérer que non-seulement à chaque point de la Développée répond un Cercle osculateur dans la Développante, mais encore que chaque point de la Développante a le sien. De-là il suit que si un point de la Développante est équivalent à deux points, il doit *par lui-même* avoir deux Cercles osculateurs infiniment proches & égaux. Or ici la Développante est rebroussée aussi-bien que la Développée : Donc si le point de rebroussement de la Développante est équivalent à deux points aussi bien que celui de la Développée, elle doit avoir par elle-même en ce point deux Cercles osculateurs outre les deux qu'elle aura de la part de la Développée, c'est-à-dire, quatre Cercles osculateurs infiniment proches & égaux, ou plutôt un seul qui aura quatre côtés communs avec elle; & il est évident que ces quatre côtés produiront cinq racines égales.

J'ai dit, *si le point de rebroussement de la Développante est équivalent à deux points aussi-bien que celui de la Développée*; car tout point de rebroussement n'est pas équivalent à deux points. Le rebroussement se fait de deux manières, par deux côtés exactement posés l'un sur l'autre, ou par deux côtés qui font ensemble un angle infiniment petit. Dans le premier cas un côté ou un point est équivalent à deux, puisqu'il est formé de deux qui sont confondus; mais dans le second, l'angle empêche leur confusion, & les deux côtés ou points sont toujours deux. Il se trouve que le point de rebroussement des Développantes, formées par des Rebroussées en même sens, est dans le premier cas;

Hist. 1713.

. G

& ce qui le prouve, c'est qu'on verra par les démonstrations de M. Varignon, que le Cercle osculateur de ce point-là, ne passe ni ne peut passer entre les deux branches de la Développante qui rebrouille, mais est ou au-dedans ou au-dehors des-deux. Et en effet, selon la première idée que nous avons donnée du rebrouillement, il est impossible qu'aucune Courbe passe entre deux lignes exactement posées l'une sur l'autre, & qui ne font point d'angle.

On voit clairement par tout ce qui a été dit, que les Rebrouillées en sens contraires, produisant par leur développement des Développantes qui ont un cours continu, & les Rebrouillées en même sens, des Développantes qui sont rebrouillées aussi; les premières Développantes ne doivent avoir, à cause de leur cours continu, que quatre racines égales dans le point qui répond au point de rebrouillement de leurs Développées, & que les secondes Développantes doivent avoir cinq racines égales à cause de leur rebrouillement.

Il reste le développement des Contournées. Si elles sont développées par leurs extrémités, elles produisent des Développantes rebrouillées en même sens. Le point d'inflexion des Contournées vaut deux points, car il faut le concevoir comme formé de deux côtés posés exactement bout à bout en ligne droite, sans faire entr'eux aucun angle de contingence. Donc le point de la Développante, qui répond au point d'inflexion, a un Cercle osculateur qui a trois côtés communs avec la Courbe. Il faut voir maintenant s'il n'en a point jusqu'à quatre, à cause du rebrouillement de la Développante. Mais ce rebrouillement est formé de deux côtés, qui font entr'eux un angle infiniment petit; & ce qui le prouve, c'est que le Cercle osculateur divise cet angle, & passe entre les deux branches qui font le rebrouillement. Donc ce Cercle n'a que trois côtés communs avec la Développante, & il n'y a dans ce point de rebrouillement que quatre racines égales.

Si les Contournées sont développées par leur point

d'inflexion, elles produisent des Développantes qui sont pareillement contournées. Alors il semble que la Développante ayant un point d'inflexion équivalent à deux points aussi-bien que la Développée, le Cercle osculateur de la Développante en ce point doive avoir quatre côtés communs avec elle, comme le Cercle osculateur au point de rebroussement d'une Développante rebroussee produite par une Rebroussee. Mais il y a une grande différence, qui vient de la différente position des Cercles osculateurs. Quand on développe une Contournée par son point d'inflexion, le premier côté de la Développante que l'on décrit est l'un des deux côtés qui doivent former son point d'inflexion, & l'on décrit ensuite toute une branche d'un cours continu. Cela fait, on revient au point d'inflexion de la Développée, on décrit le second des deux côtés qui doivent faire le point d'inflexion de la Développante, & on en décrit la seconde branche, qui n'a qu'un cours continu. Il arrive de-là qu'au point d'inflexion de la Développante ses deux branches ont chacune leur Cercle osculateur dont les convexités sont opposées. Ces deux Cercles ont deux côtés communs, chacun avec la branche à laquelle il appartient; mais ils n'ont aucun côté commun entr'eux. Ainsi ce ne sont point deux Cercles osculateurs qui se confondent en un, & qui forment un seul Cercle qui ait ou trois ou quatre côtés communs avec la Courbe, comme dans les autres cas que l'on a vus. Il est clair qu'en ces cas-là les Cercles osculateurs qui se confondoient, avoient la même position, ou, ce qui revient au même, leurs concavités tournées du même côté.

Il est établi chés les Géomètres, que le Rayon osculateur est la mesure de la courbure des Courbes. Elle est plus petite quand il est plus grand, & au contraire; & par conséquent au point où une Courbe aura une courbure nulle, elle aura un Rayon osculateur infini, & elle en aura un infiniment petit au point où la courbure sera infinie. M. Varignon trouve aisément par sa Théorie les grandeurs des

Rayons osculateurs de chaque Développante, & par conséquent la différente courbûre de ces Courbes. Il arrive à un Paradoxe assez étonnant, déjà avancé par feu M. le Marquis de l'Hôpital, c'est que dans le point d'inflexion, qui paroît formé de la même manière dans toutes les Courbes, & également constitué, le Rayon osculateur est quelquefois infini, quelquefois nul, c'est-à-dire, la courbûre quelquefois nulle, quelquefois infinie. Cette matière demanderoit des réflexions qui nous meneroient trop loin. La Géométrie a ses mystères, dont on sçait déjà que plusieurs ne sont que des mystères apparents, puisqu'ils ont cessé de l'être quand on les a approfondis. Il est à souhaiter qu'ils soient tous de la même espèce.

SUR LES POLIGONES

INSCRITS OU CIRCONSCRITS AU CERCLE.

V. les M. p. 76

INSCRIRE dans un Cercle un Poligone *régulier*, c'est-à-dire, dont tous les côtés sont égaux, c'est le disposer de manière au-dedans d'un Cercle, que chacun de ses côtés en coupe la circonférence par ses deux extrémités; & le circonscrire au Cercle, c'est le disposer de manière au-dehors du Cercle, que chacun de ses côtés en touche par son milieu la circonférence. Chaque côté d'un Poligone inscrit est donc la corde d'un arc de cercle égal à celui dont chaque autre côté est la corde, & de même tous les côtés d'un Poligone circonscrit sont les Tangentes d'arcs de Cercle égaux, & si les deux Poligones, l'inscrit & le circonscrit ont le même nombre de côtés, les côtés de l'un sont cordes, & ceux de l'autre tangentes des mêmes arcs.

Un Poligone quelconque étant inscrit dans un Cercle; si l'on y en veut inscrire un autre qui ait deux fois plus de côtés, il ne faut que couper en deux chaque arc soutenu par chaque côté du premier Poligone, & tirer deux nouvelles

cordes aux deux nouveaux arcs, & il est clair que cette division se peut continuer tant qu'on voudra selon la progression sôûdouble.

La moitié de la corde d'un arc de Cercle est le sinus de l'arc, qui est la moitié de celui que la corde sôûtient. Ainsi le double d'un sinus quelconque est la corde d'un certain arc, & par conséquent le côté d'un certain Poligone inscrit. Par exemple, le double du sinus de l'arc de 60 est la corde de l'arc de 120, & le côté du triangle équilatéral, le moindre de tous les Poligones qui se peuvent inscrire dans le Cercle. Le double du sinus de 30 est la corde de l'arc de 60, & le côté de l'Exagone. Le double du sinus de 15 est la corde de 30, & le côté du Dodecagone, &c. D'où l'on voit qu'un arc quelconque étant donné, si l'on sçait trouver le sinus de sa moitié, on trouvera de suite les côtés de tous les Poligones, qui auront toujours un nombre de côtés double.

M. Saulmon donne une formule générale pour tirer du sinus donné d'un arc le sinus de sa moitié, & par conséquent pour inscrire perpétuellement dans le Cercle des Poligones, dont chacun aura deux fois plus de côtés que le précédent. Il n'entre dans cette formule que le Rayon du Cercle, & le sinus donné, ou, ce qui revient au même, le dernier sinus qu'on aura trouvé en poursuivant toujours la division de l'arc.

La même méthode de M. Saulmon s'étend aux Poligones circonscrits, à cela près qu'il faut prendre les tangentes des arcs au lieu de leurs cordes. La formule générale ne comprend que les deux mêmes grandeurs.

Ainsi, quel que soit le premier Poligone inscrit ou circonscrit au Cercle, on peut ensuite inscrire & circonscrire à ce même Cercle à l'infini, des Poligones d'un nombre de côtés toujours double; & il est visible que plus le nombre de leurs côtés augmente, moins le circuit & l'aire des circonscrits surpassent la circonférence & l'aire du Cercle, & moins le circuit & l'aire des inscrits sont surpassés par la

même circonférence & la même aire; de sorte que les divisions étant poussées jusqu'à l'infini, il paroît nécessaire que les circonscrits d'un côté & les inscrits de l'autre se confondent absolument avec le Cercle.

M. Saulmon démontre, que si en faisant la division des arcs, ou, ce qui revient au même, en doublant le nombre des côtés d'un Poligone quelconque inscrit ou circonscrit, on vient à trouver par la formule générale, que la différence du carré du Rayon du Cercle, & du carré du sinus immédiatement précédent, ne soit pas un carré parfait, ce qui emporte que la racine carrée de cette différence soit un nombre incommensurable; alors les circuits de tous les Poligones inscrits & circonscrits qui suivront, seront incommensurables avec le Rayon du Cercle, & leurs aires incommensurables avec le carré de ce Rayon. En un mot, dès que par la voye que nous venons de marquer, l'incommensurabilité sera entrée dans un Poligone, elle se maintiendra dans tous les Poligones suivans, tant à l'égard du circuit que de l'aire.

Cette incommensurabilité se trouve presque toujours dès le premier Poligone. Elle est, par exemple, dans le Triangle équilatéral, dans le Carré, dans le Pentagone; & s'il y a quelque premier Poligone où elle ne soit pas, il est sûr qu'elle entrera bien-tôt dans quelque Poligone suivant, après quoi elle ne sortira plus de cette suite.

Reste à sçavoir si elle se soutient jusque dans l'Infini, c'est-à-dire, jusqu'au terme où les Poligones inscrits & circonscrits se confondent avec le Cercle. En ce cas, il seroit certain que les circuits de ces Poligones, ou la circonférence du Cercle seroit incommensurable avec le Rayon, & l'aire du Cercle incommensurable avec le carré du Rayon.

Le sujet d'en douter est que l'incommensurabilité de deux grandeurs consiste dans un certain excès de l'une sur l'autre. Cet excès peut toujours demeurer égal, ou même augmenter pendant une progression infinie; mais il peut aussi diminuer, & alors il deviendroit nul dans l'infini, & l'incommensurabilité cesseroit.

Mais il y a bien de l'apparence qu'elle se conserve jusques dans l'infini entre la circonférence du Cercle & son Rayon, ou entre l'aire & le quarré du Rayon. Car on n'a pû, du moins jusqu'ici, trouver le rapport de ces grandeurs, que par des suites infinies; ce qui est une marque d'incommensurabilité.*

Quand ces grandeurs seroient incommensurables, ce ne seroit pas à dire que la Quadrature du Cercle fût impossible. Il faudroit & qu'elles fussent incommensurables, & que leur rapport ne pût absolument être exprimé que par des suites infinies, car alors il seroit bien sûr que la somme finie de ces suites ne se pourroit jamais trouver.

* V. l'Hist.
de 1711. p.
62. & suiv.

SUR LES INTERSECTIONS

DES COURBES.

QUE deux Sections Coniques se puissent couper en 4 points, c'est une chose qui faute aux yeux. Si une Parabole, par exemple, rencontre par ses deux côtés, qui sont les deux demi-Paraboles, une circonférence de Cercle qu'elle coupe, & dans laquelle par conséquent elle entre, il faut nécessairement qu'elle en sorte, & elle n'en peut sortir qu'en coupant encore le Cercle en deux points. Il en va de même des autres Sections Coniques prises deux à deux, il n'y a qu'à leur donner entr'elles une disposition convenable pour l'Intersection en 4 points. Comme toutes ces Courbes sont formées de deux moitiés égales & semblables séparées par un axe que chacune d'elles regarde par sa concavité, la disposition qu'on donne naturellement à deux Sections Coniques, pour faire qu'elles se coupent en 4 points, est de les décrire sur un axe, ou du moins sur un diamètre commun, de sorte que chacune des deux Courbes ait sa moitié, ou du moins une portion de cette moitié d'un

V. les M. p.
243. & 261.

côté de cet axe ou diamètre, & l'autre moitié ou une portion de l'autre côté. Enfin quand elles se coupent en 4 points, on imagine naturellement que deux intersections se font dans deux branches ou portions de chaque Courbe, concaves toutes deux vers un certain diamètre, & les deux autres intersections dans deux autres branches ou portions concaves du côté opposé du même diamètre.

Aussi quand M. Rolle apporta à l'Académie cette Proposition, Qu'une demi-Parabole & une demi-Hyperbole pouvoient se couper en 4 points, de manière que dans toute l'étendue où se faisoient les 4 intersections, les portions de chacune de ces deux Courbes fussent toujours concaves du même côté d'un diamètre; les Géomètres furent d'abord surpris du Paradoxe. M. de la Hire & M. Saurin se mirent à l'examiner, & le trouvèrent vrai. Si quelqu'un a fait cette observation singulière avant M. Rolle, du moins ne s'en souvint-on point, & c'est un grand préjugé qu'elle est nouvelle. Quoique nouvelle & singulière, on peut cependant, maintenant qu'elle est éclaircie, être étonné qu'elle n'ait pas encore été faite; en voici le développement.

Tous les Géomètres conviennent, & nous l'avons dit bien des fois, qu'une Equation déterminée du quatrième degré, se construit par deux Sections Coniques, qui pouvant se couper en 4 points, donneront par les Ordonnées communes qu'elles auront en ces points, les 4 Racines de l'Equation, supposé qu'elles soient toutes quatre réelles. Le plus ordinairement ces Racines réelles sont mêlées de positives & de négatives. Les positives sont des Ordonnées qui doivent être au-dessus du diamètre par rapport auquel on a décrit les deux Courbes, & les négatives sont des Ordonnées tirées au-dessous de ce diamètre. Par conséquent en ce cas les intersections se font tant au-dessus qu'au-dessous du diamètre, c'est-à-dire, dans des branches ou portions des deux Courbes, dont les concavités sont tournées vers des côtés opposés.

De plus

, De plus, quand on a une Équation à construire, on ne manque point, pour rendre la construction plus simple & plus élégante, de faire évanouir le second terme. Or cet évanouissement ne peut arriver que quand la somme des Racines positives est égale à la somme des négatives. On a donc alors un mélange des unes & des autres, & par conséquent les deux Courbes par le moyen desquelles se fait la construction, se coupent des deux côtés, d'un même axe ou diamètre.

Mais pourquoi ce cas est-il le seul auquel on a fait attention? Ne peut-on pas mettre dans une Équation déterminée du quatrième degré 4 Racines réelles & positives? Alors elle se construira encore par deux Sections Coniques, puisqu'elle est toujours du quatrième degré, & les 4 Racines étant positives, les deux Courbes auront 4 Ordonnées communes au-dessus du même diamètre, & par conséquent se couperont en 4 points, & dans toute l'étendue de ces 4 intersections elles auront leurs concavités tournées du même côté. C'est-là tout le mystère.

Comme l'Équation déterminée du quatrième degré ne peut avoir que 4 Racines, les deux Sections Coniques ne se peuvent couper qu'en 4 points, & quand les deux portions concaves, toutes deux du même côté, ont eu les 4 intersections, les deux Courbes ne se peuvent plus couper dans leurs autres portions ou branches.

L'étendue dans laquelle se feront les 4 intersections, dépend de la différence qui est entre les 4 Racines positives de l'Équation. Si l'une, par exemple, est 1, l'autre 6, l'autre 20, la dernière 50, il est clair que les Ordonnées qu'elles représentent, ne pourront se trouver que dans une assez grande étendue des deux Courbes auxquelles elles sont communes, au lieu qu'elles se trouveroient dans une étendue beaucoup moindre, si les 4 racines étoient 1, 2, 3, 4. On peut donc trouver les 4 intersections avec la condition que M. Rolle y a observée, dans une étendue des deux Courbes, aussi grande & aussi petite qu'on voudra, cela

dépendra du plus ou moins d'inégalité des 4 Racines, & cette étendue peut être si petite, qu'il sera impossible d'y tracer actuellement les 4 intersections, & presque inconcevable qu'elles y soient réellement.

Si les deux Sections Coniques avoient le même sommet, il seroit impossible que les 4 intersections se fissent du même côté; car les deux Courbes partant, pour ainsi dire, du même point, & ayant de part & d'autre de leur axe commun deux moitiés égales & opposées, il seroit nécessaire que ce qui arriveroit d'un côté de cet axe arrivât aussi de l'autre, & par conséquent qu'il y eût deux intersections de chaque côté, & non pas quatre d'un seul.

Si dans l'Equation déterminée il y avoit deux Racines égales, les deux Sections Coniques ne se rencontreroient qu'en 3 points, parce que deux Racines ou Ordonnées égales produisent un point d'attouchement, qui en vaut deux d'intersection; & s'il y avoit 3 Racines égales, les deux Courbes ne se rencontreroient qu'en deux points; je dis dans les deux cas *rencontreroient*, parce que dans le premier les Courbes se toucheroient en un point sans se couper, & se couperoient en deux autres, & que dans le second cas, les Courbes se couperoient & se toucheroient en un point, & se couperoient simplement en un autre. La raison en est, que deux Racines ou Ordonnées égales communes à deux Courbes, donnent un attouchement sans intersection, & que trois donnent un attouchement avec intersection, selon ce que nous avons expliqué dans l'Histoire

p. 90. & suiv. de 1710.

Si l'on a à construire une Equation déterminée du quatrième degré dont les 4 Racines soient réelles & positives, il est sûr d'abord qu'elle se doit construire par deux Sections Coniques, dont on peut prendre l'une arbitrairement, & par conséquent ce peut toujours être un Cercle, qui se comblera avec l'autre Section Conique, que l'Equation donnera nécessairement. Mais le Cercle entier ne peut pas servir à cette construction, car la moitié de ses Ordonnées

sont positives, & l'autre moitié négatives, & ici il ne faut que des Racines ou Ordonnées positives. Voilà donc déjà le Cercle réduit au demi-Cercle, seul utile à la construction. Si les 4 Racines sont inégales, il est clair qu'elles se prennent toutes 4 dans le même quart-de-Cercle. S'il y en a 2 égales, il est bien vrai qu'il pourroit y en avoir une dans un quart de Cercle, & l'autre dans l'autre; mais il est vrai aussi qu'elles peuvent être dans le même quart-de-Cercle, où elles seront infiniment proches, & répondront à une Tangente, & de plus elles y doivent être, parce qu'étant communes aux deux Courbes, il faut qu'elles répondent à une Tangente qui leur soit commune, & par conséquent à un point d'attouchement des deux Courbes; ce qui ne se peut que dans le même quart-de-Cercle. Donc il n'y aura qu'un seul quart-de-Cercle utile à la construction, & dans cette seule étendue se feront toutes les intersections dont il s'agit, les concavités des deux Courbes étant toujours tournées du même côté.

On comprend aisément que cette Théorie des intersections peut s'appliquer aux Equations plus élevées que le quatrième degré, & qui se construiront par des Courbes plus élevées aussi que les Sections Coniques. Toute idée particulière devient générale dès qu'on la dépouille de ses circonstances individuelles, & qu'on la réduit à ce qu'elle peut avoir de commun avec d'autres idées.

SUR UN ESPACE CIRCULAIRE

Q U A R R A B L E.

COMME les Géomètres, du moins les habiles, désespèrent de la Quadrature du Cercle, c'est une espece de consolation pour eux de trouver celle de quelque espace circulaire. Hipocrate de Chio est le premier que l'on sçache qui s'en soit avisé, en démontrant l'égalité de la Lunule qui

porte son nom avec un espace rectiligne. On a vû dans
 * p. 79. & suiv. l'Histoire de 1701, * jusqu'où les Géomètres modernes
 * p. 63. avoient poussé cette première idée, & dans celle de 1703, *
 d'autres quadratures de certaines portions de Cercle, qui
 sont dûes à M. Varignon. En dernier lieu, M. Saulmon
 a trouvé une autre quadrature d'un espace circulaire toute
 différente.

Si quatre Cercles égaux se touchent, & sont disposés de
 sorte que leurs quatre centres étant joints par des lignes
 droites, ces lignes fassent un quarré, il restera entre les 4
 Cercles un espace quadrilatere, dont les 4 côtés égaux
 seront chacun l'arc d'un quart-de-Cercle. Si ces 4 Cercles,
 se touchant toujours, sont disposés de manière que les droites
 qui joignent leurs centres fassent un Rhombe ou Losange, il
 restera de part & d'autre d'un des points d'attouchement
 deux espaces égaux, formés chacun de trois arcs de Cercles
 égaux, ou deux triangles circulaires égaux, & tous deux
 équilatéraux. La grandeur des côtés circulaires de chacun
 de ces triangles dépend de l'angle aigu du Rhombe, qui naît
 des 4 Cercles disposés de cette seconde manière; plus cet
 angle est petit, plus ces côtés circulaires le sont aussi, & au
 contraire.

Le quadrilatere circulaire, que laissent entr'eux les Cercles
 dans la première disposition, est évidemment plus grand
 que les deux triangles circulaires qu'ils laissent pareillement
 entr'eux dans la seconde. Mais il est aisé de prendre dans la
 moitié du quadrilatere une portion égale à un des triangles,
 & cela fait, il reste une portion du quadrilatere, qui est encore
 curviligne & circulaire. Cette portion est la moitié de la
 différence qui est entre le quadrilatere & les deux triangles,
 & c'est elle ou l'espace qui en est le double, que M. Saulmon
 va quarrer.

Le Quarré & le Rhombe, formés dans les deux dispo-
 sitions des Cercles par les lignes qui joignent les 4 centres,
 sont deux espaces rectilignes. Le premier est le Quarré du
 diametre des Cercles, le second est un Rhombe fait sur

ce même diamètre, & dont les angles sont connus. Par conséquent on a ces deux espaces, & l'excès du Quarré sur le Rhombe, qui est aussi un espace rectiligne. D'un autre côté le Quarré & le Rhombe comprennent chacun quatre secteurs circulaires, & la somme de ces quatre secteurs est nécessairement égale dans chacun. Donc en les retranchant tous quatre de part & d'autre, la différence des deux restes est la différence du Quarré & du Rhombe. Or les deux restes sont l'un le Quadrilatere circulaire, & l'autre les deux Triangles circulaires. Donc leur différence que nous venons de voir qui est un espace circulaire déterminé, est égale à la différence du Quarré & du Rhombe, qui est un espace rectiligne.

On voit que le point capital d'où tout ceci dépend, est que le Quarré & le Rhombe comprennent des secteurs circulaires, qui font de part & d'autre une somme égale; c'est-là ce qui fait que quand on les a retranchés il reste des espaces curvilignes, dont la différence est celle du Quarré & du Rhombe. Il suit donc de-là que l'on trouveroit encore des quadratures de même espece, en prenant des Cercles inégaux que l'on disposeroit différemment, & en formant par la jonction de leurs centres d'autres Poligones que le Quarré & le Rhombe, pourvû que ces nouveaux Poligones comprissent entre leurs angles des secteurs circulaires dont les sommes fussent égales.

En général, tout l'art de ces sortes de quadratures consiste à retrancher de deux espaces connus, des espaces curvilignes égaux ou communs, de sorte que les restes soient des espaces curvilignes d'un côté & rectilignes de l'autre, qui soient égaux, ou qui ayent un rapport connu. La Lunule d'Hippocrate, & la Quadrature de M. Saulmon, quoique si différentes, se réduisent également là.

Nous renvoyons entièrement aux Mémoires
L'Ecrit de M. de la Hire sur les Trapezes.

H iij

V. les M. p.
222.

ASTRONOMIE.

SUR LA FIGURE DE LA TERRE.

V. les M.
p. 188.

NOUS ne parlerons point des différentes Figures qu'on a autrefois données à la Terre comme au hazard, l'une n'avoit pas plus de fondement que l'autre, & chaque Philosophe révoit à son gré. Il y a fort long-temps que la raison a décidé pour la Figure Sphérique, & que l'on s'en tient là. Il n'est plus question que de sçavoir si cette Figure est exactement Sphérique, ou si elle ne tient pas un peu du Sphéroïde ou de l'Ovale.

* V. l'Hist.
de 1700. p.
114. & suiv.

Les raisonnemens tirés de la différente longueur du Pendule en différens climats, ou de l'inégalité de la force centrifuge, qui résulte du mouvement journalier de la Terre,* sont peut-être un peu trop subtils pour produire une certaine conviction, on peut même n'être pas encore assez sûr des principes, & les conséquences peuvent quelquefois être différentes. Ainsi il paroît qu'il vaut mieux n'employer dans cette recherche, comme fait M. Cassini, que des observations incontestables, & qui aillent directement à décider la question.

* p. 96.

Nous avons dit dans l'Hist. de 1701, * que feu M. Cassini avoit trouvé que dans la Méridienne tirée par toute l'étendue de la France les degrés alloient en diminuant du Midi vers le Septentrion, c'est-à-dire, que deux lieux sur la Terre, qui différoient entr'eux d'un degré de latitude, étoient moins éloignés l'un de l'autre s'ils étoient plus Septentrionaux. M. Cassini remarque, que cette même inégalité se trouve dans d'autres mesures d'un degré faites

en d'autres climats par d'habiles Mathematiciens, comme Snellius & le P. Riccioli. Sur ce fondement on suppose, avec beaucoup de vraisemblance, qu'il en est de même dans tout le reste de l'étendue d'un Méridien, ou plutôt d'un quart de Méridien.

Il semble d'abord que puisque les degrés de latitude terrestre vont en diminuant de l'Equateur vers le Pole, un Méridien terrestre doit être plus petit que l'Equateur dont tous les degrés sont égaux; car il est assés naturel de concevoir le premier degré de latitude terrestre égal à un degré de l'Equateur, & de-là il suit que la Terre est un Globe applati vers les Poles. Mais c'est une erreur qui a été avancée dans l'endroit qu'on vient de citer. M. Cassini démontre au contraire que de l'inégalité des degrés de latitude terrestre telle qu'on la pose ici, il suit qu'un Méridien terrestre est plus grand que l'Equateur, & que la Terre est un Sphéroïde dont le plus grand axe va d'un Pole à l'autre, & le plus petit est le diametre de l'Equateur.

Un Méridien terrestre est donc une Ellipse, & le premier degré d'un quart de ce Méridien, à compter depuis l'Equateur, est plus grand qu'un des degrés de l'Equateur, tous égaux-entr'eux. La raison essentielle en est, que l'Ellipse est moins courbe & plus approchante d'une ligne droite, lorsqu'elle est parallele à son grand axe, que lorsqu'elle lui est perpendiculaire. Dans le point où le Méridien elliptique coupe l'Equateur, il est parallele à son grand axe, donc en ce point-là, & aux environs de part & d'autre, il est moins courbe que vers les Poles. S'il n'étoit qu'une ligne droite, ce qui emporteroit que la superficie de la Terre fût plate, on s'éloigneroit de l'Equateur à l'infini sur cette ligne, sans acquérir un degré de latitude, donc le Méridien étant courbe, moins il l'est, plus il faut en parcourir une grande portion pour s'éloigner de l'Equateur de la valeur d'un degré de latitude; donc le Méridien elliptique peut être, & il est en effet dans le cas présent, de telle courbûre, que ce qu'il en a vers l'Equateur étant moindre que la courbûre

toûjours uniforme de l'Equateur, qui est un Cercle, il faut que le premier degré de latitude sur ce Méridien soit plus grand qu'un degré de l'Equateur. Les degrés suivans du Méridien sont aussi plus grands que ceux de l'Equateur, jusqu'à un certain point où ils deviennent égaux, après quoi ils sont toûjours plus petits jusqu'au Pole, & on voit que la suite décroissante des degrés du Méridien fait une plus grande somme que la suite toûjours égale des degrés de l'Equateur.

Une Ellipse quelconque étant supposée, M. Cassini donne une méthode géométrique de la diviser en degrés inégaux, de sorte qu'on aura sur le Méridien elliptique les lieux de la Terre inégalement éloignés, qui différeront entr'eux d'un degré de latitude.

Il ne s'agit plus que de déterminer de quelle espece est l'Ellipse du Méridien terrestre. Toute la nature d'une Ellipse dépend de la proportion du grand axe au petit, ou, ce qui revient au même, de la proportion du grand axe à la distance des deux foyers, qui est une partie de cet axe. Il faut prendre ces proportions telles qu'elles rendent les inégalités qu'on a trouvées par observation entre les degrés de latitude terrestres.

On a vû en 1701, que feu M. Cassini remarquoit, du moins dans l'étenduë terrestre qui a été mesurée, un certain rapport entre l'Ellipse de l'Orbite de la Lune & celle d'un Méridien de la Terre. M. Cassini a cherché aussi si l'Ellipse de l'Orbite Lunaire, où la distance des foyers est la vingt-troisième partie du grand axe, pourroit être de la même espece qu'un Méridien; mais cette hipothese s'éloigne trop des observations, & il faut, pour les retrouver justes, poser que la distance des foyers dans l'Ellipse de la Terre, est la moitié plus grande par rapport au grand axe, c'est-à-dire, qu'elle en est environ la onzième partie. A ce compte l'Ellipse de la Terre est beaucoup plus Ellipse, pour ainsi dire, & plus différente d'un Cercle, que celle de l'Orbite de la Lune.

Si l'on

Si l'on pose le grand axe de la Terre de 3 000 lieues, la onzième partie, qui sera un peu plus de 272 lieues, sera la distance des foyers, ce qui donne pour le petit axe ou diamètre de l'Équateur 2986 lieues, c'est-à-dire, que ce petit axe ne sera plus petit que le grand que de 14 lieues; différence assez légère, & qui n'empêche pas la Terre d'être sensiblement Sphérique. Il faut cependant aller jusqu'à cette précision, pour connoître la cause de l'inégalité des degrés terrestres de latitude. Si Jupiter est ovale, comme il l'a paru quelquefois à feu M. Cassini, il faut qu'il le soit bien davantage pour le paroître de si loin.

- M. Cassini trouve en calculant son Ellipse selon sa méthode, que vers l'Équateur & vers le Pole la différence des degrés est si petite qu'elle ne va qu'à 2 ou 3 pieds, & qu'au parallèle de 45 degrés elle est d'environ 11 toises $\frac{1}{2}$, plus grande que par tout ailleurs. Heureusement la Méridienne de la France a été tirée du cinquante au quarantième degré, & c'est ce qui a rendu sensible la différence des degrés. Le même ouvrage fait en d'autres Pays n'auroit pas produit cette connoissance.

On peut d'abord être étonné que la courbûre de l'Ellipse aille toujours en croissant, ainsi que nous l'avons dit, de l'Équateur jusqu'au Pole; ce qui est nécessaire afin que les degrés diminuent, & que cependant les différences des degrés vers l'Équateur & vers le Pole soient fort petites & égales. Cela vient de ce que c'est l'augmentation perpétuelle de la courbûre qui fait la diminution perpétuelle des degrés, & la manière dont la courbûre augmente, qui fait aussi la manière dont les degrés diminuent. Depuis l'Équateur jusqu'au quarante-cinquième parallèle la courbûre augmente de plus en plus, & par conséquent c'est vers l'Équateur qu'elle augmente le moins, & que les degrés, plus grands que par tout ailleurs, approchent le plus d'être égaux entr'eux. Depuis le quarante-cinquième parallèle la courbûre augmente encore, mais de moins en moins, de sorte que vers le Pole les degrés, plus petits que par tout ailleurs, approchent plus de l'égalité.

En un mot, la courbûre croît toûjours depuis l'E'quateur jusqu'au Pole, mais la différence de la courbûre ne croît que depuis l'E'quateur jusqu'au quarante-cinquième parallele, & de-là jusqu'au Pole elle décroît.

Dans l'Ellipse de M. Cassini, les degrés décroissans d'un Méridien terrestre surpassent toûjours les degrés égaux de l'E'quateur jusqu'au cinquante-quatrième parallele, où le degré du Méridien n'est pas plus grand qu'un degré de l'E'quateur. Après cela les degrés du Méridien sont toûjours plus petits que ceux de l'E'quateur.

Il n'est presque pas nécessaire de remarquer que dans l'hypothese de la Terre sphérique toutes les lignes perpendiculaires à sa surface, comme sont toutes les directions des corps pesans, doivent concourir au centre de la Terre, mais non pas dans l'hypothese de la Terre elliptique; parce que les lignes perpendiculaires à la circonférence d'une Ellipse ne concourent pas à son centre, mais seulement tombent toutes à quelque distance du centre de part & d'autre. Comme la Terre est peu elliptique, cette différence sera peu considérable, & pourra être négligée sans erreur. L'extrême précision n'a presque d'autre usage que de contenter l'esprit philosophique.

SUR LES TACHES DU SOLEIL.

Les temps de l'apparition des Taches du Soleil ne sont nullement réglés. Depuis 1695, par exemple, jusqu'en 1700, on n'en avoit point vû. Depuis 1700, nos Histoires en ont été pleines jusqu'en 1710, où l'on n'en vit qu'une, il semble qu'elles tiraient à leur fin. En 1711 & 1712, on n'en a point observé, & il en a paru une seule en 1713 au mois de Mai. Elle n'a été observée que depuis le 19 jusqu'au 26, M. Cassini l'ayant rapportée, suivant sa méthode ordinaire, sur la figure qui représente le disque du Soleil avec son E'quateur, & les Poles de sa révolution de 27 jours $\frac{1}{2}$, il a trouvé qu'elle dût passer par le

milieu du disque apparent le 25 Mai sur les 5 heures du soir, avec une latitude Méridionale de 14 à 15 degrés.

OBSERVATION ASTRONOMIQUE.

LE 6 Décembre à 8 heures 40' du matin, l'horizon étant chargé de vapeurs épaisses, M. Cassini aperçut autour du Soleil un cercle lumineux, qui étoit interrompu par quelques foibles nuages. Le Soleil en étoit le centre, & deux Parhélies mal terminés étoient aux deux extrémités du diamètre horizontal, qui étoit environ de 43°. La lumière de ce Cercle diminua peu à peu, & le Soleil s'étant élevé au-dessus des vapeurs, il n'en resta aucun vestige à 9 heures & demie.

NOus renvoyons entièrement aux Mémoires

L'Ecrit de M. Maraldi sur une Etoile du Cygne qui paroît & disparaît. V. les M. p. 47.

La description d'une Machine à porter de grands Verres inventée par M. Bianchini. V. les M. p. 299.

Et les Observations de l'Eclipsé Lunaire du 2 Décembre, faites par M^{rs}. de la Hire, Cassini & Maraldi. V. les M. p. 318. & 321.





ACOUSTIQUE.

SUR LES CORDES SONORES, ET SUR UNE NOUVELLE DETERMINATION DU SON FIXE.

V. les M. p.
324

DES Cordes d'Instruments de Musique étant supposées de même matière, il n'y a que trois choses qui puissent faire varier leur son, ou, pour parler plus exactement, leur ton; la longueur, la grosseur & la tension. On sçait par expérience selon quel rapport chacune de ces trois choses fait varier le ton d'une Corde sonore, & il n'y a plus sur cela de doute ni entre les Musiciens, ni entre les Géomètres. Il faut se souvenir que l'on entend par un son ou ton le nombre de vibrations qu'une Corde fait dans un temps déterminé, & par le rapport de deux sons ou tons, le rapport des nombres de différentes vibrations faites en même temps.

Si deux Cordes ne diffèrent qu'en longueur, leurs tons sont en raison renversée des longueurs.

Si deux Cordes ne diffèrent qu'en grosseur, leurs tons sont en raison renversée de leurs diamètres.

Quant à la tension des Cordes, pour la mesurer régulièrement il faut les concevoir tendues ou tirées par des poids, & alors, tout le reste étant égal, les tons de deux cordes sont en raison directe des racines quarrées des poids qui les tendent, c'est-à-dire, par exemple, que le ton d'une Corde tendue par un poids 4 fois plus grand, est d'une

octave au-deffus du ton de la Corde tendue par le poids qui n'est que 1.

Donc à rassembler tout, le nombre des vibrations d'une corde en un temps déterminé est d'autant plus grand, ou le son de la Corde d'autant plus aigu, que la racine du poids qui la tend est plus grande, qu'elle est moins longue, & que son diametre est plus petit, & par conséquent l'expression algébrique générale du rapport de ces trois grandeurs, est celle du son d'une Corde en général, & elle comprend toutes les variétés imaginables dont ce son est susceptible.

M. Sauveur, qui, comme on l'a vû dans plusieurs des Volumes précédents, a entrepris de faire une nouvelle science d'Acoustique, a cherché quelque ligne déterminée par Géométrie, qui eût rapport au son exprimé, comme nous venons de dire, ce qui ne peut manquer d'être fort utile dans toute cette Théorie.

Pour cela, il a considéré qu'une Corde horizontale attachée fixement par une de ses extrémités, passant par dessus une Poulie, & tirée à son autre extrémité par un poids, n'est jamais tirée par un si grand poids qu'elle ne se courbe entre son extrémité fixe & la Poulie. La raison en est, comme tout le monde sçait, que son propre poids, quelque petit qu'il soit, a toujours quelque rapport au poids étranger qui la tire tant qu'il est fini, & par conséquent son poids la courbe toujours un peu, & pour cesser de la courber, & la laisser parfaitement en ligne droite, il devoit être infiniment petit. Il faut donc concevoir la Corde entre son extrémité fixe & la Poulie comme un arc de Courbe, dont la soutendante est la droite tirée de l'extrémité fixe à la Poulie. M. Sauveur appelle *Flèche* la ligne tirée du milieu de cet arc perpendiculairement à la soutendante.

Cela posé, une Corde se courbe d'autant plus, ou ce qui est le même, la Flèche de l'arc qu'elle forme est d'autant plus grande 1°. Que le Poids qui tend la Corde est plus petit. 2°. Que la Corde est plus pesante. 3°. Qu'elle

est plus longue. Les deux 1.^{res} conditions sont évidentes ; pour la 3.^{me} il est aisé de s'en convaincre en faisant réflexion que quand deux Cordes inégales en longueur seroient également pesantes & tendues par des poids égaux, il seroit encore impossible , à cause de l'inégalité de leur longueur , que la Flèche de la plus longue ne fût la plus grande. Car ces deux Cordes étant conçues comme deux arcs de Courbes divisés en un nombre infini égal de côtés infiniment petits, les angles du premier & du dernier côté d'un arc avec sa soutendante, & ceux que feront entr'eux tous les autres côtés du même arc , seront égaux aux angles correspondants de l'autre arc , chacun à chacun , & cela à cause de l'égalité supposée des poids ; mais les côtés du plus grand arc étant tous plus grands, le premier, par exemple, qui fera le même angle avec la soutendante que le premier de l'autre arc, descendra plus bas , parce qu'il sera plus grand , & ainsi des autres.

Une Corde étant un cilindre, sa solidité ou son poids est le produit de sa longueur par sa base circulaire, ou, comme il ne s'agit ici que de rapports, & que les cercles sont comme les quarrés de leurs diametres, c'est le produit de la longueur par le quarré du diametre.

Donc une Flèche est d'autant plus grande 1.^o Que le poids qui tend la corde est plus petit. 2.^o Que la longueur de la Corde & le quarré de son diametre sont plus grands. 3.^o Que la longueur de la Corde est plus grande ; & puisque la longueur entre deux fois dans cette expression de la Flèche, elle est d'autant plus grande que le poids qui tend la Corde est plus petit , & que les quarrés de la longueur & du diametre de la corde sont plus grands.

Donc l'expression algébrique de la grandeur du son ou du nombre de vibrations d'une corde en un temps déterminé, & l'expression de la grandeur de la Flèche ne contiennent que les mêmes grandeurs, & ne diffèrent qu'en deux points. 1.^o La grandeur du son & celle de la Flèche dépendent également de ce que certaines grandeurs sont

plus grandes par rapport à d'autres plus petites, mais du son à la Flèche cela se renverse, c'est-à-dire, que les grandeurs qui dans l'expression du son doivent être plus grandes, sont celles qui dans l'expression de la Flèche doivent être plus petites, & réciproquement. 2.^o L'expression du son ne prend que les racines quarrées des mêmes grandeurs dont l'expression de la Flèche prend les quarrés. De-là il suit que les sons ou les nombres des vibrations sont en raison renversée des racines quarrées des Flèches. Et comme la grandeur de la Flèche est composée de trois différentes grandeurs qui peuvent se combiner d'une infinité de manières, la longueur, la grosseur & la tension de la Corde, quelque différentes que soient deux Cordes en ces trois points, leurs tons sont égaux, pourvû que leurs Flèches soient égales, de sorte que tout se réduit à la considération des Flèches.

Quoique ce qui vient d'être dit puisse suffire pour établir cette importante proposition d'Acoustique, & même pour l'établir sur ses fondemens essentiels, M. Sauveur la démontre d'une manière toute différente & plus géométrique. Comme il procède par des rapports de lignes, il a besoin de prendre quelquefois pour égales des lignes qui ne sont que très-peu différentes, mais il a soin de calculer exactement leur différence, & de faire voir qu'elle est nulle, non pas en Géométrie, mais en Acoustique, c'est-à-dire, que des sons qui ne différeroient pas davantage, ne seroient jamais reconnus par l'Oreille la plus fine pour être différents. La Géométrie pure ne roule que sur des idées de l'Esprit, qui n'est jamais obligé de s'arrêter, & de-là vient que la précision de la Géométrie n'a point de limites; mais celle des Mathématiques mixtes en a nécessairement, parce qu'elles roulent sur des effets bornés de la matière, ou dépendent des Organes grossiers de nos sens.

Les sons étant en raison renversée des racines des Flèches, M. Sauveur tire de ce Théoreme une manière de déterminer combien un son quelconque fait de vibrations dans un certain temps.

Dans la corde qui sonne le *C Sol Ut* du bas du Clavecin, c'est-à-dire, dans celle qui a le ton le plus bas du Clavecin, & par conséquent la plus grande Flèche, M. Sauveur a trouvé par expérience que la Flèche étoit à la soutendante de la corde courbée, ou, ce qui est le même à très-peu près, à la corde comme 1 à 1600. Si l'on suppose que la corde courbée soit un arc de cercle, car une si petite courbure ne différera jamais sensiblement, ou *acoustiquement* d'une courbure circulaire, on trouvera par le rapport de la Flèche qui est un sinus versé à la moitié de la soutendante qui est le sinus de l'arc, que l'arc est environ d'une demiminute de degré. Cet arc fait ses vibrations autour de la soutendante. Il faut concevoir chaque point de l'arc comme un poids attaché à l'extrémité d'une verge, qui est la ligne tirée de ce point de l'arc à la soutendante parallèlement à la Flèche. Voilà donc une infinité de petits Pendules parallèles entr'eux qui font leurs vibrations ensemble, & le plus grand de tous est la Flèche. Les grands font leurs vibrations plus lentement, & les petits plus vite, d'où il suit qu'étant tous attachés ensemble, ils se modifient les uns les autres, & que le tout, c'est-à-dire l'arc, prend une vitesse moyenne plus grande que celle d'un Pendule simple qui seroit égal à la Flèche, & plus petite aussi que celle des plus petits Pendules simples conçus dans cet arc. De-là

* V. l'Hist. de résulter un centre d'Oscillation*, ou, ce qui revient au même; 1703. p. 114. il y a quelque Pendule simple plus petit que la Flèche, qui & suiv. seroit ses vibrations dans le même temps que tout l'arc.

M. Sauveur trouve par la Théorie des Centres d'Oscillation; que ce Pendule simple est égal aux $\frac{4}{5}$ de la Flèche. C'est selon les mêmes idées que l'on a trouvé dans l'Histoire de

* p. 65. & suiv. 1711 *, le centre de gravité d'un arc de Cercle.

Il ne reste plus qu'à sçavoir de quelle grandeur est la Flèche de la corde supposée qui sonne le *C Sol Ut* du bas du Clavecin. M. Sauveur a trouvé par expérience qu'elle est de $\frac{1}{325}$ de ponce du pied de Paris. D'ailleurs on sçait qu'un Pendule simple de 36 ponce 8 lignes $\frac{1}{2}$ fait une vibration

en une seconde, & comme les membres des vibrations que font en même temps deux Pendules simples sont en raison renversée des racines quarrées de leurs longucurs, il s'ensuit que si un Pendule de 36 pouces $8\frac{1}{2}$ lignes fait une vibration en une seconde, un Pendule qui est les $\frac{4}{5}$ de $\frac{1}{323}$ de ponce, & par conséquent aussi l'arc de cercle dont il s'agit, fait près de 122 vibrations. Après cela à quelque ton que soit une corde quelconque par rapport à la corde supposée, on sçait par la nature de ce ton combien elle fait de vibrations; pendant que celle-ci en fait 122, par exemple, elle en fait 244 si elle est à l'octave aigüe, &c.

On a vû dans l'Histoire de 1700, * que M. Sauveur * p. 131. & avoit trouvé par expérience qu'un Tuyau d'Orgue de 5 pieds devoit faire 100 vibrations par seconde. Les mêmes expériences répétées depuis avec beaucoup de soin, l'ont déterminé à prendre 102 vibrations au lieu de 100 pour ce Tuyau. Il est à l'unisson du *La* du bas du Clavecin, & par conséquent ce *La* fait 102 vibrations par seconde. On sçait le rapport du *La* à l'*Ut*, qui est celui de 5. à 3., & si ce rapport donne 122 vibrations pour le *Ut* du bas du Clavecin, ce sera une confirmation parfaite de toutes les opérations & de tous les raisonnemens de M. Sauveur, qui sera arrivé au même point en tenant deux routes aussi différentes que celle de déterminer les vibrations des Tuyaux d'Orgue par leurs *battemens*, ainsi qu'on l'a vû en 1700, & celle de déterminer les vibrations des Cordes d'Instrumens par leurs Flèches comparées à des Pendules. Mais il est vrai que par la première voye il trouve 61 vibrations pour le *Ut* du bas du Clavecin, au lieu que par la seconde il en a trouvé 122.

Cette différence le surprit d'abord, mais il remarqua bien vîte que 61 est la moitié de 122, qu'il avoit trouvé 122 pour la Corde en la prenant pour un Pendule, qu'en fait de Pendules, on compte pour une vibration une *allée*, c'est-à-dire, l'arc entier qu'ils décrivent en un sens, & pour une seconde vibration le *retour*, c'est-à-dire, l'arc égal

décrit en sens contraire ; que quand il trouvoit 61 pour la même Corde, c'étoit en la comparant à un Tuyau d'Orgue, qu'il avoit compté les vibrations des Tuyaux d'Orgue par leurs *battements*, c'est-à-dire, par des coups plus sensibles à l'oreille, ainsi qu'on l'a expliqué ; que par conséquent il n'avoit conté pour vibrations dans ces Tuyaux, que celles que l'oreille appercevoit, que de deux vibrations comptées à la manière des Pendules, elle ne peut appercevoir que celle qui est *allée* ou qui vient à elle, & non celle qui est le *retour* & qui va du sens opposé ; & qu'enfin en comptant les vibrations par des Tuyaux d'Orgue, c'est-à-dire, en tant qu'elles sont senties par l'oreille, on en doit toujours trouver pour le même son la moitié moins que quand on les compte à la manière des Pendules, où l'on a autant d'égard aux vibrations qui nous fuient, qu'à celles qui viennent à nous. Ainsi non seulement cette différence, qui paroïssoit renverser tout le système de M. Sauveur, le confirme à souhait, mais elle produit encore cette nouvelle proposition, que deux vibrations *géométriques*, si l'on veut appeller de ce nom celles des Pendules, ne valent qu'une vibration *acoustique*.

Puisque le *Ut* du bas du Clavecin fait en une seconde 61 vibrations acoustiques, le *Ut* du milieu qui est de deux Octaves plus haut en fera 244. Ce nombre, parce qu'il est au milieu du Clavecin, seroit commode pour être le son fixe, d'où l'on compteroit des Octaves supérieures & inférieures. Mais il lui manque une commodité considérable. La suite des Octaves procède toujours selon la progression double, 1, 2, 4, &c. ou, ce qui est la même chose, selon les puissances de 2, & il seroit à souhaiter que le nombre qui exprimeroit le son fixe en fût une pour se trouver juste au commencement d'une Octave. 244 n'est pas une puissance de 2, mais 256 peu éloigné de 244 en est une, & c'est la 8.^{me} Par le rapport de 244 à 256, on sçait de quel ton au-dessus de la Corde de 244 vibrations, sera celle qui en fera 256. C'est celle-là que M. Sauveur prend

maintenant pour la Corde qui rend le son fixe, & il renonce à celle qui fait 100 vibrations, & qu'il avoit prise en 1700 pour le même usage. Les raisons de ce changement viennent d'être expliquées.

Le son qui fait 256 vibrations par seconde étant donc établi pour son fixe & moyen, on trouve aisément par les rapports connus que tous les tons possibles ont entr'eux, quel nombre de vibrations font tous les sons qui sont au-dessus ou au-dessous du son fixe. M. Sauveur en a construit une Table, dont la seule vûe instruira plus que tout ce que nous en pourrions dire. Chaque son y a son nom particulier selon la nouvelle langue que M. Sauveur a inventée pour la Musique*. Par-là dès que l'on connoît le ton d'un corps sonore, on sçait quel nombre de vibrations il fait réellement en un temps déterminé, & on peut donner au son qu'il rend, un nom qui le distingue de tout autre son. Par exemple, on éprouve assés communément qu'à l'occasion de certains sons forts, comme de Tambours, de Cloches, de Basses de Violon, des vitres ou des planches tremblent, & même on se sent quelquefois les entrailles émûes; ces corps agités sont apparemment alors à l'unisson des Corps sonores, & l'on sçaura quelle est la grandeur de leur agitation, & le nombre des vibrations qu'ils font en un certain temps. On verra par-là que ces nouvelles connoissances peuvent s'étendre jusqu'à la Phisique, & il n'y a pas lieu de s'en étonner; la Musique, principalement lorsqu'elle est traitée par des Philosophes, n'est que la Phisique des sons.

* V. l'Hist. de
1701. p. 138.
& 139.

M de Reaumur a donné la Description de l'Art du Tircur d'Or.

Et M. Parent une Suite & une Conclusion de la Méchanique sans frottement & avec frottement, dont il a été parlé dans l'Histoire de 1704, * & dans celle de 1712. *

* p. 96. & suiv.

* p. 81.



MACHINES OU INVENTIONS
APPROUVEES PAR L'ACADEMIE
EN M. DCCXIII.

I.

UNE Machine de M. des Camus pour battre des Pilotis: Toute la Charpente qui la compose, a paru d'une bonne construction, tant pour faire que le Mouton aille frapper sur la teste du Pilotis, que pour l'élever avec un Vindas d'une construction particulière, en quoi consiste la principale partie de l'invention. La disposition de toute la Machine est telle, que les Manœuvres peuvent continuer toujours à tourner le Cable pour relever le Mouton, sans perdre de temps, ce qu'on a trouvé fort commode, & bien exécuté.

I I.

Un Carrosse du même M. des Camus suspendu par le milieu de son corps, & que l'Auteur prétend par cette suspension rendre plus doux, & non sujet à verser, en cas qu'une de Rouës manque. Il n'a pas semblé qu'il dût être plus doux, mais on a cru que dans le cas proposé il ne verseroit point. Cependant on a trouvé quelques inconveniens à cette suspension.

I I I.

Un Traîneau de M. d'Hermant Ingénieur, sur plusieurs Rouleaux attachés ensemble, qui se succèdent les uns aux autres, & épargnent la peine de transporter continuellement, comme on fait d'ordinaire, trois ou quatre Rouleaux du derrière au devant du Traîneau, à mesure qu'il avance. On a trouvé la Machine ingénieusement inventée, mais on a cru que le Traîneau ordinaire seroit plus commode, quand le chemin n'est pas droit, ou que les lieux ne sont pas fort unis.

Un Pont flottant du même M. d'Hermant, composé de plusieurs pièces, & qui se place de lui-même de l'autre côté d'une Rivière, quelque large qu'elle soit, sans que l'on soit obligé d'y faire passer personne. Il fut monté en 10 minutes 35" sur la hauteur du Canal de Versailles, en présence du feu Roi, & les Gardes Françoises & Suisses défilèrent dessus à 4 de hauteur.

M. des Camus prétendit être l'auteur de cette invention, & allegua qu'il y avoit quelques années qu'il avoit fait un Pont de cette espece à Bercy, chés M. Pajot d'Ons-en-Bray fort curieux de Machines, & connoisseur. L'Académie envoya des Commissaires à Bercy, & ils vérifièrent qu'en effet le Pont de M. des Camus y étoit depuis 1710. M. d'Hermant ne disputa point à M. des Camus sa primauté, mais il assûra simplement qu'il n'en avoit rien scû.

Les deux Ponts ont cela de commun qu'ils sont composés de Coffres d'une figure assés semblable, mais ils différent par l'assemblage de ces Coffres. Celui de M. des Camus dépend de Vis, d'Ecrous & de Crochets de Fer, & est très-ingénieux. Celui de M. d'Hermant se fait par des Mortoises, des Tenons & des Chevilles de Bois, il est simple, d'exécution prompte & facile, & n'a point la rouille à craindre.

Depuis, M. des Camus présenta à l'Académie un Modelle du même Pont avec un nouvel avantage. D'espace en espace quelques Coffres étoient assemblés à Charnières par leur bord supérieur, ce qui donnoit la facilité de jeter le Pont tout assemblé dans un fossé dont le bord seroit escarpé, parce que le Pont se plioit dans les endroits assemblés à charnières. L'Auteur avoit eu attention que les Vis, les Ecrous & Crampons fussent de Cuivre, pour être à couvert de la rouille.





E' L O G E

D E M. B L O N D I N.

PIERRE BLONDIN naquit le 18 Décembre 1682, de parents qui vivoient de leur patrimoine dans le Vimeu en Picardie. Après avoir fait ses Humanités dans la Ville d'Eu, il vint à Paris en 1700, & y demeura avec deux freres ses aînés, qui étudioient alors pour être ce qu'ils sont présentement, l'un Avocat, l'autre Docteur de la Maison de Sorbonne. Pour lui, outre son cours de Philosophie qu'il faisoit, il prit différents Traités de Mathématique au Collège Royal; ensuite il alla aux Écoles de Médecine, au Théâtre de S. Cosme, au Jardin du Roi, mais il se sentit plus particulièrement attiré au Jardin du Roy, & il y suivit avec une extrême assiduité les Démonstrations des Plantes qu'y faisoit feu M. Tournefort.

Bientôt le Maître distingua M. Blondin dans la foule de ses Disciples, & s'il lui arrivoit quelquefois de ne se pas rappeler sur le champ le nom, ou la définition de quelque Plante, c'étoit à lui qu'il avoit recours. Il le chargeoit même de remplir sa place, lorsqu'il étoit indisposé, honneur qu'il n'auroit osé faire à quelqu'un à qui on auroit pû le contester légitimement.

Nous avons déjà dit dans l'Eloge de M. Tournefort, combien la Botanique est une Science laborieuse & pénible pour le corps même. Il y a des Peuples qui ne se font point encore avilés de faire des provisions pour leur subsistance, & qui sont obligés d'aller la chercher tous les jours dans les Campagnes, & dans les Bois. On pourroit dire que les Botanistes leur ressemblent. Ils n'ont point leurs provisions amassées dans leur Cabinet, comme plusieurs

autres espèces de Sçavants, & il faut qu'ils aillent avec beaucoup de fatigues chercher au loin dans les Bois & dans les Campagnes les aliments de leur curiosité. M. Blondin n'épargna rien pour satisfaire la sienne, il herborisa dans toute la Picardie, dans la Normandie, dans l'Isle de France, rien ne lui échappoit de ce qui pouvoit être soupçonné de cacher quelque Plante, & les toits même des Eglises ne lui étoient pas inaccessibles.

Aussi trouva-t-il dans la Picardie seule environ 120 Plantes, qui n'étoient pas au Jardin Royal, & que même on n'y connoissoit pas, & il en découvrit en France plusieurs espèces que l'on croyoit particulières à l'Amérique. Il faut que la Botanique soit bien vaste, si après tant de recherches de tant d'habiles gens on a pû prendre pour des productions d'un autre Monde ce que l'on fouloit ici sous les pieds.

En 1712 M. Blondin entra dans l'Académie en qualité d'Elève de M. Reneaume. On n'a vû de lui qu'un seul Ecrit, où il changeoit à l'égard de quelques Espèces de Plantes les Genres sous lesquels M. Tournefort les avoit rangées. Il lui marquoit tout le respect que son Disciple lui devoit, & que même tout autre Botaniste lui auroit dû, & l'on peut bien combattre ces grands Auteurs sans leur manquer de respect, pourvû que l'on reconnoisse qu'eux-mêmes nous ont mis en état de les combattre. On prétend que ce n'étoit-là qu'une première tentative, que M. Blondin vouloit aller plus loin, & qu'enfin il méditoit un système des Plantes différent de celui de son Maître. Plus cette première tentative fut modeste, plus on a lieu de croire que le dessein n'étoit pas téméraire, & enfin quand il l'eût été, ce n'étoit pas une témérité d'un médiocre Botaniste.

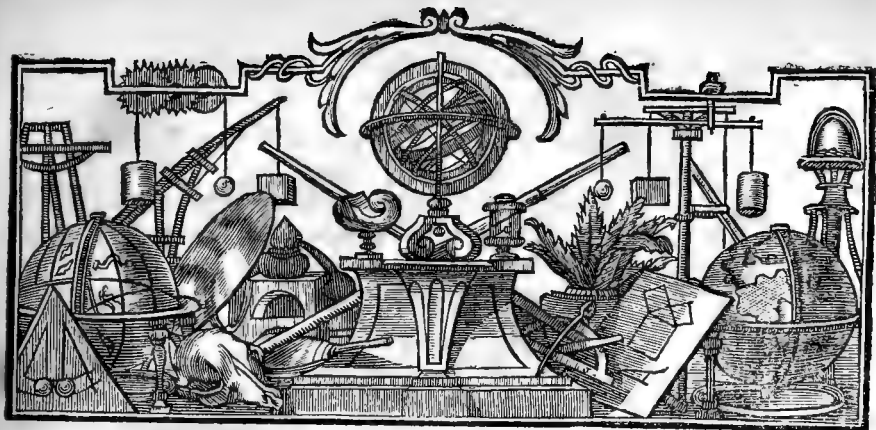
Son grand sçavoir dans la Botanique n'étoit pas stérile. Il composoit plusieurs médicaments de Plantes, dont les succès lui avoient acquis dans sa Province la réputation d'habile Medecin. Il avoit été reçu Docteur à Rheims en 1708, & il alloit se mettre sur les Bancs à Paris, où il étoit

80 HIST. DE L'ACAD. ROYALE DES SCIENCES.
déjà estimé des plus célèbres de cette Faculté, mais il mourut d'une grosse fièvre avec une oppression de poitrine le 15. Avril 1713.

Il avoit toute la candeur que l'opinion publique a jamais attribuée à la Nation, & la vie d'un Botaniste qui connoît beaucoup plus les Bois que les Villes, & qui a plus de commerce avec les Plantes qu'avec les Hommes, ne devoit pas avoir endommagé cette précieuse vertu. Un semblable caractère renferme déjà une partie de ce que demande la Religion, & il eut le bonheur d'y joindre le reste.

Il a laissé des Herbiers fort amples & fort exacts, de grands amas de Graines, quantité de Mémoires curieux, & en assez bon ordre, & on assure qu'il en coûteroit peu de travail pour mettre sa succession en état d'être recueillie par le Public.





MEMOIRES
DE
MATHEMATIQUE
ET
DE PHYSIQUE,
TIRES DES REGISTRES
de l'Académie Royale des Sciences,
De l'Année M. DCCXIII.

OBSERVATIONS METEOROLOGIQUES
faites à l'Observatoire Royal.

Par M. DE LA HIRE.



O I C I les Observations de la quantité d'eau 7 Janvier
de Pluie & de Neige fonduë avec les change- 1713.
ments de temps marqués par le Thermometre
& le Barometre pendant toute l'année dernière
1712. Toutes ces Observations ont été faites
comme les années précédentes, & dans le même lieu, & avec
Mem. 1713. . A

2 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
 les mêmes instruments. Il est tombé de hauteur d'eau

	lignes		lignes
En Janvier	20 $\frac{1}{8}$	En Juillet	36 $\frac{1}{2}$
Février	8 $\frac{1}{2} \frac{1}{4}$	Août	6
Mars	6 $\frac{1}{4}$	Septembre	39 $\frac{1}{4} \frac{1}{8}$
Avril	51 $\frac{1}{8}$	Octobre	25 $\frac{1}{2} \frac{1}{4}$
Mai	12 $\frac{1}{4} \frac{1}{8}$	Novembre	16 $\frac{1}{4}$
Juin	23 $\frac{1}{8}$	Décembre	8 $\frac{1}{2} \frac{1}{8}$

Somme de la hauteur de l'Eau de toute l'année 254 lignes $\frac{1}{4}$, ou 21 pouces 2 lignes $\frac{1}{4}$; ce qui est plus que les années moyennes, que nous avons déterminées à 19 pouces.

Mon Thermometre a été au plus bas le dernier jour de l'année, & il marquoit 24 $\frac{3}{4}$ de ses parties à très peu près comme le 8 Janvier; ce qui fait connoître que le froid n'a pas été grand, car il descend assés souvent jusqu'à 14, & dans l'état moyen il est à 48, comme dans le fond des Carrieres de l'Observatoire, où il demeure toujours au même point.

Ce Thermometre a été au plus haut à 64 parties le 16 Aoust; mais comme c'étoit au lever du Soleil, qui est le temps où je fais toujours toutes ces Observations, & que dans la plus grande chaleur du jour, qui est vers 2 heures après midi, il remonte par dessus l'état du matin de 12 parties, il faudroit le considérer à 67 parties pour la plus grande chaleur; & par conséquent la différence marquée entre le plus grand froid & le plus grand chaud, seroit de 52 parties, dont la moitié est 26, qui étant adjoutées à 24, feroient 50, ce qui n'est pas éloigné de 48. D'où l'on connoît que le froid a été à très-peu près autant au dessous de l'état moyen, que la chaleur au dessus.

Mon Barometre ordinaire a été au plus haut à 28 pouces 4 lignes $\frac{2}{3}$. Le 10 Février & les jours aux environs de celui-cy, il étoit toujours fort haut, le Ciel étoit alors assés serein &

très-peu de vent vers le Nord, & je remarque encore que toutes les fois que ce Barometre a été plus haut que 28 pouces, ce qui est arrivé assés souvent pendant l'année, le vent a été vers le Nord & vers l'Est, & quelquefois avec des brouillards. J'ai un autre Barometre où le Mercure est toujours plus haut de 3 lignes que dans celui où j'observe ordinairement. Ce même Barometre ordinaire a été au plus bas une seule fois le 6 Novembre à 26 pouces 10 lignes $\frac{2}{3}$, le Ciel étant serein avec un vent médiocre à l'Est, mais aussitôt le Mercure remonta, & le vent passa vers l'Ouest & le Sud-Ouest; la différence entre le plus haut & le plus bas de ce Barometre, a été d'un pouce 6 lignes comme à l'ordinaire.

Il n'y a rien pour les Vents de cette année qui merite d'y faire attention; mais je remarque en général que dans ce pays-ci toutes les fois que le vent de Sud-Ouest & d'Ouest regne pendant quelque temps, le Ciel est couvert vers le soir & au commencement de la nuit, & que vers le matin il est serein. Il me semble que la raison en est assés claire, car pendant l'après midi le Soleil donnant assés à plomb sur les Mers qui sont à notre couchant, en élève beaucoup de vapeurs qui nous sont apportées ensuite vers le commencement de la nuit; au contraire pendant la nuit il s'élève peu de vapeurs de ces mêmes Mers, & le vent durant toujours le même, le Ciel doit être assés serein vers le matin.

R E M A R Q U E.

Il arrive presque toujours que ceux qui ont été blessés en quelque partie du corps, y sentent des douleurs toutes les fois que le temps se dispose à changer. Voici de quelle maniere j'ai pensé qu'on pouvoit l'expliquer. Le tissu des parties offensées doit être fort délicat, en sorte qu'on ne peut pas les toucher sans sentir de la douleur; & dans les changements de temps, l'air devenant ou plus léger ou plus pesant, fait une impression extraordinaire sur ces parties, ou en les comprimant, ou en les étendant comme si elles en étoient touchées, ce qui peut causer la douleur qu'on y ressent.

De la Déclinaison de l'Aiman.

Nous avons trouvé la déclinaison de l'Aiguille aimantée de 11 degrés 15 minutes le 30 Decembre. Cette Observation a été faite avec l'Aiguille de 8 pouces de longueur dont nous nous servons ordinairement, & dans le même lieu que les années précédentes, qui est un gros pilier placé au bout de la Terrasse de l'Observatoire vers le midi. On applique le côté de la boîte de la boussole contre une des faces de ce pilier, & l'on a vérifié il y a long-temps, que cette face étoit exactement tournée vers le Couchant, en y mettant contre une grosse règle qui portoit deux pinnules à ses extrémités, pour voir si le rayon du Soleil qui passoit par les pinnules, convenoit avec le vrai midi marqué par les grandes Horloges à pendules réglées sur le Soleil, ce qui s'est trouvé fort juste, car ce bâtiment avoit été orienté avec beaucoup de soin & de précautions par feu M. Picard.

Nous avons observé aussi dans le même temps la déclinaison de l'Aiman avec une autre aiguille de 4 pouces seulement, & nous l'avons trouvée la même qu'avec celle de 8 pouces.



OBSERVATIONS

Sur une espece d'Enflûre appelée Emphyseme.

Par M. LITRE.

UNE Enflûre de cette espece, d'une grandeur monstrueuse, 18 Janvier
& que j'ai examinée depuis peu avec soin, m'a engagé 1713.
à parler de ces sortes d'enflûres. Je le fais d'autant plus volontiers, que je ne sçache point d'Auteur qui se soit donné la peine d'en expliquer les causes, & la manière dont elles se forment.

L'Enflûre nommée *Emphyseme*, est une tumeur contre nature, faite d'air.

Cette tumeur a son principal siege dans la graisse sous la peau qui recouvre la poitrine. Lorsqu'avec le doigt on la presse, on sent une espece de fretillement. Le doigt y fait aisément une impression; mais presqu'aussitôt que la pression cesse, la partie enfoncée se relève & le creux se remplit. Enfin cette tumeur accompagne quelques-unes des playes qui pénètrent dans la capacité de la poitrine.

On divise les playes qui pénètrent dans la capacité de la poitrine, en celles qui parviennent jusques dans la capacité, mais qui ne blessent aucune des parties qui y sont contenuës, & que nous appellerons *playes pénétrantes simples*; & en celles qui parviennent non seulement dans la capacité, mais qui blessent les parties contenuës, & que nous nommerons *playes pénétrantes composées*. Les unes & les autres peuvent estre suivies d'un *Emphyseme*.

Les playes pénétrantes simples sont suivies d'*Emphyseme*; lorsqu'elles sont étroites, que leur direction se trouve tortueuse, & que par leur moyen il entre de l'air dans la capacité de la poitrine, dont il ne peut sortir par l'endroit par où il y est entré.

6 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

Les playes pénétrantes composées sont aussi suivies d'Emphyseme, comme les simples, lorsque leur diametre est petit, & qu'avec cela le poumon est blessé sans l'être pourtant considérablement. A quoy il faut adjoûter, que les autres parties renfermées dans la capacité de la poitrine, ne doivent point avoir été blessées, ou l'avoir été légèrement.

La raison de cela est, que lorsque la playe est considérable dans ces parties, il s'épanche une si grande quantité de sang dans la capacité de la poitrine, que le blessé est étouffé avant que l'air, qui s'y épanche aussi, puisse former un Emphyseme. D'ailleurs, quand la mort même n'arriveroit pas, le sang presse trop le poumon & embarrasse trop l'air pour qu'il se puisse faire un Emphyseme.

On n'a point d'Emphyseme à craindre ni dans les playes pénétrantes simples, ni dans les pénétrantes composées, lorsqu'elles sont larges, droites, & que l'air entré par ces playes dans la capacité de la poitrine, en peut sortir librement par la même voye qu'il y est entré.

L'air peut parvenir dans la capacité de la poitrine par deux voyes, & de deux endroits différens. Dans les playes pénétrantes simples il est conduit du dehors du corps par la playe ; & outre ce premier passage, le poumon dans les pénétrantes composées y en fournit un second, par l'endroit où il a été blessé. On va voir dans ce qui suit la manière dont tout cela se peut faire.

Notre respiration est composée de deux sortes de mouvements, qui se succedent l'un à l'autre sans relâche pendant que nous vivons. On donne le nom d'inspiration à l'un de ces mouvements, & celui d'expiration à l'autre.

Dans l'inspiration la poitrine est dilatée par des muscles destinés à cet usage. Par l'action de ces muscles les parois de la poitrine se trouvent disposées de manière, que les côtes du côté droit s'écartent de celles du côté gauche, le sternon s'éloigne des vertebres du dos, & le diaphragme descend dans la cavité du ventre.

Lorsque la poitrine se dilate, d'un côté sa capacité s'élargit à proportion, & le poumon qui y est contenu, en fait de même ;

il se moule à la capacité, l'occupe & la remplit de sorte qu'il n'y reste aucun vuide: de l'autre côté, ses parois acquérant plus de volume, poussent de tous côtés l'air qui les environne, & le déterminent à s'engager dans le poulmon, où il rencontre moins de résistance. Par la même raison il s'insinué de l'air entre les panneaux d'un soufflet, lorsqu'on les écarte l'un de l'autre. Le ressort de l'air & sa pesanteur concourent encore à le faire entrer dans le poulmon pendant la dilatation de la poitrine.

La bouche & le nez donnent à l'air un passage pour arriver à la trachée artère; celle-ci se divise en plusieurs branches & en une infinité de rameaux, & ceux-ci se terminent en de petites vésicules.

L'inspiration finie, l'expiration commence, en voici la raison & la manière.

Lorsque les muscles qui servent à dilater la poitrine, se mettent en contraction, ils tirent & allongent ceux qui doivent la resserrer. A l'occasion du tiraillement & de l'allongement des muscles destinés à resserrer la poitrine, leurs nerfs, leurs veines & leurs artères se trouvent pressés, leur diametre diminué, & il n'y coule presque plus ni esprit ni sang, jusqu'à ce que l'effort que font les esprits & le sang arrêtés à l'entrée des muscles, pour y entrer, devienne supérieur à celui des esprits & du sang, qui tiennent les muscles antagonistes en contraction; à quoy donne bientôt lieu la dissipation continuelle d'esprits, qui se fait dans les muscles qui sont en contraction, pendant qu'au contraire il se porte & s'accumule de plus en plus du sang & des esprits dans les vaisseaux des muscles allongés & relâchés. Par cette mécanique les muscles destinés à resserrer la poitrine, se contractent à leur tour, & tirent & allongent ceux qui servent à la dilater. Et ces deux mouvements une fois établis, se produisent l'un l'autre alternativement pendant la vie, que l'inspiration commence & que l'expiration finit.

Dans l'expiration la poitrine se resserre: en se resserrant elle presse le corps du poulmon, & par cette pression elle détermine chacune des parties de ce viscere à se resserrer aussi par les fibres charnuës dont elles sont munies. Par ces deux

8 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

moyens l'air est chassé des vésicules & des bronches du poumon, & poussé hors du corps par la bouche & par le nez.

Les muscles du ventre, en se contractant en même temps que ceux qui resserrent la poitrine, concourent à la même action. En effet, en poussant les parties enfermées dans la capacité contre le diaphragme, ils pressent le poumon en le poussant de bas en haut, pendant que les côtes le pressent par les côtés, & que le sternon le presse par devant.

L'inspiration & l'expiration dans l'état naturel se font d'une manière aisée, douce, égale & régulière, au lieu que dans l'état contre nature ces deux mouvements se font difficilement, avec violence & d'une manière précipitée & irrégulière. En effet lorsque la poitrine est blessée, sur-tout si la playe pénètre dans la capacité, & encore davantage si elle interesse le poumon, il se glisse de l'air & s'épanche du sang par ces playes dans la capacité, qui gênent & fatiguent ce viscère, & l'empêchent de se dilater à son ordinaire, parce que ces deux liquides épanchés occupent une partie de l'espace que ce viscère devoit occuper seul.

Pour lors le blessé fait machinalement des respirations plus promptes, plus fréquentes & plus fortes, mais moins grandes: d'où il résulte, sans qu'il y pense, une espece de compensation, c'est-à-dire, qu'il reçoit plus d'air dans le poumon, & qu'il se trouve soulagé en quelque manière.

Pendant ces deux mouvements violents, sur-tout pendant celui de l'expiration, l'air épanché par la playe dans la capacité de la poitrine, pressé & poussé fortement de tous côtés, fait effort pour s'échapper. Il s'échappe enfin dans les playes pénétrantes simples par l'ouverture qui est dans la pleure, les muscles intercostaux, &c. & dans les playes pénétrantes composées il s'échappe, & par l'ouverture de la pleure, & peut-être par celle qui est dans le poumon.

Si l'air qui s'échappe de la capacité de la poitrine par l'ouverture de la pleure, ne trouve pas ouvert le reste de la route qui lui a donné entrée dans cette capacité, parce qu'elle est bouchée & fermée en quelque endroit, soit par un arrangement nouveau des chairs coupées, soit par leur réunion; pour
lors

lors cet air cherche à se faire d'autres voyes à travers les premières parties qui se présentent ; il force peu à peu, & les liens qui les attachent entr'elles, & ceux qui tiennent étroitement jointes ensemble les fibres dont ces parties sont composées ; il sépare & écarte les unes des autres, & les oblige à céder à son effort & à lui donner passage. De ces parties il passe à d'autres plus éloignées, soutenu par un autre air qui le pousse sans cesse par derrière ; celui-ci est poussé par un troisième, & ainsi de suite. Et d'interstices en interstices la plus grande partie de cet air parvient enfin jusqu'à la peau, où il est arrêté par la densité & l'épaisseur de cette membrane, pendant que l'autre demeure en chemin dans les intervalles des parties ou de leurs fibres.

L'air, qui parvient jusqu'à la peau, se loge principalement dans les cellules de la graisse qui est au-dessous, les étend, s'y accumule, soulève la peau & forme avec celui qui est arrêté dans les interstices des autres parties, la tumeur qu'on appelle Emphysème. D'où il paroît que le poumon produit ici le même effet, que le soufflet que le Boucher employe pour détacher plus facilement la peau d'un Veau ou d'une autre bête.

L'air, qui dans les playes pénétrantes composées s'insinue de la capacité de la poitrine dans le poumon par la playe de ce viscere, peut gagner insensiblement les racines des veines & des vaisseaux lymphatiques, se porter dans les rameaux, les branches & le tronc de la veine poulmonaire, & celui-ci au ventricule gauche du cœur. De ce ventricule cet air peut passer, par le moyen des arteres, jusqu'à la peau. Là il peut s'échapper par les glandes de la graisse dans ses cellules, ou se mêlant avec l'air qui y est porté par la première voye, concourt avec lui à la production du même Emphysème. L'expérience nous apprend que dans les Emphysèmes, le pus contenu dans la capacité de la poitrine passe dans les poumons par les racines des veines, qu'il se porte dans les reins & sort du corps avec les urines.

L'Emphysème, dont sont suivies les playes pénétrantes simples, ne sçauroit être ni considérable ni dangereux, parce que

l'air qui le produit, est en petite quantité; qu'il se dissipe bientôt par la chaleur & le mouvement des parties voisines; & qu'il ne sçauroit être réparé par un nouveau, la voye par où ce nouvel air pourroit être porté du dehors du corps dans la capacité de la poitrine, &c. se fermant, après la formation de cet Emphysème, en quelqu'endroit de son étendue.

Pour l'Emphysème qui survient aux playes pénétrantes composées, il est aisé de concevoir qu'il peut devenir bien plus considérable. Cet Emphysème a non seulement pour cause le même air que les playes pénétrantes simples, mais encore celui qui s'échappe continuellement du poulmon par la playe de ce viscere.

Cet Emphysème peut durer autant que la vie du blessé, parce qu'il ne vit qu'autant qu'il respire; qu'il ne peut respirer, que son poulmon ne se dilate & ne se resserre alternativement. Or le poulmon ne peut se dilater, que la playe ne s'entrouvre, ni la playe s'entrouvrir, qu'il ne s'échappe de nouvel air dans la capacité de la poitrine, & qu'il ne s'y en échappe autant qu'il en faut pour faire durer l'Emphysème durant la vie du blessé, à moins que la playe du poulmon ne vienne à se guérir; ce qui est difficile, tant à cause du mouvement continuel de ce viscere, qu'à cause que l'air enfermé dans la capacité de la poitrine, l'irrite continuellement. Dans l'expiration le poulmon est pressé par les parties qui l'environnent, & il se resserre par ses propres fibres charnuës; deux causes qui doivent donner lieu à l'air de s'échapper du poulmon par ses vésicules ouvertes, passer dans la capacité de la poitrine & fournir de quoi entretenir l'Emphysème.

Voici à present mon observation.

Un homme âgé de trente ans, d'une constitution fort sanguine, très-charnu & d'une vigueur extrême, reçut un coup d'épée dans la poitrine, dont il mourut cinq jours après. On l'auroit peut-être sauvé, s'il avoit voulu souffrir l'opération de l'empyeme.

Durant sa maladie il lui survint un Emphysème d'une grandeur monstrueuse. On le saigna six à sept fois, parce qu'il

crachoit du sang, & qu'il ne pouvoit respirer qu'en faisant des efforts de la dernière violence, & sur-tout pendant les derniers jours.

Le blessé étant mort, j'ouvris son cadavre, j'en examinai principalement trois choses; 1.^o l'Emphyseme. 2.^o les yeux, & 3.^o la poitrine avec sa playe.

L'Emphyseme, qui d'ordinaire n'a que deux à trois pouces d'épaisseur, & qui n'occupe qu'une partie de l'habitude de la poitrine, étoit dans ce cadavre épais de onze pouces, & occupoit toute l'habitude du corps, excepté la plante des pieds, le dedans des mains & la partie supérieure de la tête.

Il étoit plus épais sur la poitrine qu'au reste du corps; du côté de la playe, que du côté opposé; & par devant, que par derrière. Il avoit 11 pouces d'épaisseur sur la poitrine, 9 sur le ventre, 6 au col & 4 dans les autres parties du corps. La plus grande partie de l'air qui produisoit l'Emphyseme, étoit contenue dans les cellules de la graisse située sous la peau.

Cet Emphyseme étoit plus épais à la poitrine qu'au reste du corps, parce que l'air qui pouvoit produire l'Emphyseme, devoit sortir de la capacité de la poitrine par sa playe; par conséquent cet air avoit eu plus d'occasion de se répandre sur la poitrine, que sur les autres parties du corps.

Le même Emphyseme avoit plus d'épaisseur à la partie antérieure de la poitrine & du ventre, qu'à la postérieure, parce qu'il y a naturellement beaucoup plus de graisse à la partie antérieure sous la peau, qu'à la postérieure, par conséquent plus de cellules, où est le siege principal de l'Emphyseme. Outre que les cellules y sont plus nombreuses, elles y sont encore plus grandes. D'ailleurs la peau aussi-bien que les membranes qui forment les cellules de la graisse, sont plus minces & d'un tissu plus lâche à la partie antérieure, par conséquent elles s'étendent plus facilement. Ainsi la peau & les cellules ont dû moins résister aux efforts de l'air, se laisser étendre davantage, en recevoir une plus grande quantité, & produire une tumeur plus grosse, qu'à la partie postérieure.

Il ne s'est point formé d'Emphyseme à la plante des pieds;

au dedans des mains, ni à la partie supérieure de la tête. La peau en ces trois endroits-là y tient plus fortement aux parties voisines, & elle y est d'un tissu plus épais & plus serré. D'ailleurs les membranes qui y composent les cellules, sont aussi plus denses & plus épaissies; outre cela il y a moins de graisse, & cette graisse y est plus grossière & plus ferme. Enfin le grand éloignement qu'il y a de ces trois parties à l'origine de l'Emphyseme, y doit entrer pour quelque chose; car il faut que l'air, avant qu'il arrive aux parties éloignées, ait passé à travers un grand nombre d'autres, soit par les interstices des parties, soit par la voye des vaisseaux, par conséquent qu'il ait perdu beaucoup de la force en parcourant ce chemin. Cet air n'a donc pû y parvenir, ou y conserver assés de force pour y dilater les cellules de la graisse, élever la peau & former un Emphyseme.

On peut attribuer la grandeur monstrueuse de cet Emphyseme, principalement à trois choses.

1.^o A la vigueur extrême du blessé, qui estoit à la fleur de son âge, & d'une constitution fort sanguine & très-charnuë.

2.^o Aux efforts violents qu'il a faits pendant plusieurs jours pour respirer dans sa maladie; efforts, qui par leur durée & par leur violence ont pû suffire pour faire passer assés d'air de la capacité de la poitrine à toute l'habitude du corps, & y produire un tel Emphyseme.

3.^o A la playe, en ce qu'elle interessoit le poulmon, & qu'elle y étoit assés longue pour qu'il y eût dans ce viscere assés de vésicules ouvertes, & qu'il s'en échappât dans la capacité de la poitrine assés d'air pour produire un Emphyseme de cette grandeur.

Les yeux dans ce cadavre étoient si gros, qu'ils sortoient en partie de leurs orbites. J'en détachai un d'abord, ayant eu soin d'en lier à nœud coulant les vaisseaux avant que de les couper. Cet œil avoit seize lignes de diametre. Il étoit léger & tendu comme un ballon. Puis je fis promptement lâcher les vaisseaux liés, & je pressai ce globe en même temps entre mes doigts. Il en sortit d'abord de l'air avec impetuosité, & sur la fin à

force de le presser il en sortit quelques petites gouttes de sang qui étoit fort vermeil. Ce globe diminua de plus de la moitié de son volume durant la pression. Mais il en reprit une partie peu de temps après, apparemment par la raréfaction de l'air qui y étoit resté.

Ensuite j'ouvris le même globe ; j'y trouvai peu de sang. L'humeur vitrée étoit à demi-fonduë, & l'aqueuse étoit plus plus fluide qu'elle n'a accoutumé d'être. Je remarquai de petites bulles d'air dans l'une & l'autre de ces humeurs, principalement dans la vitrée, où vrai-semblablement il avoit été arrêté par la viscosité qui lui restoit encore.

Je procedai de la même maniere à l'égard de l'autre globe ; où je fis à peu près les mêmes remarques que dans le premier.

Après avoir examiné les yeux, je passai à l'examen de la poitrine & de sa playe.

Avant que d'ouvrir la poitrine, j'y fis un trou entre deux côtes vers leur milieu, faisant presser en même temps la poitrine & le ventre. Il sortit par ce trou, en forme de vapeur, de l'air en assés grande quantité, qui étoit fort puant.

Je fis ensuite l'ouverture de la poitrine. J'observai qu'il y avoit dans la cavité droite environ deux poëlettes de sang épanché qui étoit purulent ; que la playe pénéroit non-seulement dans la capacité, mais qu'elle pénéroit aussi dans un des trois lobes du poumon droit ; que les deux lobes, où le coup n'avoit pas porté, étoient tendus & un peu enflammés ; que le lobe blessé étoit dur & noirâtre ; que la playe étoit encore ouverte dans ce lobe ; qu'elle avoit sept à huit lignes de longueur sur une & demie de largeur & une de profondeur. Enfin la playe étoit aussi ouverte à l'endroit de la pleure & des muscles intercôtaux ; mais elle étoit fermée depuis ces muscles jusqu'à la peau, où il paroissoit une espece de cicatrice d'environ deux lignes de longueur.



R E F L E X I O N S

Sur de nouvelles Observations du Flux & du Reflux de la Mer, faites au Port de Brest dans l'année 1712.

Par M. CASSINI.

1. Févr.
1713.

DEPUIS que l'Académie Royale des Sciences a entrepris d'examiner les Phénomènes du Flux & du Reflux de la Mer, elle a reçu un grand nombre d'Observations faites en divers Ports de la France, qui ont servi à trouver de nouvelles regles, tant pour établir le temps des Marées dans chacun de ces Ports, que pour déterminer leurs différentes hauteurs. La plupart de ces Observations semblent prouver qu'il y a un grand rapport entre les mouvements de la Lune & ceux des Marées, puisque non-seulement les retours des grandes & des petites Marées suivent assés exactement les diverses phases de la Lune, mais même les différentes hauteurs qu'on y observe sont proportionnées aux diverses distances de la Lune à la Terre.

Mais comme on pourroit soupçonner que ces divers effets auroient été produits par quelque cause inconnue, qui eût concouru en même temps avec les mouvements de la Lune par une espece de hazard; il étoit important de s'en assurer par un plus grand nombre d'Observations. Nous avons eu occasion de le faire par un nouveau Journal d'Observations du Flux & du Reflux de la Mer fait à Brest, qui commence au premier Février de l'année 1712. où le précédent avoit fini, & a été continué jusqu'au 12. Juillet de la même année.

Dans cet intervalle de temps il y a eu six Nouvelles & cinq Pleines Lunes, dont les Marées ont été observées. Celle qui est arrivée le plus tôt, a été observée le 6. Février au matin à 3^h 9' & celle qui est arrivée le plus tard, a été observée le 6 Avril au soir à 4^h 12' $\frac{1}{2}$ avec une différence de l'une à l'autre

une heure & trois minutes. Si l'on suppose présentement le temps moyen de la haute Mer à Brest dans les Nouvelles & Pleines Lunes de $3^h 45'$, de même qu'on l'a déterminé dans le Mémoire précédent, & qu'on y emploie l'équation ordinaire de deux minutes pour chaque heure que le temps moyen de la haute Mer anticipe ou retarde, à l'égard de celui de la Nouvelle ou Pleine Lune, on trouvera que la haute Mer a dû arriver le 6 Février jour de la plus grande accélération, à $3^h 7' \frac{1}{2}$ du matin, à une minute & demie près de celle qui a été observée, & que le 6. Avril jour du plus grand retardement, la haute Mer a dû arriver à $4^h 15'$, à deux minutes & demie près de celle qui a été observée.

Les autres Observations qui sont au nombre de 15, s'accordent pour la plupart au calcul, à quelques minutes près, & les plus éloignées ne s'en écartent que de 14 minutes, ce qui est une précision à laquelle on n'auroit osé espérer de parvenir, si l'on considère qu'il est souvent difficile de s'assurer du temps de la haute Mer à un quart d'heure & même à une demi-heure près.

A l'égard du temps de la basse Mer observée dans les mêmes phases de la Lune, nous trouvons qu'il s'accorde aussi assez exactement au calcul, avec la seule différence que la Mer emploie quelques minutes plus de temps à descendre qu'à monter, comme nous l'avons déjà remarqué. Cette différence peut monter à Brest environ à un quart d'heure dans les Nouvelles & Pleines Lunes, & à une demi-heure dans les Quadratures, & cette règle s'observe si généralement, que de toutes les Observations que nous avons examinées pendant l'espace de plus d'une année, il n'y en a que quatre ou cinq qui n'y soient pas conformes.

Pour ce qui est du temps de la haute Mer observée dans les Quadratures, il est sujet à plus d'irregularités que dans les Nouvelles & Pleines Lunes.

La haute Mer qui est arrivée le plus tôt, a été observée le 29 Mars à $8^h 8'$ du matin, & celle qui est arrivée le plus tard, a été observée le 28 Avril à $10^h 11'$ du soir avec une

différence de l'une à l'autre de $2^h 3'$. Mais ces différences sont corrigées en partie, en supposant le temps moyen de la haute Mer à Brest dans les Quadratures à $8^h 57'$, de même qu'on l'a déterminé dans le Mémoire précédent, & employant l'équation ordinaire de deux minutes $\frac{1}{2}$ pour chaque heure que le temps moyen de la haute Mer anticipe ou retarde à l'égard du temps des Quadratures. Car on trouvera que la haute Mer a dû arriver le 29 Mars jour de la plus grande accélération; à $8^h 34'$ du matin à 26 minutes près de celui qui a été observé, & que le 28 Avril jour du plus grand retardement; la haute Mer a dû arriver à $9^h 46'$ du soir à 25. minutes près de l'Observation.

Nous avons remarqué dans les Mémoires précédents, que le retardement des Marées est plus grand vers les Quadratures que vers les Nouvelles & Pleines Lunes. Cela est conforme à nos Observations, & paroît surprenant lorsqu'on considère que dans les Nouvelles & Pleines Lunes la Mer s'élève quelquefois à Brest à la hauteur de 21. pieds, au lieu que dans les Quadratures elle ne s'élève quelquefois qu'à la hauteur de 4 à 5. pieds, & monte rarement à celle de 11 pieds.

Cependant si l'on suppose que le mouvement des Marées se fait par une espèce d'impulsion, comme on a tout sujet de le conjecturer, on trouve que le raisonnement peut s'accorder à l'expérience; car la pression de l'air sur la Mer, peut être telle que non-seulement elle fasse monter la Mer à un plus grand degré de hauteur dans les Nouvelles & Pleines Lunes que dans les Quadratures, mais même qu'elle arrive à cette plus grande hauteur avec plus de vitesse.

A l'égard du temps des plus grandes Marées dans chaque Lunaïson, nous trouvons qu'elles arrivent à Brest le plus souvent un jour après la Nouvelle ou Pleine Lune, de même que les plus petites Marées arrivent aussi un jour après les Quadratures. Nous avons observé à Dunkerque & au Havre-de-Grace que les grandes & petites Marées y arrivoient pour l'ordinaire deux jours après ces phases de la Lune, de sorte qu'il paroît que la pression qui se fait sur la Mer dans les

Nouvelles

Nouvelles & Pleines Lunes, & dans les Quadratures, se communique plus promptement à Brest qu'à Dunkerque & au Havre, ce qui paroît conforme au raisonnement, l'extrémité occidentale où est situé Brest, étant beaucoup plus avancée vers l'Océan où se fait la pression, que les Ports de Dunkerque & du Havre, qui sont tous deux dans la Manche.

Nous avons déjà remarqué que les diverses hauteurs que l'on observe dans les Marées, suivent assés exactement les diverses distances de la Lune à la Terre; que lorsque la Lune, dans le temps qu'elle est Nouvelle ou Pleine, se trouve près de son Périgée, la Marée est plus grande que dans la Sizygie suivante, où elle est près de son Apogée. Cela se trouve confirmé par ces dernières Observations, car le 4 Juin 1712, jour de la Nouvelle Lune, cette Planete estoit près de son Apogée, sa distance à la Terre étant de 1064 parties, dont la moyenne est 1000. Aussi l'on observa ce jour-là, qui fut celui de la plus grande Marée, la hauteur de la Pleine Mer de 16 pieds 2 pouces, au-dessus d'un point fixe qu'on a pris pour le terme des mesures, & celle de la basse Mer de 2 pieds 0 pouce, ce qui donne la quantité de l'élevation de la Marée de 14 pieds 2 pouces. Le 19 Juin suivant, jour de la Pleine Lune, cette Planete étoit près de son Périgée, sa distance à la Terre étant de 935 parties, dont la moyenne est 1000. Aussi l'on observa le 21 Juin, jour de la plus grande Marée, la hauteur de la Pleine Mer de 18 pieds 4 pouces au-dessus du point fixe, & la hauteur de la basse Mer de 10 pouces au-dessous de ce point, ce qui donne l'élevation de la Marée de 19 pieds 2 pouces, plus grande de 5 pieds que dans l'Observation précédente, où la Lune étoit près de son Apogée.

Quoique toutes ces Observations s'accordent à prouver que les diverses distances de la Lune à la Terre contribuent beaucoup aux diverses elevations que l'on observe dans les Marées, on ne prétend point qu'elles soient seules la cause de toutes les variations que l'on y remarque; & il paroît même qu'il y a d'autres causes qui peuvent concourir à faire augmenter & diminuer la hauteur des Marées. On ne parle point ici de ces

causes accidentelles dont il seroit difficile de donner des regles, comme par exemple, de la force & de la situation des vents, de la direction différente des côtes de la Mer, qui non seulement peuvent faire accélérer ou retarder le temps des Marées, mais même y causer des élévations différentes. Mais on entreprend seulement de déterminer celles qui ont quelque période réglée.

Or en examinant toutes les Observations qui ont été faites depuis le 6 Fevrier 1712 jusqu'au 12 Juillet de la même année, on trouve que la plus haute Marée est arrivée le 24 Mars au soir, & le 25 au matin, où la Mer est montée à la hauteur de 19 pieds 1 ponce. La basse Mer fut observée le 24 au matin, 1 pied 6 pouces au-dessous du point fixe, de sorte que l'élévation de la Mer fut le 24 Mars de 20 pieds 7 pouces. La Lune étoit alors plus près de son Périgée que de son Apogée, sa distance à la Terre étant de 977 parties, dont la moyenne est de 1000, mais on ne peut pas attribuer toute cette élévation de la Marée à la proximité de la Lune à l'égard de la Terre, puisque la hauteur de la Marée fut observée le 24 Mars, plus grande d'un pied 5 pouces que le 21 Juin, temps auquel la Lune étoit beaucoup plus près de son Périgée; il paroît donc qu'il y a eu au mois de Mars quelque autre cause qui a contribué à l'élévation de la Marée, & comme cette Observation a été faite près de l'Equinoxe du Printemps, qui est arrivée le 20 à 11^h 19' du soir, & celle du 21 Juin près du Solstice d'Eté, qui est arrivée à 11^h 17' du matin; cela nous a donné lieu de conjecturer que toutes choses égales, les Marées sont plus grandes dans les Equinoxes que dans les Solstices.

Dans la Nouvelle Lune suivante, qui arriva le 6 Avril, la Lune étoit plus près de son Apogée que de son Périgée, sa distance à la Terre étant de 1032, dont la moyenne est 1000; & l'on observa le 7 Avril au matin, la hauteur de la Pleine Mer de 18 pieds 2 pouces, & celle de la basse Mer, de 0 pied 5 pouces, ce qui donne l'élévation de la Mer pour ce jour-là, de 17 pieds 9 pouces, plus petite de 3 pieds que

le 24 Mars. Aussi le devoit-elle être par deux causes, dont l'une est que la Lune étoit plus éloignée de la Terre le 7 Avril que le 24 Mars; & l'autre, qu'elle étoit plus éloignée de l'Equinoctial.

Ces Observations se trouvent confirmées par celles qui furent faites à Brest l'année précédente. Car le 30 Juin 1711, la distance de la Lune à la Terre étant de 960, l'élevation de la Marée fut observée le 1 Juillet de 18 pieds 1 pouce, plus petite de 2 pieds 10 pouces que le 14 Septembre près de l'Equinoxe, où elle fut observée de 20 pieds 11 pouces; la distance de la Lune à la Terre étant le 12 Septembre, jour de la Nouvelle Lune, de 969, c'est-à-dire, peu différente de celle du 30 Juin.

Il paroît donc par ces Observations, que les différentes hauteurs qu'on observe dans les Marées, dépendent de deux causes, dont la principale, & qui jusqu'à présent se trouve le plus confirmée par nos Observations, est la diverse distance de la Lune à la Terre, la seconde est sa proximité ou son éloignement de l'Equinoctial; & que la combinaison de ces deux causes produit les principaux Phénomènes qu'on observe dans la hauteur des Marées.

Il suit de là, 1.^o Que lorsque la Nouvelle ou Pleine Lune se rencontre dans son Périgée, & en même temps dans les Equinoxes, alors la Marée qui suit immédiatement est la plus haute qui soit possible.

2.^o Que lorsque la nouvelle ou Pleine Lune se rencontre dans les Equinoxes vers les moyennes distances, alors la hauteur de la Marée est plus grande que dans les Nouvelles ou Pleines Lunes qui arrivent vers les moyennes distances & près des Solstices.

3.^o Que lorsque la Nouvelle ou Pleine Lune se rencontre dans son Apogée & en même temps dans les Solstices, alors la haute Mer est la plus petite qui soit possible. Les deux premières règles s'accordent à ce que nous avons remarqué ci-dessus, & la dernière se trouve confirmée par l'Observation du 4 Juin 1712. Car alors la Lune étant près de son Apogée

& du Solstice d'Été, la hauteur de la Pleine Mer fut observée de 16 pieds 2 pouces, & celle de la basse Mer de 2 pieds 0 pouce, ce qui donne l'élevation de la Marée de 14 pieds 2 pouces, qui est la plus petite que l'on ait observée aux Nouvelles & Pleines Lunes dans l'intervalle de plus d'une année. Le 5 Juillet suivant, le Soleil étoit à égale distance du Solstice, mais la distance de la Lune à la Terre étoit de 1061, un peu plus petite que le 4 Juin, ce qui a dû causer dans la Marée une élévation un peu plus grande, comme on l'a observé en effet. Car le 5 Juillet au matin, la hauteur de la Pleine Mer fut observée de 16 pieds 3 pouces, & celle de la basse Mer d'un pied 8 pouces, ce qui donne l'élevation de la Marée de 14 pieds 7 pouces, plus grande de 5 pouces que le 4 Juin.

A l'égard des petites Marées qui suivent les Quadratures, on remarque, de même que nous l'avons fait dans les Mémoires précédents, que leurs diverses élévations dépendent en partie de la diverse distance de la Lune à la Terre. Par exemple, le 14 Février 1712, jour du premier quartier, la Lune étant près de son Apogée, & sa distance à la Terre de 1062, la hauteur de la Pleine Mer fut observée le 15 Février au soir, de 10 pieds 9 pouces 6 lignes, & la hauteur de la basse Mer de 5 pieds 2 pouces; de sorte que l'élevation de la Mer n'a été ce jour-là que de 5 pieds 7 pouces 6 lignes. Le 29 Février suivant, jour du troisième quartier, la Lune étant près de son Périgée, & sa distance à la Terre de 975, on observa le 2 Mars au matin, la hauteur de la Pleine Mer de 11 pieds 9 pouces, plus grande de 11 pouces 6 lignes que le 15 Février.

Le 15 Mars, jour du premier quartier, la Lune étant près de son Apogée, & sa distance à la Terre de 1063, la hauteur de la Pleine Mer fut observée le 16 Mars au matin, de 10 pieds 10 pouces, & la hauteur de la basse Mer de 6 pieds 4 pouces; de sorte que l'élevation de la Mer n'a été ce jour-là que de 4 pieds 6 pouces, un peu moindre que le 15 Février; ce qui devoit arriver, la Lune étant alors un peu plus près de la Terre que dans l'Observation du mois précédent.

Dans les Quadratures qui sont arrivées lorsque la Lune étoit

à peu-près à égale distance de la Terre, on a observé à peu-près une même hauteur dans l'élevation des Marées. Car le 12 Juin, jour du premier quartier, la distance de la Lune à la Terre étant de 1020, on observa le 12 au matin, qui fut le jour de la plus petite Marée, la hauteur de la Pleine Mer de 12 pieds 9 pouces, & celle de la basse Mer de 3 pieds 5 pouces; de sorte que l'élevation de la Mer a été ce jour-là de 9 pieds 4 pouces.

Le 25 Juin suivant, jour du dernier quartier, la distance de la Lune à la Terre étant de 1028, on observa le 28 au matin, la hauteur de la Pleine Mer de 12 pieds 5 pouces 8 lignes, & celle de la basse Mer de 3 pieds 11 pouces 4 lignes; de sorte que l'élevation de la Mer a été ce jour-là de 8 pieds 6 pouces 4 lignes, un peu plus petite que celle du 28 Juin, comme on a dû l'observer; la distance de la Lune à la Terre étant plus petite le 13 Juin que le 28. Ces deux Observations ayant été faites près du Solstice d'Eté, nous les avons comparées avec celles qui ont été faites près des Equinoxes, & nous avons trouvé que toutes choses égales, les petites Marées qui suivent les Quadratures, sont plus grandes vers les Solstices que vers les Equinoxes. Car la hauteur de la Pleine Mer a été observée le 16 Mars, jour de la plus petite Marée, de 10 pieds 10 pouces, la Lune étant près de son Apogée; & le 31 Mars, de 13 pieds 2 pouces, la Lune étant près de son Périgée. Prenant un milieu, on aura la hauteur moyenne des Marées dans les Equinoxes à Brest, de 12 pieds, plus petite de 7 à 8 pouces que la hauteur moyenne tirée des Observations du 15 & du 28 Juin, faites dans les Solstices.

Quoique cet effet paroisse contraire à celui que nous avons observé dans les Nouvelles & Pleines Lunes, dont les Marées sont plus grandes vers les Equinoxes que vers les Solstices, on voit cependant qu'il peut dépendre de la même cause. Car la Lune étant dans un de ses quartiers dans le temps de l'Equinoxe, parcourt par son mouvement journalier un cercle parallele peu éloigné des Tropiques, & la pression qu'elle cause sur la Mer, se faisant suivant un petit cercle, doit s'y faire moins ressentir.

Au contraire, la Lune étant dans un de ses quartiers au temps du Solstice, parcourt par son mouvement journalier l'Equinoctial, ou un parallele qui en est fort peu éloigné, & par conséquent la pression sur les eaux de la Mer, qui se fait suivant un grand cercle de la Terre, doit être plus grande que lorsqu'elle parcourt un des Tropiques.

Il paroît par-là que les diverses hauteurs que l'on observe dans les Marées des Equinoxes & des Solstices, ne doivent point se regler précisément sur les temps des Equinoxes & des Solstices, mais sur la plus grande ou plus petite déclinaison de la Lune à l'égard de l'Equinoctial. Car le Soleil étant dans l'Equinoxe du Printemps, & la Lune dans son dernier quartier, c'est-à-dire, dans les signes Meridionaux, la hauteur de la Marée doit être beaucoup plus petite, lorsque la latitude de la Lune est Meridionale, que lorsqu'elle est Septentrionale; & par la même raison, le Soleil étant dans le Solstice d'Eté dans le temps de la Nouvelle Lune, la hauteur de la Marée doit être beaucoup plus petite, lorsque la latitude de la Lune est Septentrionale, que lorsqu'elle est Meridionale.

On peut donc tirer de ces Observations ces deux regles générales.

1.^o Que toutes choses égales, les Marées doivent être plus petites, lorsque la Lune étant dans son Apogée & dans les signes Meridionaux, sa latitude est en même temps Meridionale; ou bien lorsque la Lune étant dans son Apogée & dans les signes Septentrionaux, sa latitude est aussi Septentrionale.

2.^o Qu'au contraire les Marées doivent être plus grandes, lorsque la Lune étant dans son Périgée, parcourt l'Equinoctial sans aucune déclinaison.

Il est difficile de trouver des Observations qui ayent été faites précisément dans ces différenes circonstances. Il nous suffira de remarquer que le 16 Juin 1711, jour de la Nouvelle Lune, la distance de la Lune à la Terre étant de 1048, c'est-à-dire, que la Lune étant près de son Apogée, avec une déclinaison Meridionale de $26^{\text{d}} 36'$, qui est la plus grande qu'on ait trouvée dans l'espace de plus d'une année; la hauteur

de la Pleine Mer fut observée le 17 de 16 pieds 2 pouces 6 lignes, qui est une des plus petites qu'on ait remarquée. Le 4 Juin de l'année suivante, jour de la nouvelle Lune, la distance de la Lune à la Terre étant de 1064, & la déclinaison Septentrionale de la Lune de $25^{\text{d}} 10'$; la hauteur de la plus grande Marée fut observée ce jour-là de 16 pieds 2 pouces, qui est la plus petite que nous avons trouvée à Brest dans les Observations des Nouvelles & Pleines Lunes.

On remarque le même effet dans les quadratures. Car le 5 Septembre 1711, jour du dernier quartier, la distance de la Lune à la Terre étant de 1061, & la déclinaison Septentrionale de la Lune de $26^{\text{d}} 31'$, qui est une des plus grandes qui soit arrivée depuis le 23 Juin 1711 jusqu'au 11 Juillet 1712, la hauteur de la plus petite Marée fut observée le 6 Septembre de 10 pieds 3 pouces, qui est la plus basse qu'on ait remarquée dans l'espace de plus d'une année. La hauteur de la basse Mer fut observée le soir de 5 pieds 11 pouces; de sorte que l'élevation de la Mer n'a été ce jour-là que de 4 pieds 4 pouces.

Le 15 Mars de l'année suivante 1712, jour du dernier quartier, la distance de la Lune à la Terre étant de 1063, à peu-près de même que le 5 Septembre, & la déclinaison Septentrionale de la Lune de $25^{\text{d}} 45'$, un peu plus petite que dans l'Observation de l'année précédente, la hauteur de la plus petite Marée fut observée le 16 Mars de 10 pieds 10 pouces, un peu plus grande que le 5 Septembre 1711, mais une des plus basses que l'on ait remarquée, l'élevation de la Mer n'ayant été ce jour-là que de 4 pieds 6 pouces.

A l'égard des plus grandes Marées qui doivent arriver lorsque la Lune est dans son Périgée, & parcourt l'Equinoctial, nous n'avons point d'Observations à Brest qui ayent été faites dans ces circonstances; & il suffira de remarquer que le 12 Septembre 1711, la distance de la Lune à la Terre étant de 969, & la déclinaison à l'égard de l'Equinoctial de $2^{\text{d}} 39'$, qui est la plus petite qui soit arrivée dans les Nouvelles & Pleines Lunes, depuis le 16 Juin 1711 jusqu'au 11 Juillet 1712, la hauteur de la Pleine Mer fut observée le 14 Septembre de 18 pieds

24 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

11 pouces, & celle de la basse Mer de 2 pieds au-dessous du point fixe, ce qui donne l'élevation de la Marée pour ce jour-là, de 20 pieds 11 pouces, qui est une des plus grandes qui soit arrivée à Brest dans cet intervalle de temps.

On peut remarquer ici que la différence entre les cercles parallèles d'un degré à l'autre, va toujours en augmentant en s'éloignant de l'Equateur & s'approchant du Pole, & que par conséquent la variation de la déclinaison de la Lune doit produire un effet moins sensible sur les Marées près de l'Equinoctial, que vers les Tropiques.

Les Observations que nous avons rapportées ci-dessus, semblent prouver suffisamment que les différentes déclinaisons de la Lune à l'égard de l'Equinoctial, contribuent à augmenter ou diminuer la hauteur des Marées, aussi bien que les diverses distances de la Lune à la Terre. Ces deux causes étant pour l'ordinaire compliquées ensemble, il est nécessaire, pour les distinguer, d'avoir un grand nombre d'Observations faites en différentes situations de la Lune, tant à l'égard de la Terre qu'à l'égard de l'Equinoctial; c'est pourquoi nous avons cru en devoir examiner quelques-unes qui avoient été faites à Brest en 1692.

Le Journal de ces Observations commence au 6 Juin de l'année 1692. & finit au dernier Octobre de la même année. On y a marqué jour par jour la hauteur de la Pleine Mer, à l'égard d'un rocher nommé la Rose, qui est à l'entrée & au dedans du Port, & on y a adjointé la température de l'air, la situation & la force du vent.

Par l'examen que nous avons fait de toutes ces Observations, nous avons trouvé que dans cet intervalle de temps, la plus grande Marée est arrivée le 12 Septembre 1692, deux jours après la Nouvelle Lune, la Mer étant montée ce jour-là à la hauteur de 28 pieds 7 pouces. Ayant calculé la situation de la Lune pour le temps de la Nouvelle Lune précédente, qui est arrivée le 10 Septembre à 6^h 12' du soir, nous avons trouvé que cette Planete étoit fort près de son Périgée, sa distance à la Terre étant de 936 parties, dont la moyenne est

est 1000. La Lune étoit aussi fort près de l'Equinoctial, sa déclinaison Meridionale n'étant que de $3^d 11'$, qui peuvent causer très-peu de variation dans la hauteur de la Mer.

Dans les autres Observations des Marées faites aux Nouvelles ou Pleines Lunes, cette Planete étoit non seulement plus éloignée de la Terre que le 10 Septembre, mais même sa déclinaison, à l'égard de l'Equinoctial, étoit plus grande; ainsi toutes les Marées ont dû être plus petites que le 12 Septembre, ce qui est conforme aux Observations.

Dans la Pleine Lune suivante, qui est arrivée le 25 Septembre à $10^h 54'$ du matin, la Lune étoit dans son Apogée; sa distance à la Terre étoit de 1065, & sa déclinaison Septentrionale de $4^d 59'$. Aussi l'on observa le 25 la hauteur de la Mer de 25 pieds 5 pouces, plus basse de 3 pieds 2 pouces que le 12 du même mois.

Le 14 Juin de la même année, jour de la Nouvelle Lune, la distance de la Lune à la Terre étant de 993, dont la moyenne est 1000, & sa déclinaison Septentrionale de $27^d 10'$, qui est la plus grande qui soit arrivée; on observa le 16 la hauteur de la Mer de 25 pieds 7 pouces, plus basse d'un pied 5 pouces que la hauteur moyenne des Marées, tirée des Observations faites au mois de Septembre, lorsque la Lune étoit près de l'Equateur.

À l'égard des petites Marées observées à Brest dans les Quadratures, on trouve que la plus grande est arrivée le 23 Juin, deux jours après le premier quartier, la Mer étant montée ce jour-là à la hauteur de 21 pieds 4 pouces. La Lune étoit alors près de son Périogée, sa distance à la Terre étant de 977. Elle étoit aussi fort près de l'Equinoctial, sa déclinaison Septentrionale n'étant que de $3^d 42'$.

Le 8 Juin précédent la hauteur de la mer fut trouvée de 19 pieds 1 pouce, plus petite de 2 pieds 3 pouces que le 23 Juin, comme on a dû l'observer, la Lune étant le 6 Juin jour du dernier quartier dans son Apogée, & sa distance à la Terre de 1064.

On voit donc par les Observations faites à Brest en 1692.

Mem. 1713.

D

de même que par celles qu'on a fait les années dernières dans le même port, que la distance de la Lune à la Terre & sa déclinaison à l'égard de l'Equateur, contribuent beaucoup à l'augmentation & à la diminution qu'on observe dans la hauteur des Marées.

Sur ces principes nous avons dressé des Tables pour trouver à Brest la hauteur des Marées, tant dans les Nouvelles & Pleines Lunes que dans les Quadratures.

Nous supposons pour cela qu'à Brest dans les grandes Marées qui suivent les Nouvelles ou Pleines Lunes, lorsque cette Planette est dans son Périogée, & qu'elle parcourt en même temps l'Equinoctial, la hauteur de la Pleine Mer est de 20 pieds 0 ponce; que lorsque la Lune est dans son Apogée & sur l'Equinoctial, la hauteur de la Pleine Mer est de 17 pieds 0 ponce; & que lorsqu'elle est dans son Apogée, & que sa déclinaison à l'égard de l'Equinoctial est de $28^d\ 50'$ qui est la plus grande qu'elle puisse avoir, la hauteur de la Pleine Mer est de 15 pieds 6 ponces. Nous supposons aussi que dans les petites Marées qui suivent les Quadratures, lorsque la Lune est dans son Périogée & qu'elle parcourt l'Equinoctial, la hauteur de la Pleine Mer est de 14 pieds 0 ponce; que lorsque cette Planette est dans son Apogée & sur l'Equinoctial, la hauteur de la Pleine Mer est de 12 pieds 0 ponce, & que lorsqu'elle est dans son Apogée, & que sa déclinaison est de $28^d\ 50'$, la hauteur de la Pleine Mer est de 10 pieds 6 ponces.

Suivant ces regles la différence de la hauteur de la Pleine Mer causée par les diverses distances de la Lune à la Terre dans les Nouvelles & Pleines Lunes, est de 3 pieds 0 ponce, plus grande du double que celle qui est produite par la déclinaison de la Lune à l'égard de l'Equinoctial.

Mais comme la différence entre la distance de la Lune à la Terre dans son Apogée & dans son Périogée, est plus petite d'un tiers dans les Quadratures que dans les Nouvelles & Pleines Lunes, l'on a supposé que la différence de la hauteur de la Pleine Mer causée par les diverses distances de la Lune à la Terre dans les Quadratures, n'est que de 2 pieds, conformément aux Observations.

Dans les autres situations de la Lune à l'égard de la Terre, la hauteur de la Pleine Mer est proportionnée aux diverses distances de la Lune à la Terre. Pour trouver les variations causées par la déclinaison de la Lune à l'égard de l'Equinoctial, nous avons pris des déclinaisons dont les sinus des compléments sont en proportion Arithmétique, afin de pouvoir distribuer également la hauteur des Marées.

On trouvera par le moyen de ces Tables & des Regles suivantes, la hauteur des grandes & des petites Marées à Brest, tant dans les Nouvelles & Pleines Lunes, que dans les Quadratures.

R E G L E I.

Trouver à Brest la hauteur de la plus grande Marée, qui doit arriver dans une Nouvelle ou Pleine Lune donnée :

Cherchés par les Tables Astronomiques la distance de la Lune à la Terre, & sa déclinaison à l'égard de l'Equinoctial. Prenés au haut de la première Table la distance de la Lune à la Terre, & à côté sa déclinaison, & vous trouverez vis-à-la hauteur de la plus grande Marée.

R E G L E I I.

Trouver à Brest la hauteur de la plus petite Marée, qui doit suivre une des Quadratures :

Cherchés par les tables Astronomiques la distance de la Lune à la Terre & sa déclinaison. Prenés au haut de la seconde Table la distance de la Lune à la Terre & à costé sa déclinaison, la hauteur de la Marée qui répond à ces deux chiffres sera la hauteur de la plus petite Marée qui suit la Quadrature donnée.

E X E M P L E I.

On cherche la hauteur de la plus grande Marée, qui est arrivée dans la Nouvelle Lune d'Octobre 1711.

On trouvera que le 12 Octobre à 6^h 0' du matin, temps de la Nouvelle Lune, la distance de cette Planette à la Terre étoit de 947, & sa déclinaison Méridionale de 12^d 13'.
D-ij.

28 MEMOIRÉS DE L'ACADEMIE ROYALE
Prenés dans la première Table vis-à-vis de 95 & de $12^d 0'$
la hauteur de la plus grande Marée qu'on trouvera de $19 6$,
précisément de même qu'on l'a observée.

E X E M P L E I I.

On cherche la hauteur de la plus grande Marée, qui est
arrivée dans la Nouvelle Lune de Juin 1712.

On trouvera que le 4 Juin à $7^h 25'$ du matin, temps de
la Nouvelle Lune, la déclinaison Septentrionale de cette Pla-
nette étoit de $25^d 10'$ & sa distance à la Terre de 1064 .
Prenés dans la première Table vis-à-vis de 106 & de 25^d
 33 , la hauteur de la plus grande Marée qu'on trouvera de
 15 pieds 10 pouces plus petite seulement de 4 pouces que
celle que l'on a observée.

E X E M P L E I I I.

On cherche la hauteur de la plus petite Marée qui suit le
premier quartier de la Lune du 23 Juin 1712.

On trouvera que le 25 Juin à $8^h 18'$ du soir, la déclinaison
Septentrionale de la Lune étoit de $6^d 30'$ & sa distance
à la Terre de 987 . Prenés dans la seconde Table vis-
à-vis de 99 & de $6^d 56'$, la hauteur de la plus petite Marée
qu'on trouvera de 13 pieds 8 pouces $0'$ à 4 lignes près de
celle qui a été observée.

E X E M P L E I V.

On cherche la hauteur de la plus petite Marée qui suit le
premier quartier de la Lune du 5 Septembre 1712.

On trouvera pour ce temps la distance de la Lune à la
Terre de 1061 & sa déclinaison Septentrionale de $26^d 28'$.
Prenés dans la seconde Table vis-à-vis de 106 & de $26^d 25'$
la hauteur de la plus petite Marée qu'on trouvera de 10 pieds
 9 pouces plus grande seulement de 6 pouces que celle qu'on a
observée.

On pourra dresser des regles semblables pour trouver la
hauteur des Marées dans les autres Ports de l'Océan, pourvû

qu'on ait diverses Observations de la Pleine Mer faites en différentes situations de la Lune, & principalement lorsqu'elle est près de son Apogée & de son Perigée ; qu'elle parcourt l'Equinoctial, ou qu'elle est vers la plus grande déclinaison.

TABLE de la Hauteur des Grandes Marées dans les Nouvelles & Pleines Lunes.

Déclinaison de la Lune.	Distance de la Lune à la Terre.												
	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105	106
	Hauteur de la Pleine Mer à Brest dans les Nouvelles & Pleines Lunes.												
Degr. Min.	Pieds. Pouc.	Pieds. Pouc.	Pieds. Pouc.	Pieds. Pouc.	Pieds. Pouc.	Pieds. Pouc.	Pieds. Pouc.	Pieds. Pouc.	Pieds. Pouc.	Pieds. Pouc.	Pieds. Pouc.	Pieds. Pouc.	Pieds. Pouc.
0 0	20 0	19 9	19 6	19 3	19 0	18 9	18 6	18 3	18 0	17 9	17 6	17 3	17 0
6 56	19 11	19 8	19 5	19 2	18 11	18 8	18 5	18 2	17 11	17 8	17 5	17 2	16 11
9 48	19 10	19 7	19 4	19 1	18 10	18 7	18 4	18 1	17 10	17 7	17 4	17 1	16 10
12 0	19 9	19 6	19 3	19 0	18 9	18 6	18 3	18 0	17 9	17 6	17 3	17 0	16 9
13 50	19 8	19 5	19 2	18 11	18 8	18 5	18 2	17 11	17 8	17 5	17 2	16 11	16 8
15 26	19 7	19 4	19 1	18 10	18 7	18 4	18 1	17 10	17 7	17 4	17 1	16 10	16 7
16 54	19 6	19 3	19 0	18 9	18 6	18 3	18 0	17 9	17 6	17 3	17 0	16 9	16 6
18 14	19 5	19 2	18 11	18 8	18 5	18 2	17 11	17 8	17 5	17 2	16 11	16 8	16 5
19 28	19 4	19 1	18 10	18 7	18 4	18 1	17 10	17 7	17 4	17 1	16 10	16 7	16 4
20 37	19 3	19 0	18 9	18 6	18 3	18 0	17 9	17 6	17 3	17 0	16 9	16 6	16 3
21 42	19 2	18 11	18 8	18 5	18 2	17 11	17 8	17 5	17 2	16 11	16 8	16 5	16 2
22 44	19 1	18 10	18 7	18 4	18 1	17 10	17 7	17 4	17 1	16 10	16 7	16 4	16 1
23 43	19 0	18 9	18 6	18 3	18 0	17 9	17 6	17 3	17 0	16 9	16 6	16 3	16 0
24 39	18 11	18 8	18 5	18 2	17 11	17 8	17 5	17 2	16 11	16 8	16 5	16 2	15 11
25 33	18 10	18 7	18 4	18 1	17 10	17 7	17 4	17 1	16 10	16 7	16 4	16 1	15 10
26 25	18 9	18 6	18 3	18 0	17 9	17 6	17 3	17 0	16 9	16 6	16 3	16 0	15 9
27 15	18 8	18 5	18 2	17 11	17 8	17 5	17 2	16 11	16 8	16 5	16 2	15 11	15 8
28 3	18 7	18 4	18 1	17 10	17 7	17 4	17 1	16 10	16 7	16 4	16 1	15 10	15 7
28 50	18 6	18 3	18 0	17 9	17 6	17 3	17 0	16 9	16 6	16 3	16 0	15 9	15 6

*TABLE de la Hauteur des Petites Marées
dans les Quadratures.*

Déclinaison de la Lune.		Distance de la Lune à la Terre.																	
		98		99		100		101		102		103		104		105		106	
		Hauteur de la Pleine Mer à Brest dans les Quadratures.																	
Deg.	Min.	Pieds.	Poucs.	Pieds.	Poucs.	Pieds.	Poucs.	Pieds.	Poucs.	Pieds.	Poucs.	Pieds.	Poucs.	Pieds.	Poucs.	Pieds.	Poucs.	Pieds.	Poucs.
0	0	14	0	13	9	13	6	13	3	13	0	12	9	12	6	12	3	12	0
6	56	13	11	13	8	13	5	13	2	12	11	12	8	12	5	12	2	11	11
9	48	13	10	13	7	13	4	13	1	12	10	12	7	12	4	12	1	11	10
12	0	13	9	13	6	13	3	13	0	12	9	12	6	12	3	12	0	11	9
13	50	13	8	13	5	13	2	12	11	12	8	12	5	12	2	11	11	11	8
15	26	13	7	13	4	13	1	12	10	12	7	12	4	12	1	11	10	11	7
16	54	13	6	13	3	13	0	12	9	12	6	12	3	12	0	11	9	11	6
18	14	13	5	13	2	12	11	12	8	12	5	12	2	11	11	11	8	11	5
19	28	13	4	13	1	12	10	12	7	12	4	12	1	11	10	11	7	11	4
20	37	13	3	13	0	12	9	12	6	12	3	12	0	11	9	11	6	11	3
21	42	13	2	12	11	12	8	12	5	12	2	11	11	11	8	11	5	11	2
22	44	13	1	12	10	12	7	12	4	12	1	11	10	11	7	11	4	11	1
23	43	13	0	12	9	12	6	12	3	12	0	11	9	11	6	11	3	11	0
24	39	12	11	12	8	12	5	12	2	11	11	11	8	11	5	11	2	10	11
25	33	12	10	12	7	12	4	12	1	11	10	11	7	11	4	11	1	10	10
26	25	12	9	12	6	12	3	12	0	11	9	11	6	11	3	11	0	10	9
27	15	12	8	12	5	12	2	11	11	11	8	11	5	11	2	10	11	10	8
28	3	12	7	12	4	12	1	11	10	11	7	11	4	11	1	10	10	10	7
28	50	12	6	12	3	12	0	11	9	11	6	11	3	11	0	10	9	10	6



E X A M E N

De la manière dont le Fer opere sur les liqueurs de notre Corps, & dont il doit être préparé pour servir utilement dans la Pratique de la Médecine.

Par M. LEMERY le Fils.

IL n'y a guères de partie de la Physique plus capable que la Chimie, d'amuser la curiosité par des Phenomenes nouveaux. Pour peu qu'on travaille dans cette Science avec une certaine sagacité, & si j'ose m'exprimer ainsi, avec un esprit de découverte, on se trouve arrêté presque à chaque pas par l'agrément de la nouveauté; mais cet agrément ne doit pas faire le but principal de notre étude. C'est l'utilité Médicinale qui doit nous occuper particulièrement, & quand on rapporte tout à ce point de vûë, il y a peu d'expériences Chimiques dont on ne puisse tirer des conséquences & des lumières, par rapport à la Théorie ou à la Pratique de la Médecine.

4. Fevrier
1713.

Suivant donc ce dessein, j'ai tâché de faire usage de plusieurs expériences que j'avois faites sur le Fer, & dont je me servirai dans ce Mémoire. 1.^o Pour donner une idée sensible de la manière dont il opere sur nos liqueurs. 2.^o Pour prouver manifestement l'abus de certaines préparations, dans lesquelles il semble qu'on ait pris à tâche de détruire la vertu de ce métal, & enfin pour faire sentir à l'Artiste ce qu'il doit scrupuleusement observer dans les différentes préparations du Fer; j'en proposerai à cette occasion quelques-unes que j'ai faites selon la même méthode, & qui m'ont parfaitement réussi dans la Pratique.

Il n'y a presque point de liqueur dans la nature qui par elle-même, & sans le secours du feu, ne soit capable d'entamer le Fer, & de s'en charger, c'est-là ce qui contribue d'abord à son action si efficace & si spécifique, dans ce qu'on appelle

32 MEMOÏRES DE L'ACADEMIE ROYALE

communément les pâles-couleurs, & dans plusieurs autres maladies : & en effet si le Fer étoit absolument indissoluble, ou qu'il ne fût dissoluble que par certains esprits corrosifs; les suc de l'estomach n'y auroient jamais d'action, & ne recevant point d'impression de la part de ce métal qui leur seroit inaccessible, ils n'en pourroient point être altérés, & ils ne lui serviroient point de véhicule pour le porter dans le sang; il seroit donc par-là absolument inutile à cette dernière liqueur, quelque propriété qu'il pût avoir, & restant dans les premières voyes comme il y seroit entré, il n'y causeroit qu'un poids & un embarras, tel qu'il a coûtume de le faire quand il a passé par certaines opérations mal entendues dont il sera parlé dans la suite.

La nature & la grandeur des pores du Fer étant donc telles qu'ils peuvent aisément admettre & retenir non-seulement des acides développés, mais encore toute sorte de sels grossiers; il suit évidemment de cette observation que le Fer peut être donné comme un excellent absorbant, & qu'il agit effectivement d'abord de cette manière, c'est-à-dire, en se chargeant des parties salines qui se trouvent dans l'estomach, & en adoucissant toutes les liqueurs qui s'y sont unies; je m'en suis servi avec succès dans cette vûë pour amortir des aigres scorbutiques placés dans l'estomach, qui fatiguoient horriblement le malade, & qui n'avoient pû céder à tous nos absorbants terreux, & à plusieurs autres remedes.

Mais ce n'est pas-là la seule manière dont le Fer opère chés nous; il n'y a, pour s'en convaincre, qu'à examiner la nature particulière de ce métal, & les différentes parties dont il est composé.

J'ai fait voir dans un Mémoire donné en 1706. qu'il étoit aisé de découvrir dans le Fer deux sortes de parties, sçavoir, une substance sulphureuse très-active & très-pénétrante, qui, en s'exhalant de la partie fixe du Fer, donne des indices incontestables de sa nature inflammable; & ce qui acheve la démonstration de cette matière existante dans le Fer, c'est que M. Homberg, avec sa sagacité ordinaire, a trouvé le secret
de

de la séparer, sans la perdre, & de la rendre palpable en cet état.

L'autre portion du Fer qui est la véritable partie ferrugineuse, c'est une matière métallique qui sert de base à la substance sulphureuse, & qui étant privée de cette substance, n'en admet que mieux dans ses pores la matière magnetique; mais j'ai prouvé en même temps que plus le fer étoit chargé de parties sulphureuses, plus il étoit dissoluble en général, & que quand il en avoit été dépouillé jusqu'à un certain point, aucune liqueur n'y avoit plus d'action; j'ai fait voir encore que la substance sulphureuse du Fer pouvoit en être facilement séparée, soit par une chaleur assés médiocre qui élève d'autant mieux cette partie, qu'elle est naturellement fort volatile & fort abondante; soit par l'entrée des acides dans les pores du Fer: car comme ils trouvent dans ces pores une grande quantité de bitume, ils en chassent & ils en expriment une portion; pour pouvoir s'y loger; soit enfin par la sortie de ces mêmes acides, comme nous l'expliquerons plus amplement dans la suite.

Le Fer regorgeant donc, pour ainsi dire, d'une matière bitumineuse contenuë dans les pores de sa partie métallique, il n'est pas possible que quand il a été mêlé à nos liqueurs, une portion de son bitume n'abandonne pas le métal pour s'aller unir au reste du liquide; & en effet toutes les circonstances qui, dans nos opérations Chymiques, contraignent la partie sulphureuse du Fer à se séparer du reste de la masse, se rencontrent aussi dans nos liqueurs précisément de la même manière, & elles ne diffèrent entre elles par rapport à leur action, que du plus au moins; en sorte que si le bitume du Fer est obligé de céder aux unes, il doit aussi céder plus ou moins aux autres suivant le degré de leur force.

Car premièrement puisque l'action seule de la chaleur suffit pour faire exhaler de la limaille d'Acier ou de Fer, une quantité assés considérable de matière sulphureuse, pourquoi cette même limaille reçûë dans l'estomach, & portée ensuite dans les différentes parties de notre corps, où elle trouve une chaleur digestive, n'y laissera-t-elle pas aussi exhaler une partie de son

bitume ? ou si cette chaleur , quoique toujours continuée , n'est pas encore assez forte pour chasser des pores du Fer une grande quantité de ce soufre ; du moins sera-t-elle assez puissante pour rarefier & gonfler la matière bitumineuse contenue dans ses pores ? De même que quand on expose un morceau de gâteau sec à une chaleur douce , le beurre contenu dans les interstices du gâteau , se gonfle , de manière qu'il en exude au dehors une portion , qui ne trouve plus de place où elle étoit contenue auparavant. Or en supposant le même effet dans le Fer , on va voir combien il contribue à l'évaporation de la matière sulphureuse dont il s'agit.

En second lieu , puisque les acides qui s'insinuent dans les pores du Fer , en font toujours sortir une matière sulphureuse dont ils prennent la place ; pourquoi la même chose n'arrivera-t-elle pas à ce métal pris intérieurement ? car il trouve un grand nombre de sels dans nos liqueurs , & il s'y dissout réellement ; par conséquent il y doit répandre d'autant plus facilement & abondamment sa matière bitumineuse , que cette matière en se gonflant par la chaleur , a déjà commencé à se détacher des parois des pores auxquelles elle étoit collée , & qu'en y laissant un vuide moins considérable à cause de son gonflement , les sels qui font effort pour s'y insinuer , rencontrent en leur chemin plus de matière qui leur fait obstacle ; ils doivent donc alors pour se placer , en chasser une plus grande quantité que si la matière eût demeuré dans sa condensation naturelle , & qu'elle eût laissé par-là un passage plus libre à ces sels.

Mais , me dira-t-on , le Fer saoulé d'acides comme il l'est dans le Vitriol , & dans les Eaux minérales ferrugineuses , qui ne sont qu'un Vitriol dissout ; ce Fer , dis-je , ne peut plus admettre dans ses pores de nouveaux sels : comment donc étant pris intérieurement communiquera-t-il à nos liqueurs une portion de sa matière sulphureuse ? Enfin comment le Vitriol & le Fer en substance peuvent-ils produire les mêmes effets dans certaines maladies ?

Je réponds que les pores du Fer étant fort grands , & remplis de beaucoup de matière bitumineuse , les acides qui

qui ont servi à réduire ce métal en Vitriol, n'en ont pas chassé, en s'y insérant, tout le bitume qu'ils y ont trouvé; ils n'en ont fait sortir que la quantité qui n'auroit pû y être contenue avec le volume des acides, & ils se sont tellement unis au reste de la matière sulphureuse qui n'a point été déplacée, que quand on les dégage ensuite de leurs gaines ferrugineuses, ils entraînent toujours avec eux cette matière, comme je l'ai prouvé clairement dans les Mémoires de 1706. par des expériences sensibles.

Cela étant, quoique le Fer soit chargé d'acides & réduit en Vitriol, il se trouve encore en état de fournir à nos liqueurs une portion de sa matière bitumineuse; elles n'ont, pour lui enlever & s'approprier cette matière, qu'à déraciner les acides qui y tiennent, & l'expérience nous prouve clairement qu'elles sont capables de cet effet. Car j'ai fait voir en parlant de la formation des Encres faites avec le Vitriol, que les corps absorbans & sulphureux, comme la Noix de Galle, dépouilloient le Vitriol de ses acides, & que la couleur noire ne résultoit de ce mélange que par la révivification subite du Fer qui fait la base de ce minéral. Or il est certain que toutes nos liqueurs sont pleines de matières alcalines & sulphureuses; aussi quand on a pris intérieurement du Vitriol, les selles deviennent-elles souvent toutes noires, parce que ce minéral a trouvé dès les premières voyes, une espèce de Noix de Galle propre à lui dérober ses acides.

Mais ce qui mérite quelque attention, c'est que la même liqueur, par exemple la décoction de Noix de Galle, qui agit en qualité d'absorbant sur le Fer revêtu d'acides, agit comme dissolvant sur la limaille de Fer ou d'Acier, & ainsi on ne doit point être étonné, si les mêmes liqueurs de notre Corps qui sont propres à priver le Vitriol de ses acides, peuvent aussi dissoudre & dissolvent effectivement le Fer pur & sans mélange; car comme il a en cet état des pores ouverts à toute sorte de sels, & par conséquent à ceux de tous les suc qu'il rencontre dans nos Corps, on conçoit aisément qu'il n'y peut alors résister; mais quand il est hérissé par-tout d'acides,

ce n'est plus lui, ce sont ces acides qui s'offrent aux parties de nos liqueurs, & ce sont aussi sur eux qu'elles portent leur action.

Enfin comme l'action de la Noix de Galle sur les acides du Vitriol, n'empêche pas la partie ferrugineuse de ce minéral de recevoir encore de nouveaux acides en place de ceux qu'elle a perdus, & de reprendre par-là sa première forme vitriolique; de même aussi peut-on conjecturer avec assez de vraisemblance, que quand les parties absorbantes de nos liqueurs ont enlevé les acides du Vitriol, le Fer qui en faisoit la base, devient alors en état d'absorber les nouveaux sels qui se présentent à son passage, & par-là il communique plusieurs fois à nos liqueurs la matière sulphureuse, savoir, par les acides qu'il y perd, & par les sels qu'il y recouvre.

A l'égard des Eaux minerales vitrioliques, elles n'agissent pas seulement par le soufre contenu dans leur Vitriol, & qui s'en sépare de la manière que nous venons de l'expliquer, elles agissent encore par un soufre tout développé qui nage immédiatement dans l'Eau, & qui s'évapore promptement à cause de sa grande volatilité qui n'est arrêtée par rien d'assez puissant pour le retenir long-temps dans le liquide dont il est environné. Cette matière sulphureuse telle qu'on la suppose, peut venir de plusieurs causes, & entr'autres, de ce que dans les Mines de Fer où se forme le Vitriol, & par où les Eaux minerales ont passé, il regne toujours une vapeur sulphureuse que les acides vitrioliques qui s'engagent dans les pores du Fer, en font élever; de même qu'il arrive dans la formation du Vitriol artificiel, qui ne diffère en rien du naturel. Cette vapeur peut encore être augmentée par quelque chaleur souterraine, comme nous l'augmentons aussi quand on fait l'opération du Vitriol sur un petit feu; car alors la vapeur sulphureuse qui s'exhale du Fer est assez abondante pour pouvoir s'enflammer, ce qui produit un phénomène Chymique très-curieux qui a été découvert & publié par mon Pere en 1701.

Il n'est donc pas étonnant que les Eaux qui traversent les Mines vitrioliques, & qui y deviennent minerales par le

Vitriol qu'elles y dissolvent, entraînent encore avec elles la vapeur sulphureuse dont il s'agit ; c'est par rapport à cette vapeur, qui se dégage bien-tôt de l'Eau quand elle a été exposée quelque temps à l'air, que les Eaux minérales qui sortent nouvellement de leur fontaine, ont plus de vertu, que quand elles ont été gardées ; c'est encore par le moyen de ce soufre tout développé & fort actif, qu'elles portent à la tête, & qu'elles produisent même quelquefois une espèce d'ivresse, ce qu'elles ne font point ou très-peu quand ce soufre a eu le temps de s'échapper. Enfin, c'est par la même raison que quand on a fait fondre dans de l'Eau, autant de Vitriol qu'il y en a dans une pareille quantité d'Eau minérale, comme celle de Passi ; si l'on compare ensuite l'effet médicinal de l'Eau minérale récemment tirée de sa fontaine, avec celui de la solution du Vitriol, on y découvre une différence sensible ; & cela, parce que les esprits sulphureux qui se trouvent naturellement dans l'eau minérale, n'ont point été inférés dans la solution ; mais cette différence s'évanouit bientôt par le dégagement & la fuite de ces esprits ; car alors il ne reste plus à l'Eau minérale qu'une matière vitriolique semblable en nature au Vitriol de la solution, & dont on retire de même par le feu, un esprit acide, & des parties ferrugineuses.

Pour revenir présentement à la manière dont le Fer opère sur nos liqueurs, on a vu par ce qui a été dit, que la partie sulphureuse & volatile qui s'en détache, a une grande part à cette action ; & on le reconnoîtra de plus en plus, si l'on considère que quand on a fait prendre de la limaille d'Acier dans certaines maladies, quelque temps après le poux s'élève & devient plus fort, la chaleur augmente & se répand partout ; le visage qui étoit pâle & souvent plombé & verdâtre, reprend sa couleur naturelle, & il survient quelquefois des hémorragies considérables ; enfin tous les changements qui arrivent pour lors, paroissent autant de marques d'une matière spiritueuse qui s'est insinuée dans les pores du sang, qui le rarefie & l'anime ; c'est aussi par-là que le Fer réussit si bien dans les pâles-couleurs, où il s'agit de rectifier un sang

presqu'unanimé, qui par la lenteur & la grossièreté de ses parties, surcharge les solides, & résiste puissamment à l'effort qu'ils font pour le faire circuler, d'où naissent les palpitations de cœur, les étouffements, l'abattement & la langueur universelle, & plusieurs autres symptomes qui accompagnent cette maladie.

Mais, me dira-t-on, comment une vapeur sulphureuse peut-elle faire évanouir tous ces accidents? C'est ce que je vais faire voir en peu de mots.

La vapeur sulphureuse qui s'échappe des pores du Fer, & qui va se rendre dans ceux de la masse du sang, doit être regardée comme une espèce de levain spiritueux qui réveille la fermentation de cette liqueur, & qui donne lieu par-là au développement de ses principes spiritueux, & à la précipitation des parties grossières qui faisoient la lenteur & la tenacité; car le sang n'acquiert la consistance qui lui convient, qu'autant qu'il a été suffisamment dépuré; & cette dépuration ne se fait qu'autant que la fermentation du sang est portée jusqu'à un certain point; de même que le Vin ne devient spiritueux, & ne se dépouille de ses parties tartareuses que par un certain degré de fermentation, qu'on est quelquefois obligé d'exciter & de renouveler après coup par des matières sulphureuses & fermentatives, qui font alors sur le Vin, ce que la partie sulphureuse du Fer fait sur le sang dans la maladie dont il s'agit.

Mais ce qui contribuë peut-être encore à achever la dépuración du sang dans cette maladie, c'est la partie fixe du Fer, qui s'étant unie aux parties grossières de la liqueur, les entraîne par son propre poids, & les en sépare; de même qu'il arrive quand on éclaircit du Vin qui est denicuré trouble à cause d'un reste de parties tartareuses qui y tiennent encore; car alors on se sert de la Colle de Poisson, ou du Blanc d'Œuf, ou de plusieurs matières terreuses & absorbantes qui agissent toutes en arrachant à la liqueur ce qui troubloit sa limpidité.

Il suit de ce qui a été dit, que le Fer opère dans nos Corps de deux manières, sçavoir, par sa seule partie sulphureuse ou par toute sa substance, c'est-à-dire, par sa partie fixe & par

sa partie volatile unies ensemble, comme elles le sont dans l'état naturel; mais comme la partie fixe & métallique du Fer est absolument indissoluble, & par conséquent incapable d'agir, quand elle est privée jusqu'à un certain point de son soufre, & qu'au contraire la substance sulphureuse peut bien agir sans le secours de l'autre; il est clair que c'est particulièrement dans la substance sulphureuse du Fer que consiste sa vertu médicinale: par conséquent dans les différentes préparations du Fer, il faut se faire une loi de conserver autant qu'il est possible, cette substance sulphureuse, & il y faut apporter une attention d'autant plus grande qu'elle s'échappe facilement, & qu'à mesure qu'elle quitte le Fer, les propriétés médicales de ce métal diminuent.

Que devons-nous donc penser de ces préparations de Fer appellées communément *Crocus de Mars*, où l'on ne fait autre chose que d'enlever au métal la plus grande partie de ses soufres par une calcination qu'on continuë jusqu'à ce qu'il ait été réduit en une poudre rouge? Cependant ces préparations qui, à proprement parler, ne sont qu'une tête-morte du Fer, se trouvent vantées extraordinairement par un grand nombre d'Auteurs, & elles tiennent leur place dans les Boutiques des Apotiquaires, & dans la Pratique de la Medecine; parce que, dit-on, c'est un Fer bien plus ouvert, & plus propre à recevoir l'impression de nos liqueurs, que ne l'est le Fer ordinaire. Mais pour être convaincu de la fausseté du principe sur lequel on raisonne, il n'y a qu'à considérer que le Fer qui dans son état naturel, est facilement dissoluble par les liqueurs les plus foibles, devient presque tout-à-fait inaccessible aux esprits acides les plus forts, quand il a passé par ces sortes d'opérations. Comment donc alors se dissoudra-t-il dans l'estomac? comment se distribuëra-t-il de-là dans d'autres parties? & portera-t-il son action sur le sang? & ne paroît-il pas au contraire bien plus propre en cet état à s'arrêter dans les premières voyes, & à y produire des pesanteurs & des embarras? C'est aussi ce que l'expérience nous fait parfaitement connoître: & sans la prévention ridicule qu'on a pour ces sortes de

préparations, le peu de succès qu'on en retire, & les mauvais effets qui en résultent, leur auroient déjà donné une entière exclusion, & leur auroient fait substituer la simple limaille d'Acier ; mais cette prévention va si loin, qu'on ne fait pas difficulté d'assurer que si les Crocus ont des inconvénients, il faut s'en prendre à la nature particulière du Fer, qui, sans préparation, en auroit encore bien davantage ; & par-là on rend en quelque sorte le Fer responsable des mauvais effets qu'il ne produit, que parce qu'on ne le reçoit pas immédiatement des mains de la nature, & qu'il passe auparavant par celles de la Chymie.

Il seroit à souhaiter que ce fût-là le seul remède sur lequel la Chymie s'exerce mal-à-propos ; on ne détruiroit pas, comme on le fait, la vertu naturelle de plusieurs drogues qui ne demandent, pour agir avec efficacité, que d'être placées à propos. Mais pour ce qui regarde le Fer qui fait à présent notre objet, quoique mon autorité ne soit pas décisive dans la Pratique de la Médecine, je ne laisserai pas de remarquer, que la simple limaille d'Acier m'a toujours paru agir en bien moins de temps, & avec infiniment moins d'inconvénients que tous les Crocus imaginables ; ce qui s'accorde parfaitement avec nos Observations Chymiques ; car comme elle est infiniment plus dissoluble que ces Crocus, elle doit bien moins séjourner dans l'estomac, & passer bien plus promptement dans le sang ; par conséquent les premières voyes doivent être d'autant moins fatiguées par son poids, que le sang en reçoit plutôt l'altération salutaire dont il a besoin pour se rétablir. Dans le Languedoc où les pâles-couleurs sont fort communes, les malades n'ont recours qu'à la limaille d'Acier, dans laquelle elles trouvent une guérison aussi sûre qu'elle est prompte ; enfin Sidenham illustre Medecin Anglois & grand Praticien, confirme parfaitement dans une Dissertation épistolaire, la préférence que je donne à la limaille de Fer ou d'Acier sur tous les Crocus ; car il assure n'avoir jamais observé, ni même entendu dire, que le Fer pris en substance ait eu des suites fâcheuses ; & il adjoute qu'une longue suite d'observations l'ont convaincu ;
que

que le Fer en cet état agissoit bien plus vîte & plus efficace-
ment que de quelqu'autre manière qu'il eût été préparé.

Le Fer rouillé, soit à la rosée, soit à la pluye, soit d'une
autre manière, est encore une espece de Crocus, à qui les
Auteurs donnent de grands éloges; à la vérité comme on n'a
point employé le feu pour la préparation de ces sortes de
Crocus, ils ont fait une moindre perte de leurs parties sul-
phureuses: mais quoi qu'il en soit, j'ai remarqué par un grand
nombre d'expériences qui appartiennent à un autre Mémoire,
que plusieurs liqueurs qui dissolvent très-promptement le Fer,
ne font rien de sensible sur la rouille, & que celles qui opèrent
sur la rouille, le font bien plus vîte & plus parfaitement sur
le Fer; ainsi la limaille de Fer est encore préférable à la rouille
pour l'usage medicinal, & les malades ne s'en trouveront que
mieux quand on se voudra bien dispenser du travail de cette
préparation.

Une des meilleures préparations de Fer, à mon avis, c'est
sa teinture; j'ai fait voir, en parlant des Encres vitrioliques,
que cette teinture ne consistoit qu'en une poudre de Fer
très-subtilisée, & suspendue dans un liquide par le moyen
des parties gluantes qui s'y trouvent naturellement; & comme
cette poudre, malgré sa division & sa suspension, ne perd
point sa couleur naturelle, & qu'elle admet encore très-
facilement les acides qu'on lui présente, on peut regarder la
teinture dont il s'agit, comme une espece de Fer liquide qui
dans l'état où il est, sauve aux suc de l'estomac, la peine
de l'y réduire; en un mot, le Fer dans cette préparation
conserve toutes ses bonnes qualités, & n'en devient que plus
propre à passer promptement dans le sang. Mais il faut pour
cela que cette teinture ait été faite autrement que celle dont
on se sert ordinairement dans la Pratique, & pour laquelle
on employe le Tartre crud bouilli avec la limaille de Fer ou
d'Acier pendant douze ou quinze heures; car il n'est pas
possible qu'on n'énervé toujours un peu le principe sulphu-
reux du Fer, & qu'on ne lui enlève beaucoup de sa vertu
pendant cette longue ébullition qui occasionne toujours une

diffipation de ses parties volatiles, assés disposées déjà par elles-mêmes à s'envoler.

D'ailleurs comme on a soin de réduire ensuite la liqueur par l'évaporation en consistance de sirop, on la rend par-là si visqueuse & si collante, qu'en s'attachant à l'estomac elle le fatigue plus par son poids que ne pourroit faire la limaille de Fer ou d'Acier prise en substance. Je ne vois donc pas pourquoi on se donne tant d'embarras & de peine à préparer une liqueur qui ne demande ni feu, ni presque aucun ap-prest, & qu'on peut faire en assés peu de temps & à froid avec un grand nombre de suc's végétaux, & de décoctions de drogues sèches, qui joignant leurs propriétés particulières à celle du Fer, font souvent un composé très-salutaire dans certains cas. Par exemple, la vertu du Quinquina jointe à celle du Fer, m'a quelquefois parfaitement réussi, & chaque Medecin peut, suivant ses indications, imaginer de semblables composés, qui seront bientôt exécutés de la même manière: enfin, j'ai toujours observé que les teintures étoient d'autant plus efficaces, & sujettes à d'autant moins d'inconvénients, qu'elles étoient faites avec plus de simplicité, & sans le secours du feu.

Le temps ne me permet pas présentement de faire un détail de toutes les matières avec lesquelles j'ai tiré plus ou moins facilement la teinture du Fer. Je dirai seulement que j'ai fait en peu de temps des teintures très-fortes & très-excellentes avec les suc's de Verjus, de Citron, d'Oranges douces & ameres, avec les décoctions d'écorce de Grénade, de Balaustes, de Sumach, de Noix de galle, de Rhubarbe, de Mirabolans, & de plusieurs autres matières de même nature. Le sel végétal fondu dans l'eau & laissé quelque temps sur la limaille de Fer ou d'Acier, en tire encore une teinture assés forte qui ne cède point en vertu à toutes celles dont on vient de parler.

Pour ce qui regarde présentement le Fer réduit en sel ou en Vitriol par le secours d'acides propres à cet effet, on a vu par ce qui a été dit, de quelle manière il opéroit sur nos

liqueurs; je remarquerai encore que de toutes les préparations de Fer, il n'y en a point de plus propre à pénétrer promptement dans les recoins de quelque viscère particulier où il s'est formé un embarras, la raison en est évidente; ce n'est plus alors sous la forme d'un métal grossier & pesant qu'il se présente à nos liqueurs, c'est au contraire comme un sel très-actif & très-dissoluble, dans lequel la matière ferrugineuse se trouve infiniment divisée par le grand nombre d'acides qui l'accompagnent; de-là vient que le Fer réduit en Vitriol n'a besoin que d'un liquide aqueux pour passer en peu de temps de l'estomac dans le sang, & des gros vaisseaux dans les plus petits, où la grande subtilité de ses parties lui fait alors trouver un passage bien plus ouvert que quand il n'a eu pour dissolvant que des sels grossiers, tels que ceux qui le réduisent en teinture, ou qui dissolvent dans l'estomac la pure limaille de Fer ou d'Acier.

Mais si nous sommes redevables de certains effets du Vitriol au grand nombre d'acides qui sont entrés dans sa composition, ces mêmes acides le rendent aussi si caustique & si picotant, qu'il ne peut être pris à chaque fois qu'en très-petite dose, & encore doit-on l'empâter, ou le noyer dans beaucoup d'eau, si l'on veut ménager l'estomac qui en ressent toujours quelque picotement. Or en supposant que cette petite dose soit, par exemple, de quatre grains, on n'avale guères alors qu'un grain de Fer, le reste consistant en acides & en phlegme. Il seroit donc à souhaiter qu'on pût détruire la causticité du Vitriol, sans lui enlever les acides qui lui servent de véhicule, & qui contiennent la partie ferrugineuse dans la division dont il a été parlé; car alors on pourroit donner sans crainte une dose bien plus grande de ce Vitriol, & comme le Fer en fait la partie principale, il en entreroit par ce moyen à chaque fois, une plus grande quantité dans le sang, & il s'ensuivroit un effet plus considérable. Je crois avoir trouvé une préparation vitriolique qui a tous ces avantages, & dans laquelle la matière ferrugineuse a encore plus d'action qu'elle n'en a dans le Vitriol ordinaire.

J'ai donné dans les Mémoires de 1706 & 1707, une

végétation Chymique de Fer, où je n'envifageai d'abord d'autre avantage que celui d'exciter la curiosité; mais en réfléchissant depuis sur la composition de la matière qui avoit végété, & sur la mécanique de la végétation, qui suppose nécessairement une raréfaction & un développement considérable dans la partie sulphureuse du Fer, comme je l'ai suffisamment prouvé dans son lieu: je jugeai d'abord qu'un soufre ainsi développé, n'en pouvoit être que beaucoup plus propre à se séparer abondamment du métal, & à se mêler intimément aux suc de notre corps. D'ailleurs le Fer dans cette opération, se trouve parfaitement divisé par les acides de l'esprit de Nitre, qui venant ensuite à s'unir encore au sel de Tartre qu'on leur présente, forment par-là un véritable salpêtre, qui ne diffère du commun que par les parties ferrugineuses dont il est chargé, & dont les soufres exaltés donnent à ce sel une consistance grassè & onctueuse.

Or le salpêtre étant par lui-même un sel très-doux & très-apéritif, j'ai cru que le Fer autant atténué qu'il l'est dans notre préparation, ne pouvoit être allié à un véhicule plus efficace, & moins propre à porter de mauvaises impressions sur les parties de notre corps: & comme ce salpêtre martial en se fondant dans l'eau, rend la liqueur trouble, savonneuse, & par conséquent dégoûtante; j'ai trouvé plus à propos de le réduire en pilules avec un peu de Gomme adragant; & j'en ai donné de cette manière depuis un scrupule jusqu'à un gros, dans plusieurs obstructions de viscere, & dans des affections scorbutiques & édemateuses où les urines étoient interceptées. Je l'ai encore employé en guise de pilules astringentes & déterfives, dans des gonorrhées très-obstinées, & dans les fleurs blanches, & j'ose dire que dans tous ces cas le succès a répondu à mon attente. Je ne doute pas que ce remede ne puisse être mis utilement en œuvre dans plusieurs autres incommodités, mais je me suis fait une loy de ne rapporter présentement que ce qui m'a paru le plus évidemment vrai, & justifié par l'expérience.



DU RETOUR DE L'ÉTOILE CHANGEANTE,

Qui est dans la Constellation du Cygne.

Par M. MARALDI.

ON a découvert le siècle passé dans la Constellation du 1 Avril
Cygne trois Étoiles différentes, qui ont été sujettes à 1713.
divers changements. La première est celle qui parut l'an
1660, dans la poitrine du Cygne, égale aux Étoiles de la
troisième grandeur. Elle fut observée premièrement par Jan-
son, ensuite par Bayer, par Kepler & par les Astronomes
de ce temps là. On continua de la voir de la même grandeur
jusqu'à l'année 1621, suivant Gloriosi, de sorte qu'il est con-
stant qu'elle a été visible pendant 22 ans; on n'en a point
d'observations depuis 1621 jusqu'en 1629, dans laquelle
année Argoli marqua qu'elle étoit disparuë.

Elle a été aussi invisible depuis 1640 jusqu'en 1650, sui-
vant le témoignage du P. Riccioli; mais en 1654, elle étoit
augmentée, Hevelius l'ayant observée cette année-là de
la troisième grandeur; elle resta dans cet éclat pendant trois
ans, c'est-à-dire, jusqu'au commencement de 1660, qu'elle
commença à perdre un peu de sa lumière; & après avoir
diminué insensiblement pendant deux ans, elle se trouva à
peine de la sixième grandeur vers la fin de 1661. Ensuite
elle disparut entièrement suivant les observations d'Heve-
lius, & après avoir été invisible presque durant quatre ans;
elle recommença de paroître vers la fin de 1665, comme
une des plus petites Étoiles. Elle a paru augmenter dans la
suite, comme le remarque Hevelius, mais elle n'a jamais été
plus grande que les Étoiles de la cinquième ou sixième

grandeur, ainsi que nous l'avons observée souvent depuis plusieurs années, & comme elle paroît encore présentement.

La seconde Étoile de la même Constellation, qui a été sujette à divers changements, est celle qui est au dessous du bec du Cygne. Elle fut apperçûë comme une Étoile de la troisième grandeur, par le Pere Dom Anthelme Chartreux de Dijon, à la fin de Juin de l'année 1670, lorsqu'il cherchoit celle de la poitrine. Elle fut observée ensuite par M. Cassini & par M. Picard, qui s'apperçurent en peu de temps qu'elle diminuoit, & que le 11 de Juillet elle étoit à peine de la quatrième grandeur. Un mois après elle n'étoit plus que de la cinquième, & au milieu d'Octobre elle étoit entièrement disparuë. Après avoir été invisible pendant six mois, le Pere D. Anthelme la vit de nouveau le 17 de Mars 1671, comme les étoiles de la quatrième grandeur. M. Cassini la vit augmenter jusqu'à surpasser les étoiles de la troisième grandeur: après avoir un peu diminué, elle retourna à la grandeur qu'elle avoit eu auparavant; de sorte que dans un mois de temps elle parut deux fois égale aux étoiles de la troisième grandeur; la première fois au commencement d'Avril, & la seconde au commencement de Mai; ensuite elle diminua toujours jusqu'à la fin de Juillet de la même année qu'elle fut entièrement invisible. Depuis ce temps l'on n'a point apperçû aucun vestige de cette Étoile, quoiqu'elle ait été cherchée plusieurs fois par divers Astronomes, & que nous y ayons fait attention depuis plusieurs années.

Outre ces deux Étoiles, dont les apparences ont été fort irrégulières, il y en a une troisième dans le col du Cygne, qui augmente & diminuë tous les ans de grandeur apparente, avec des périodes à peu près réglées, qui est visible pendant quelques mois, & disparoît le reste de l'année. Il n'est point fait mention de cette Étoile par les anciens Astronomes, & Bayer qui est le premier qui l'ait marquée de la cinquième grandeur dans ses Cartes célestes qui furent publiées l'an 1603, la considéra comme une de ces étoiles ordinaires

qui avoient été obmisés en divers endroits du Ciel.

M. Hevelius qui fit une description exacte des étoiles de la Constellation du Cygne l'an 1670, à l'occasion de la nouvelle qui parut en ce temps-là, ne marqua point cette Etoile, n'étant peut-être pas visible dans le temps qu'il fit la description de ces étoiles. Au mois de Juillet de l'année 1686, lorsque M. Kirchius comparoit les étoiles de la Constellation du Cygne avec les Cartes de Bayer pour chercher l'étoile qui avoit paru deux fois proche du bec, il s'aperçut que celle qui est marquée par Bayer dans le col, n'étoit pas visible dans le Ciel, ce qui le rendit attentif pour voir ce qui en arriveroit ; l'ayant donc cherché de nouveau au mois d'Octobre de la même année, il la vit comme les étoiles de la cinquième grandeur. Il en continua les observations tant à la vûe simple qu'avec la Lunette, & par la suite de ses observations il a découvert qu'elle augmente & diminue de grandeur apparente, qu'elle est visible pendant quelques mois, & entièrement invisible le reste de l'année, & que la période de toutes ces variations se fait en treize mois.

Nous sommes attentifs depuis 20 ans à observer les changements qui arrivent à cette Etoile, & ayant comparé nos dernières observations avec les plus anciennes de M. Kirchius, pour avoir par un plus grand intervalle de temps la période de ses révolutions avec plus d'exactitude, nous l'avons trouvée de 405 jours, à un demi-jour près de celle qui a été déterminée par M. Kirchius, ce qui est une différence qui ne se peut connoître que par une longue suite d'observations. Ayant donc supposé cette révolution de 405 jours, & l'ayant comparée à l'année commune de 365 jours, on aura pour différence 40 jours, dont les phases d'une année retardent à l'égard de celles de l'année précédente : & parce qu'après 9 révolutions, ce retardement fait presque une année entière, il en résulte qu'en dix années les mêmes phases de l'étoile retourneront dans les mêmes mois après que l'étoile aura fait neuf de ces révolutions avec une

48 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
anticipation de six jours, ou quelquefois sept, suivant le
nombre des années bissextiles comprises en neuf années.

Cette anticipation de 7 jours en 10 années, dans l'intervalle de 60 ans, est presque égale au retardement qui arrive d'une année à l'autre aux phases de l'étoile; ainsi après 61 ans qui comprennent 55 révolutions, la même phase arrivera à fort peu près dans les mêmes jours du mois où elle arrivoit du commencement. On aura donc deux périodes, une de 10 années qui servira à trouver dans les petits intervalles le temps de l'année que l'étoile doit être visible après une Époque donnée; l'autre période sera de 61 années, qui servira à trouver les mêmes apparences dans des grands intervalles.

Il n'est pas aisé d'avoir une Époque exacte, parce qu'on ne peut pas déterminer avec précision le temps que l'Étoile commence de paroître, car elle n'arrive pas tout d'un coup à un degré de lumière sensible; mais elle augmente peu à peu, & elle est visible avec la Lunette long-temps avant qu'on la puisse appercevoir à la vûë. Par la même raison, il est difficile de déterminer le temps qu'elle cesse de paroître; à cause qu'elle se perd insensiblement, auparavant à la vûë simple, ensuite à la Lunette.

On ne peut pas non plus déterminer avec exactitude le temps qu'elle arrive à sa plus grande clarté, parce qu'elle reste quelque temps dans ce degré de lumière, sans changer sensiblement; mais on détermine le temps de cette phase, si l'on compare ses divers degrés de lumière avec les étoiles voisines tant en augmentant qu'en diminuant, & qu'on prenne le milieu entre les phases égales.

On peut prendre pour Époque de cette plus grande phase les observations que nous fîmes l'an 1695 qui la donnent le premier jour de Septembre; & pour seconde Époque de la même phase, le 20 d'Avril de l'année 1712.

Par le moyen de ces Époques & des périodes déterminées ci-dessus, il sera aisé de trouver pour le passé & pour les années à venir le temps de cette même phase. On pourra
aussi

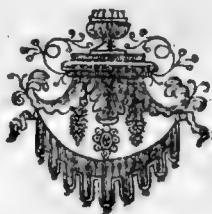
aussi être attentif un mois avant le temps de cette grande phase trouvé par les périodes pour avoir le commencement de son apparition, & un mois après la même grande phase, pour déterminer le temps qu'elle cesse de paroître ; ce qui servira à trouver ses périodes avec plus de précision, & à connoître s'il y a quelques regles dans les variations que nous avons remarquées tant à l'égard de la durée qu'à l'égard de sa grandeur apparente ; car par les observations que nous avons faites jusqu'à présent, elle ne met pas toujours un égal intervalle de temps depuis une apparition jusqu'à l'autre ; quelquefois cet intervalle est treize mois, & quelquefois il est quatorze mois. Dans une de ces révolutions, le plus souvent elle est visible pendant deux mois, quelquefois elle n'a été qu'un mois, & depuis que nous l'observons, elle n'a été visible plus long-temps que deux mois & demi, de sorte que sa plus grande durée n'a jamais été la cinquième partie de toute la révolution de l'Etoile que nous supposons être de 131 mois & un tiers. Il y a des années qu'elle n'a presque point paru dans le temps même qu'elle devoit être dans sa plus grande lumière, ce qui est arrivé aux années 1700 & 1701. M. Kirchius remarque qu'il a observé la même chose vers la fin de l'année 1688 & au commencement de 1689.

Cette Etoile est aussi sujette à varier de grandeur apparente d'une année à l'autre ; nous l'avons vûe souvent dans son plus grand éclat, comme les étoiles de la quatrième grandeur ; quelquefois sa plus grande lumière n'est pas arrivée à égaler les étoiles de la cinquième & même de la sixième grandeur.

Nonobstant toutes ces variations, cette Etoile a ses révolutions assez régulières, autant qu'on en peut juger par les observations de 26 ans que nous en avons, car le temps de son apparition répond assez bien à celui qui est marqué par le période. Cette même régularité ne s'observe pas à l'égard des révolutions de l'Etoile changeante de la Baleine, & encore moins à l'égard des révolutions de l'Etoile que nous

50 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
avons découverte dans l'Hydre, car il y a des grandes inéga-
lités dans ses périodes.

Ce n'est pas seulement dans plusieurs E'toiles fixes que l'on remarque ces vicissitudes d'apparitions & d'occultations, & ces changemens de grandeur apparente, on les observe aussi dans quelques Satellites de Saturne & de Jupiter. L'on sçait que par la découverte de M. Cassini, le cinquième Satellite de Saturne se perd presque toujours de vûë pendant la moitié de chacune de ces révolutions autour de Saturne, qui est de 80 jours, lorsqu'après avoir passé sa conjonction supérieure avec cet astre, il commence à s'approcher de la Terre, & que par raison d'Optique il devoit paroître plus grand. M. Cassini a observé plusieurs fois que les Satellites de Jupiter augmentent & diminuent de grandeur apparente, & principalement le troisième & le quatrième; ce que nous avons aussi remarqué plus d'une fois. On a même vû disparoître pendant plus d'une heure ce dernier Satellite, suivant une observation rare & curieuse que fit M. Bianchini par un temps clair & serein le 12 Aoust de l'année 1711, & que nous avons communiquée à l'Académie. Toutes ces apparences se peuvent expliquer par la même hypothese qui a esté proposée par divers Astronomes, après le P. Riccioli, qui l'a rapportée le premier dans le second Tome de son *Almageste*.



OBSERVATIONS

*Des différens degrés de chaleur que l'Esprit de Vin
communiqué à l'Eau par son mélange.*

Par M. GEOFFROY le Jeune.

IL y a long-temps qu'on a observé qu'il se fait une effervescence, & même une espece de fermentation, lorsqu'on mêle de l'Esprit de Vin avec de l'Eau dans une certaine proportion. Car alors ce mélange blanchit un peu : & en même temps que cette blancheur se dissipe, il s'élève une infinité de petites bulles d'air qui viennent crever à la superficie où elles forment une légère écume.

21 Janvier
1713.

J'ai donc été bien aisé d'observer avec quelque précision à quel point & selon quelle dose le mélange de l'Eau avec l'Esprit de Vin augmente sa chaleur. Pour cela le 16 Janvier, qui étoit le dernier jour de la forte gelée, je pris le Thermometre de M. Amontons, que j'exposai à l'air. La liqueur s'en trouva à 7 heures du soir à 52 degrés $\frac{1}{12}$, en commençant de bas en haut; je mis en même temps dans une tasse, deux onces d'Eau de Riviere bien claire, & dans une autre autant d'Esprit de Vin rectifié. Je marquai avec un fil l'endroit où étoit la liqueur du Thermometre, & l'ayant plongé dans l'Eau jusqu'à ce qu'elle commença un peu à se geler, je l'en retirai; & après l'avoir essuyé, je le plongeai sur le champ dans l'Esprit de Vin. Je connus par là que ces deux liqueurs étoient au même degré de froid que l'air, puisque ni l'un ni l'autre ne firent point varier la liqueur du Thermometre. Après cela je versai subitement l'Esprit de Vin dans l'eau, afin que les deux liqueurs se mêlassent mieux, & j'y plongeai le Thermometre, en sorte que la boule étoit

§ 2 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
entièrement couverte, comme j'ai toujours coutume de faire
dans ces sortes d'expériences. Tous les effets qui doivent suivre
de ce mélange parurent, & de plus je vis remonter sensible-
ment la liqueur du Thermometre de $\frac{1}{12}$ qui font un pouce.

J'ai répété la même expérience le 19 Janvier, où le froid
étoit bien diminué, le Thermometre étoit à l'air à $52. \frac{10}{12}$.
plongé dans l'Eau : il est descendu à $52. \frac{7}{12}$. plongé dans l'Es-
prit de Vin, il s'est tenu à la même hauteur; plongé dans le
mélange des deux liqueurs, il est monté à $53. \frac{7}{12}$. où il est
resté tant que l'effervescence a duré.

Me voilà instruit du point où ce mélange porte la chaleur
de l'Esprit de Vin, il me restoit encore d'être sûr de la dose.
Ainsi immédiatement après je la variaï. Je pris deux onces
d'Eau & quatre onces d'Esprit de Vin, & les ayant mêlés, j'y
plongai le Thermometre; la chaleur me parut moins vive que
dans les expériences précédentes, & en effet la liqueur du
Thermometre ne remonta que de $\frac{9}{12}$. ce qui fait un quart de
diminution.

Je mêlai ensuite deux onces d'Esprit de Vin avec quatre
onces d'Eau, le Thermometre plongé dans ce mélange re-
monta promptement de $\frac{11}{12} \cdot \frac{1}{2}$.



54 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
 soit TL , lequel sera perpendiculaire à la ligne verticale ZTC
 de ce même point T .

Nous connoissons par les observations, qu'un rayon de lumière qui vient d'un astre, & qui fait avec l'horison TL par-dessous un angle de $32'$ comme PM , après avoir traversé l'Atmosphere, vient à l'œil en T où il paroît dans l'horison TL , & ce rayon doit décrire dans l'Atmosphere une Courbe dont j'ai expliqué la nature à l'Académie, laquelle sera touchée au point T par l'horison LT . Car le rayon MP rencontrant obliquement la superficie de l'Atmosphere en P , s'approche vers la perpendiculaire CP en s'avancant vers T & tournant sa concavité vers la terre, à cause que l'Atmosphere est un corps qui augmente toujours de densité en s'approchant de la terre. Cet angle de $32'$ est ce que nous appellons la réfraction horizontale.

Il s'ensuit de-là que tous les points lumineux qui seroient sur la courbe PT au dedans de l'Atmosphere, paroîtroient dans l'horison TL , & ceux qui seroient au-dessous ne paroîtroient pas du point T . Et si l'on vouloit considérer l'Atmosphere d'une matière par tout homogene comme de l'eau, & comme plusieurs Astronomes ont fait, il est évident qu'il s'en suivroit toujours la même chose; car alors un rayon mp qui feroit avec TL un angle mpL de $32'$ en rencontrant l'Atmosphere en p , s'y détourneroit par la ligne droite horizontale pT ; mais cette supposition n'étant pas naturelle, nous nous servirons icy de la courbe PT .

Si par le point P on mène donc le rayon de la terre $CNPK$ qui rencontre sa surface en N , & l'horison TL en K , & qu'on prenne un arc NI égal à l'arc NT , il est évident que IK seroit perpendiculaire au demi-diamètre de la terre CI , & que l'œil étant posé en I verroit tous les points lumineux qui seroient au dedans de l'Atmosphere & dans une courbe IP semblable à TP , dans la ligne IK qui seroit l'horizontale du point I , comme TK l'est du point T .

Mais de plus si l'on imagine encore au de-là de I une autre

courbe IA au dedans de l'Atmosphère, & qui soit égale & semblable à IP ou à TP , il s'ensuit qu'un rayon de lumière comme DA qui rencontreroit l'Atmosphère en A & qui feroit avec KI prolongée un angle de $32'$, traverseroit l'Atmosphère par la courbe AI en touchant la circonférence du cercle de la terre TNI en I , & poursuivroit son chemin par l'autre courbe IP , & sortiroit de l'Atmosphère en P , en faisant avec IK un angle de $32'$.

Voyons maintenant l'effet des rayons du Soleil dans l'Atmosphère.

Tous les Astronomes demeurent d'accord que lorsque le centre du Soleil est au-dessous de l'horison de 18 degrés, on voit le commencement ou la fin du crépuscule, & ceux qui ont observé le crépuscule dans un temps serein & froid, remarquent que la lumière est assez distincte vers l'horison pour en faire une détermination exacte; & par conséquent si l'on mène la ligne TF qui fasse avec TL un angle de 18 degrés, cette ligne TF tendra au centre du Soleil sans avoir égard à la réfraction; & si DA étoit un rayon qui vint du centre du Soleil, & qu'il rencontrât sans réfraction TL en Q , l'angle dQL seroit de 18 degrés.

Mais le commencement du crépuscule qui peut paroître à l'œil placé en T , est produit par les premiers rayons qui viennent du bord du Soleil, & qui peuvent rencontrer la superficie de l'Atmosphère en P sur la courbe TP , & ces rayons feroient avec l'horison TL un angle comme dQL de 18° moins le demi-diamètre du Soleil; car ceux qui feroient un angle plus grand que dQL ne pourroient pas rencontrer l'arc de l'Atmosphère dans la courbe TP , & ceux qui feroient l'angle moindre que dQL , comme lorsque le centre du Soleil est plus près de l'horison que 18 degrés, iroient rencontrer l'arc de l'Atmosphère entre Z & P , & alors la lumière du crépuscule seroit déjà élevée sur l'horison. Quoique nous considérions ici les rayons du bord du Soleil pour la formation du crépuscule, cela n'empêche pas que l'on n'ait déterminé

son commencement lorsque le centre du Soleil est encore à 18 degrés au-dessous de l'horison.

Mais si dQ est le premier rayon du Soleil qui peut rencontrer l'Atmosphère en P pour faire appercevoir à l'œil en T le commencement du crépuscule, il doit venir de son limbe supérieur, lequel est éloigné de son centre dans les moyennes distances de 16'; c'est pourquoi l'angle de 18° doit être diminué de ces 16'; & comme nous venons de démontrer qu'il doit être encore diminué de 32' qui est la réfraction horizontale, il faudra donc ôter à 18° les deux angles de 16' & de 32' pour avoir l'angle de 17° 12' qui est celui que nous considérons seulement ici & dont nous avons besoin pour notre dessein.

Supposons donc pour éviter la confusion des lignes, que le rayon dA qui rencontre l'Atmosphère en A où il entre, étant prolongé jusqu'à TL en Q , fait l'angle dQL de 18 degrés moins 16', mais qu'en rencontrant l'Atmosphère en A , il s'y détourne & va toucher la superficie de la terre en I , & qu'ensuite il poursuit son chemin par la ligne courbe IP , semblable à IA , laquelle est aussi semblable à TP , & si par le point I on mène la touchante RIK à l'arc de la terre TI , laquelle rencontre TL en K , on aura l'angle IKL de 17° 12' qui doit être égal à l'angle TCI ou ACK , & CK divisera cet angle en deux également; donc l'angle TCK ou ICK sera de 8 degrés 36' qui est la moitié de 17° 12', lorsque les premiers rayons du Soleil rencontreront la superficie de l'Atmosphère en P qui est le point où l'on commence à voir le crépuscule du point T posé sur la superficie de la terre.

Fig. II.

Maintenant si l'on suppose que l'arc de l'Atmosphère passe en K , il faudroit que le rayon comme nK qui feroit avec LK un angle de 32', se rompît dans l'Atmosphère par la ligne droite KT pour aller en T , ce qui ne peut pas être, comme nous avons dit, à cause de l'inégale densité de l'Atmosphère: donc nécessairement l'Atmosphère passe au-dessous de K vers N .

Mais

est 31947 toises, & si nous prenons le milieu qui ne peut pas être éloigné de la vérité, nous aurons la hauteur de l'Atmosphère *NP* de 34585 toises.

M. Mariotte dans son Essai de la Nature de l'Air, conclut la hauteur de l'Atmosphère un peu plus petite que celle-ci, par son principe de la condensation de l'air dans ses différentes hauteurs & sur des expériences: mais ces sortes de calculs ne peuvent jamais avoir beaucoup de justesse, parce qu'ils sont déduits de quelques pesanteurs de l'air proche de la terre, & de plus, nous ne pouvons pas savoir par nos expériences jusqu'à quelle hauteur les particules à ressort de l'air peuvent se dilater dans l'éther, ni la progression de leur dilatation, & c'est beaucoup seulement d'avoir approché autant qu'il a fait.

Kepler dans son Epitome Astronomique, détermine la hauteur de l'Atmosphère par les crépuscules suivant l'idée des Anciens, qui ne considéroient que des rayons directs qui rencontroient l'Atmosphère, après avoir touché la terre, sans avoir égard à la réfraction, & il la trouve par un calcul qu'il fait de 10 mille germaniques, qui valent chacun environ 3800 de nos toises, & la hauteur de l'Atmosphère seroit donc de 38000 toises qui est plus que nous ne l'avons trouvée, & beaucoup plus qu'il ne croyoit, car il n'estimoit la juste hauteur que d'un demi-mille germanique & un peu plus, ce qui seroit à peu près 2000 toises. Il y a grande apparence qu'une différence si considérable lui a fait chercher le moyen d'expliquer le crépuscule, en y employant des réflexions au dedans de l'Atmosphère qu'il adjoûte à la réfraction, & par une matiere qu'il imagine autour du Soleil & qui en est éclairée, & il insiste fort sur cette pensée, car il rapporte plusieurs raisons pour la soutenir, dont une des principales est la figure courbe du crépuscule qu'on observe dans les nuits froides & sercines; il adjoûte que cette figure apparente est un segment de cercle qui se termine à l'horizon, mais je vais démontrer que ce n'est point une portion de cercle, mais une hyperbole qui est un peu altérée par la réfraction, & qu'il n'est pas nécessaire pour expliquer cette figure courbe du crépuscule, de recourir à

mene donc le rayon de la Terre CP qui rencontre la superficie en N , & qu'on prenne l'arc NI de $8^{\circ} 36'$, on aura le point I sur la circonférence de la Terre où les rayons du limbe supérieur du Soleil, après s'être rompus dans l'Atmosphère en y entrant & dans leur chemin, toucheront cette circonférence, & de-là se détourneront vers P où ils rencontreront l'extrémité de l'Atmosphère, comme on a vû dans le commencement de ce Memoire.

Mais comme il arrive la même chose tout autour de la Terre, qu'au rayon IP dans l'Atmosphère qui l'environne, si l'on tire le rayon de la Terre CI , & par le point P , la ligne PV parallèle à CI , cette ligne PV représentera le cercle de la superficie de l'Atmosphère qui est éclairée par les rayons du bord du Soleil; ce sera donc ce cercle PV qui doit représenter l'arc de l'extrémité du crépuscule vû au-dessus de l'horizon du point T , dont le point P sera la partie la plus élevée.

Considérons maintenant le cercle PV pour la base d'un cône qui a son sommet en T où est placé l'œil, le triangle TPV sera le triangle par l'axe de ce cône, lequel est perpendiculaire à sa base, & sa surface détermine l'extrémité du crépuscule par rapport au sommet T ; il ne s'agit donc plus que de la figure de la section de cette surface conique sur un plan.

Lorsqu'on est assés éloigné d'un plan sur lequel il y a une figure tracée, & qu'on ne peut point avoir de connoissance de la distance de l'œil aux extrémités de la figure, on imagine toujours que cette figure est dans un plan perpendiculaire au principal rayon qui iroit de l'œil à la figure, comme s'il y avoit un cercle tracé sur un plan, & que ce plan fût fort incliné à l'œil qui regarderoit le cercle; & d'ailleurs le plan n'étant point visible, & ce cercle étant fort éloigné de l'œil, on jugera toujours que la figure est Elliptique, car on la juge dans un plan perpendiculaire aux rayons menés de l'œil à la figure.

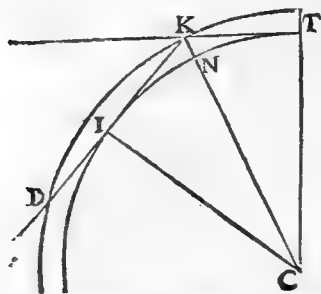
Il en est ici de même de la section du cône TPV dont il n'y peut avoir qu'une petite partie au-dessus de l'horison TL ; & comme on estime que le crépuscule est dans un plan vertical perpendiculaire à la ligne horizontale TL , & au triangle

par l'axe du cône, on doit juger que la figure est sur ce plan, & que c'est une hyperbole, puisque le plan parallele au plan où est la section, & qui passe par le sommet *T* du cône, est au-dedans. L'œil étant placé en *T* doit donc juger que la figure de l'arc du crépuscule est hyperbolique. Mais de plus, la courbure d'un arc hyperbolique étant plus platte aux deux côtés de son sommet, que la courbure d'un arc de cercle, paroîtra encore plus aplatie vers l'horison, où la réfraction élèvera cet arc beaucoup plus que vers son sommet, ce qui fera encore la différence plus grande entre la courbure du crépuscule & un arc de cercle.

On voit par cette explication qu'à mesure que la partie supérieure de l'arc du crépuscule s'élève vers le Zenith *Z*, ce qui se fait en fort peu de temps, puisqu'elle doit parcourir un quart du cercle pendant que le Soleil s'élève seulement vers l'horison de $8^{\circ} 36'$, comme du point *I* vers *N* dans la première Figure, c'est-à-dire, depuis le commencement de l'apparition du crépuscule, & alors la partie de l'horison qui est occupée par le crépuscule est plus grande qu'un demi-cercle, puisqu'elle doit être déterminée par le petit cercle *Zv* qui fera avec *CZ* un angle égal à *CPV* qui coupe l'horison en *t* au de-là de *T* où la lumière empêche l'œil qui est dans ce point *T*, de discerner le terme de l'arc du crépuscule qui s'évanouit fort promptement à l'œil par les rayons qui y viennent de tout le corps du Soleil.

Il me reste encore à expliquer comment Kepler a trouvé la hauteur de l'Atmosphère par les crépuscules de 10 mille germaniques suivant les Anciens, sans avoir égard à la réfraction.

Soit la surface de la terre *IT*, son centre *C* & l'horison Fig. 4-
TK du point de sa superficie *T*, si l'on prend l'arc *TI* de la circonférence de 18 degrés, & qu'on mène la touchante *DI* jusqu'à l'horison *TK* en *K*, on aura le point *K* où l'on doit commencer à voir le crépuscule du point *T*, car le point *K* doit être celui où les rayons du Soleil rencontrent l'Atmosphère. Il s'ensuit donc que si l'on tire *CK* qui doit couper en deux également en *N* l'arc *TI*, l'angle *TCI* ou *ICK* sera



de 9 degrés & le triangle ICK sera rectangle en I , & posant le rayon de la terre CI de 904 mille germaniques, il trouve CK de 914 mille, dont ôtant CN de 904 il lui reste NK de 10 mille pour la hauteur de l'Atmosphère.

Il ajoute que cette démonstration néglige toutes les cau-

ses hormis le Soleil comme la réfraction, la réflexion des rayons au dedans de l'Atmosphère, & la matière éthérée qu'il imagine autour du Soleil : voici comme il raisonne de ces causes sans y appliquer aucun calcul, pour en tirer la hauteur de l'Atmosphère d'un demi-mille & un peu plus qu'il estime être sa juste valeur.

Il dit que la matière de l'Atmosphère est homogène, & que sa surface est aussi bien terminée que celle de l'Océan : il est certain que la réfraction des rayons du Soleil en entrant dans l'Atmosphère, doit être considérée comme j'ai fait ; mais il ajoute que ceux de ces rayons qui ne rencontrent pas la terre, & qui en poursuivant leur chemin au dedans de l'Atmosphère, rencontrent la surface en sortant comme ils y étoient entrés, hormis quelques-uns qui se réfléchissent au dedans vers la terre, & qui ne produisent qu'une lumière très-faible, & ces derniers qui sont réfléchis en rencontrant encore la surface de l'Atmosphère, en sortent aussi, hormis quelques-uns, qui se réfléchissant encore au dedans de l'Atmosphère, vont rencontrer la surface en un endroit qui pourra être vû de la terre, ce qui produit en cet endroit l'apparence du crépuscule. Il est facile à juger que ce peu de rayons qui traverseroient l'Atmosphère après plusieurs réflexions, & qui seroient presque tous sortis de l'Atmosphère, comme il le dit lui-même, ne pourroient pas faire d'impression sur la vûe, & principalement ne rencontrant que la surface de l'air qui est un corps fort rare quoiqu'il le suppose homogène comme l'eau.

Il s'étend ensuite assez au long pour prouver par des calculs qu'il fait, la nécessité de la matière qu'il a imaginée autour du Soleil, qui doit produire la courbure du crépuscule, mais tout cela ne sert de rien & est entièrement inutile pour ce phénomène, comme je l'ai démontré cy-devant.

J'ai déjà expliqué pourquoi on ne peut pas distinguer exactement le terme du crépuscule lorsqu'il est assez élevé sur l'horison ; & même quand il est encore vers l'horison, il arrive fort souvent qu'on ne peut pas non-plus le voir bien terminé ; car si les premiers rayons du Soleil qui le forment comme *dI* dans la première Figure, passent par des nuages ou des vapeurs épaisses qui soient sur la surface de la terre vers *I*, ils en seront détournés d'un côté & d'autre, & ne feront pas en *P* une lumière assez forte pour y voir distinctement le terme du crépuscule, & c'est ce qui arrive pour l'ordinaire. Car vers le matin où le Soleil commençant à éclairer successivement la surface de la terre, y élève beaucoup de vapeurs, & vers le soir celles qui s'étoient élevées pendant le jour, y retombent par l'absence du Soleil qui les abandonne ; ce ne sera pas la même chose si l'air est bien froid & sans nuages, c'est aussi ce temps-là seulement où le crépuscule est bien terminé dans son commencement ou dans sa fin. Il faut encore adjoûter à cela que vers le commencement du crépuscule l'œil qui est en *T* voit les particules de l'air qui sont éclairées fort proche les unes des autres, ce qui cause une apparence de lumière bien plus vive que lorsqu'il est élevé sur l'horison, où l'on ne voit plus ces mêmes particules éclairées, que fort séparées, qui ne peuvent pas frapper l'œil assez fortement pour distinguer le terme du crépuscule, & bien moins lorsque ces particules éclairées sont vers le Zénith *Z*.

Enfin si l'on ne vouloit pas accorder que le commencement ou la fin du crépuscule parût lorsque le Soleil est encore sous l'horison de 18° , & que ce fût à 17° ou à 19° , il faudroit seulement augmenter ou diminuer la hauteur de l'Atmosphère telle que je viens de la trouver de 2000 toises environ pour chaque degré.

Je ne prétends pas non plus que la hauteur de l'Atmosphère que j'ai posée, doive être la même par toute la terre comme vers l'Équateur ou vers les poles, mais cela dépend des observations qu'on en pourroit faire dans ces pays-là ; & je suis même persuadé que dans les pays vers les Poles, la hauteur de l'Atmosphère est beaucoup plus grande que dans ceux-ci, où je la crois plus grande que vers l'Équateur ; mais vers les Poles les observations en pourront être très-bien déterminées à cause du grand froid & de la sérénité de l'air qui y régné en hyver.

Voici une observation qui pourra servir à confirmer la hauteur de l'Atmosphère que je viens de déterminer. En 1676 il parut en quelques endroits d'Italie un Météore qui étoit aussi clair que la Lune dans son plein. M. Montanari Professeur à Bologne en fit des observations, & les ayant comparées avec celles qui avoient été faites en d'autres endroits, il détermina la hauteur de ce Météore de 15 lieues moyennes de France, ce qu'il fit imprimer dans un petit ouvrage qui avoit pour titre *Fiamma volante*.

On ne peut pas douter que tous ces feux ou météores ne soient formés par des exhalaisons sulphureuses qui sortent de la terre, & qui venant à s'enflammer, pésent beaucoup moins que la partie de l'air dont elles occupent la place, mais quelques légères qu'elles soient, elles ne laissent pas pour cela d'être plus pesantes que l'éther que nous considérons sans aucune pesanteur. C'est pourquoi elles doivent s'élever jusques sur la surface de l'Atmosphère où elles nagent tant qu'elles durent ; ainsi la hauteur de ces feux doit être la même que celle de l'Atmosphère, & par conséquent les 15 lieues de la hauteur observée de celui-ci, ce qui revient à 35000 toises, confirment ce que j'ai trouvé pour la hauteur de l'Atmosphère ;



OBSERVATION

*Sur une séparation de l'Or d'avec l'Argent
par la Fonte.*

Par M. HOMBERG.

Tous les métaux & même quelques minéraux, qu'ils soient fort différents entr'eux, ne laissent pas de se ressembler parfaitement quand ils sont mis dans une forte fusion, & on peut alors facilement les mêler ensemble, & de deux ou trois métaux simples en faire des composés, dont l'usage en certaines rencontres est plus commode & plus utile que si on les avoit employés purs & sans mélange. On peut, par exemple, de quelque métal pur que ce soit, faire des Miroirs ardents, qui n'auront pas l'éclat, ni ne seront, à beaucoup près, si bons que si on en mêle deux ou trois ensemble, parce que tout métal pur & simple ne consiste qu'en des parties homogènes, qui se lient parfaitement ensemble, & qui composent un corps pliant & mol, auquel on ne sçauroit donner un beau poli, qui est cependant une des principales bontés d'un Miroir; mais dans le mélange de deux ou de trois différents métaux, leurs parties de différentes figures, ne pouvant pas se lier parfaitement, composent un corps, à la vérité fort cassant, mais assés dur pour recevoir un poli tel qu'on le souhaite pour un miroir. L'Or & l'Argent fins ne sont pas propres pour en faire des ouvrages qui puissent résister au service, parce qu'ils sont trop mols, mais étant alliés ensemble ou avec le Cuivre, les ouvrages qu'on en fait résistent à la fatigue de l'usage; le Cuivre pur n'est pas si bon en ouvrage, particulièrement d'Horlogerie & d'instruments de Mathématique, que le Laiton, qui est un mélange de Cuivre avec du Zink.

28 Juin
1713.

Mem. 1713.

I

Il est aisé de faire ces mélanges de différents métaux, mais il est difficile de les séparer, particulièrement lorsque dans les moindres métaux on veut conserver l'un & l'autre de ceux qui s'étoient mêlés: il est croyable que le peu de perte qu'il y a dans la destruction des moindres métaux mêlés, est la cause qu'on a négligé les moyens de les conserver, comme au contraire on a recherché ces moyens dans le mélange de l'Or & de l'Argent, que l'on sépare parfaitement par le moyen du départ, mais non sans peine & sans dépense, même considérable.

Cette manière de séparer l'Or d'avec l'Argent, est l'unique dont on se sert présentement, & dont vraisemblablement on s'est servi de tout temps, parce qu'il n'y a point d'Auteur, que je sçache, qui ait fait mention d'aucune autre; cependant il n'est pas impossible d'en avoir de plus facile & de moindre dépense. Le hazard m'en a montré une depuis peu en travaillant sur ces deux métaux, laquelle pourroit servir non seulement à séparer l'Or d'avec l'Argent, mais aussi à séparer l'Or & l'Argent d'avec les moindres métaux, en conservant le moindre métal, comme je l'ai déjà éprouvé, ce que je donnerai une autre fois.

J'avois fondu parties égales d'Or & d'Argent ensemble, j'avois mis ce mélange en grenailles très-fines, dont je m'étois servi en plusieurs opérations Chimiques, & voulant enfin remettre cette grenaille en une masse, je l'ai mise dans un creuset, au fond duquel j'avois mis auparavant du Salpêtre brut & du Sel décrépité, à peu près parties égales; j'ai placé le creuset au fourneau de fonte, dans un feu médiocre, que je croyois pourtant assez fort pour fondre ce qui étoit dans le creuset; après environ un quart d'heure de feu j'ai retiré mon creuset, & je l'ai laissé refroidir, puis je l'ai cassé, & j'ai trouvé mon Or au fond du creuset en un culot, & l'Argent en deux morceaux & en quelques grénailles au-dessus de l'Or, & enveloppés dans les sels qui n'avoient pas été tout-à-fait fondus.

J'ai été fort étonné de cet accident: j'ai touché l'un &

l'autre sur la pierre, l'Argent étoit très-pur & sans Or, mais l'Or n'étoit que de vingt karats, de sorte que l'Or avoit retenu un sixième de l'Argent, mais l'Argent avoit rendu tout l'Or avec qui il étoit mêlé. J'ai réitéré cette opération plusieurs fois avec différentes combinaisons d'Or & d'Argent, je n'ai réussi que deux fois, où l'Or s'est trouvé plus pur que l'Argent, toutes les autres fois l'Argent s'est trouvé pur, & l'Or avoit entraîné un peu d'Argent.

J'ai observé dans ces opérations 1.^o Qu'il faut que dans le mélange il y ait autant d'Or que d'Argent, ou approchant, pour y réussir. 2.^o Qu'il ne faut pas donner trop de feu, ou le tout se mêle ensemble. 3.^o Que les sels, quand ils ne sont pas encore en une parfaite fusion, soutiennent le métal qui commence à se fondre & lui servent de crible qui laisse passer la partie la plus pesante & la plus fondue de ce métal, qui est l'Or, & qui retient l'Argent qui est plus léger, & qui dans ce cas n'est pas si bien fondu que l'Or; si dans ce moment on retire le creuset du feu, l'Argent se durcit ou se congèle promptement, parce qu'il est devenu fin par la séparation de l'Or, & qu'il ne sauroit être remis en fonte que par un très-grand feu; & les sels qui soutiennent l'Argent, ne pouvant pas achever de se fondre, empêchent l'Argent de couler au fond du creuset, & de se mêler de nouveau avec l'Or.

On pourroit s'étonner ici pourquoi l'Argent ne passe pas au travers les sels en même temps avec l'Or, tous deux étant également fondus, car l'Or ne sauroit se débarrasser de l'Argent avec qui il étoit intimement mêlé par plusieurs fontes précédentes, à moins qu'il ne fût en fonte aussi-bien que l'Or : mais quand on examinera la nature du sel qui soutenoit le mélange de nos deux métaux, qui est le sel marin, on verra qu'il est le dissolvant de l'Or, c'est-à-dire, une matière qui non seulement dissout l'Or massif en une liqueur aqueuse, mais qui achève aussi de le fondre quand il le peut atteindre dans une chaleur du feu, d'ailleurs incapable de fondre de

l'Or, & qui au contraire congèle & durcit l'Argent en toutes les occasions où il le peut atteindre, ce qui se voit dans la précipitation prompte de l'Argent dissout par l'Eau forte lorsqu'on y mêle du sel commun : cette même congélation s'observe aussi à l'Argent tout prêt à se fondre dans le feu par l'attouchement de ce même sel, & l'Argent pour lors ne s'y fond que par une grande violence de feu.

Il arrive donc dans notre opération que les vapeurs du sel commun, qui est au fond du creuset & qui est agité par le grand feu, pénètrent le mélange d'Or & d'Argent à demi-fondu & couche sur ce sel, ces vapeurs y produisent leurs effets ordinaires, c'est-à-dire, qu'ils hâtent la fonte de l'Or, & le font couler au fond du creuset, & en même temps ils resserrent & durcissent l'Argent, & en empêchent la parfaite fusion, jusqu'à ce que le feu s'augmentant à un certain degré, il agit plus violemment que les vapeurs du sel commun, & refait une nouvelle masse de deux métaux, en fondant tout ce qui est dans le creuset, aussi bien les deux métaux, que les sels qui agissoient sur eux ; c'est dans cet intervalle de temps, où l'action des sels est plus forte que celle du grand feu, qu'il faut retirer le creuset. Toute la réussite de l'opération ne consiste que dans l'attention qu'il faut avoir pour ce moment, ce qui n'est pas difficile à attraper, quand on veut s'y appliquer un peu.



*BOLETUS RAMOSUS, CORALOIDES
FÆTIDUS.*

*Morille branchuë de figure & de couleur de Corail,
& très-puante.*

Par M. DE REAUMUR.

C'EST une moindre merveille pour ceux qui ne sont pas instruits des progrès de la Botanique, d'entendre parler d'une plante nouvelle, que d'entendre dire qu'il en est peu qui ayent échappé aux yeux des Botanistes. En effet, il est fort surprenant que la prodigieuse variété des Plantes qui ornent la surface de la terre ait des bornes presque connues. Le bel ordre où elles ont été distribuées, sur-tout par M. de Tournefort, n'est guère moins admirable. Cet ordre nous met en estat, sans être Botanistes, de voir si une plante a été inconnue aux Botanistes. Elles sont disposées sous certaines classes, les classes sont divisées en genres, & les genres sous-divisés en espèces. On découvre sans peine de quelle classe est la Plante sur laquelle on cherche à s'instruire; & avec un peu d'examen on apperçoit duquel des genres de cette classe elle a le caractère. Si l'on trouve son genre, il ne reste plus qu'à rechercher si elle est parmi les espèces décrites. Malgré ces facilités, je n'aurois garde de proposer comme nouvelle la Plante dont je vais parler, si auparavant je ne l'eusse soumise à l'examen de nos plus habiles Botanistes.

21 Juin
1713.

Je la nomme *Boletus ramosus, coraloides fætidus*; Morille branchuë de figure & de couleur de * corail, & très-puante. *Planche. r.*
Par la description que nous en allons donner, on verra ce qui nous a déterminé à la placer parmi les Morilles, & à la distinguer des autres espèces de ce genre, par les épithètes que nous venons de rapporter.

Il y a environ deux ans que je trouvai cette Plante en bas Poitou dans un mur du parc de la maison seigneuriale de Reaumur. Dans ce mur il y'en avoit cinq à six de la même espèce, éloignées de quelques pieds les unes des autres. Elles étoient à différentes distances de la surface de la terre, les plus proches en étoient à un pied. Le mur étoit exposé à l'Orient; mais environné de petits arbrisseaux, & de quantité de grands arbres qui le mettoient presque entièrement à l'ombre. Il étoit fait d'une pierre grise & d'une terre rougeâtre.

* Figure 1.
B B, &c.

Chaque Plante * étoit composée de huit ou neuf branches; qui sortoient du mur par un trou dont le diamètre horizontal étoit d'environ un pouce & demi. Les plus longues branches avoient sept pouces. La plupart de ces branches jettoient trois ou quatre autres petites branches * longues seulement de deux pouces, ou deux pouces & demi.

* Figure
b b, &c.

Elles tapissoient toutes ensemble le mur comme les branches des arbres en espalier tapissent ceux contre lesquels elles sont étendues, avec pourtant cette différence remarquable, qu'elles avoient une direction contraire à celle des branches des autres Plantes. Elles tendoient enbas aussi régulièrement que celles des autres Plantes tendent en haut. Je ne crois pas pourtant, que cela doive engager à faire un système particulier sur la nature du suc dont se nourrit cette Plante, ni sur la manière dont elle s'en nourrit.

* Figure 1.
bb, &c.

Ses branches sont d'une substance molle, & trop foibles pour soutenir leur propre poids. C'est là probablement la seule cause qui les fait descendre. Ce qui en est une bonne preuve, c'est que la plupart des branches courtes, * que jettent les branches principales, se redressent. La figure de chaque branche est assez irrégulière; il y en a d'aussi grosses & mêmes plus grosses près de leur extrémité, que près de leur origine. D'autres sont beaucoup plus petites à leur extrémité. Dans les endroits où elles sont le plus grosses, elles ont six à sept lignes de largeur, & seulement deux ou trois lignes d'épaisseur vers le milieu de leur largeur; je dis vers le milieu, parce que la

circonférence de chaque endroit approche de celle d'un oval applati. C'est la largeur des branches qui est parallèle au mur.

Lorsque nous avons dit que la circonférence de ces branches approche de celle d'un oval, nous n'avons voulu en donner qu'une idée grossière : Il s'y trouve une infinité de découpûres irrégulières, d'inégalités disposées bizarrement qui dérangent fort cette figure ; leur extrémité se termine ordinairement par deux ou trois découpûres.

Ces branches sont d'une matière fongeuse ; elles ne sont ni feuilletées, ni fistuleuses. Leur surface paroît remplie d'une infinité de sinuosités, d'enfoncemens, de trous d'une figure très-irrégulière, & disposés fort irrégulièrement. Il y a des endroits où l'on ne voit que de simples sinuosités ; ailleurs on voit des endroits plus creux, entourés de tous côtés par des espèces de petites cloisons. Enfin on y observe beaucoup de trous* qui pénètrent dans le milieu de la Plante ; on ne peut pourtant suivre leur route lorsqu'on se contente de regarder la Plante extérieurement. Mais si l'on en coupe de petits morceaux, soit horizontalement* soit verticalement, on apperçoit distinctement que ces trous pénètrent dans le milieu de la Plante, qu'ils y arrivent en serpentant, & que de-là ils vont aboutir à quelque ouverture placée plus bas sur la surface de la Plante. Quelquefois plusieurs de ces trous se croisent chemin faisant. Si l'on regarde attentivement ces trous dans l'intérieur de la Plante, on y découvre divers filaments, qui quelquefois les traversent, & qui quelquefois sont placés comme de petits poils. Ces poils auroient-ils quelque chose de commun vers les pistiles des graines ? C'est ce que j'oserois au plus soupçonner.

Je fis ôter les pierres du mur dans l'endroit d'où les branches de ces Plantes sortoient. Je vis qu'elles tiroient toutes leur origine du fond d'une enveloppe commune*. Cette enveloppe est une espèce de bourse formée par une membrane dont la substance, le tissu, la couleur & l'odeur sont fort semblables à celles de la peau qui recouvre le chapiteau des

* Figure 2.
O O O, &c.

* Figure 2.
H H.

* Figure 1.
C C C C.

Champignons ordinaires. Ses parois, dans les Plantes déjà grandes, ou prêtes à périr, n'ont qu'une demi-ligne d'épaisseur. Elles en ont beaucoup davantage lorsque la Plante est plus jeune. C'est au fond de la surface intérieure de cette espèce de bourse que sont attachées toutes les branches.

Vis-à-vis le même endroit, sur la surface extérieure de l'enveloppe, est attachée la racine de la Plante *. Elle est ronde, elle a environ une ligne de diamètre à son origine; elle se termine par une pointe très-fine *; sa longueur est de neuf ou dix pouces; elle serpente dans le mur. La même racine jette trois ou quatre autres filets plus déliés *, qui à quatre à cinq pouces de leur origine, se terminent aussi en pointe.

Je cherchai dans le mur, & je trouvai de ces enveloppes qui donnent la naissance aux branches, dont les branches n'étoient pas encore sorties. * Ces enveloppes étoient alors fermées de tous côtés, fort semblables à ces Champignons appelés vesses de loup, à cela près qu'elles étoient applaties; & que les inégalités des pierres & de la terre s'y étoient gravées en divers endroits. Elle avoient alors la racine dont je viens de parler. Ayant ouvert une de ces enveloppes, je la trouvai remplie d'une substance molle, d'une couleur assés approchante de celle de la chair des amandes vertes qui n'ont pas encore acquis de consistance. Entre cette matière on distinguoit diverses ramifications d'une autre matière grisâtre, qui partoient du fond de l'enveloppe, & qui probablement étoient les branches naissantes.

Il est naturel que l'enveloppe, & les jeunes branches par conséquent, s'étendent plus aisément du côté où le mur a une ouverture, que de tout autre côté; & cela par la même loi de Mécanique, qui fait que les arbres en espalier ne poussent point de branches du côté du mur, & que les Plantes que l'on fait germer dans une cave, prennent leur direction vers le soupirail de la cave: par cette même loi, dis-je, l'enveloppe doit s'étendre vers l'endroit où le mur a quelque trou *. Les branches s'étendant plus aisément du côté où l'enveloppe

cede

* Figure 1.

R r r s.

* S.

* r r.

* Figure 3.
D D D E
E R.

* Figure 3.
D D D.

cede le plus, elles doivent prendre leur direction vers le même côté. C'est donc de ce côté-là qu'elles doivent briser leur enveloppe lorsqu'elles sont devenues assés fortes, & que l'enveloppe est devenue assés mince. Car elle devient mince, comme nous l'avons dit, à mesure que la Plante croît.

Lorsque ces branches sont sorties de leur enveloppe, & du mur, leur couleur blancheâtre se change en une couleur d'un fort beau rouge, assés approchant de celui du Corail. L'air produit sur elles un effet semblable à celui qu'il produit sur la liqueur des Buccinium, & sur la liqueur des Œufs de Pourpre, dont nous avons parlé ailleurs. Quoique l'air pénètre dans l'intérieur de l'enveloppe, lorsqu'elle a été brisée, il y est moins en mouvement qu'autour des branches qui sont hors du mur, il s'y renouvelle plus rarement; aussi les branches y sont-elles beaucoup moins colorées. Ce qui s'accorde fort avec ce que nous avons fait voir dans les Mémoires de 1711. pag. 190. sçavoir que ce n'est pas simplement l'air, mais l'air agité qui donne la couleur rouge à certaines liqueurs, ou à certains corps. Intérieurement les branches sont plus rouges autour des parois des trous, que dans l'épaisseur des parois. Tout cela dépend de la même cause.

Quand cette Plante a acquis une certaine grandeur, elle devient d'une odeur insupportable, & approchante de celle de la plus puante charogne. Elle sent d'autant plus mauvais, qu'elle est plus prête à passer. J'en fis dessiner une fort grande par M. Aubriet, dont quelques bouts de branches commençoient déjà à tomber; son odeur étoit si désagréable, que j'étois surpris qu'il pût la souffrir proche de luy pendant qu'il en prenoit le trait.

Au reste quand elle est parvenue à une certaine grandeur, elle se passe fort vite, ses bouts se séchent ou pourrissent les premiers, selon que le temps est sec ou humide; & en pourrissant, ou en séchant ils prennent une couleur d'un rouge noirâtre semblable à celle du sang qui commence à sécher.

Quoique je ne pusse prendre pour un simple jeu de la

Mem. 1713.

K

74 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
nature, une Plante dont j'en trouvois cinq à six semblables
en même temps, je m'informai si on ne se souvenoit point
d'y en avoir vû de pareilles les années précédentes. On
m'assûra que dans le même mur, & dans le même endroit,
on y avoit toujours vû depuis long temps de ces sortes de
Champignons.



DE L'INCOMMENSURABILITE' DE POLYGONES

INSCRITS ET CIRCONSCRITS AU CERCLE.

Par M. SAULMON.

COMME la question que je traite a une liaison nécessaire avec la divisibilité de la matière, je me crois obligé d'en dire quelque chose. 21 Juin
1713.

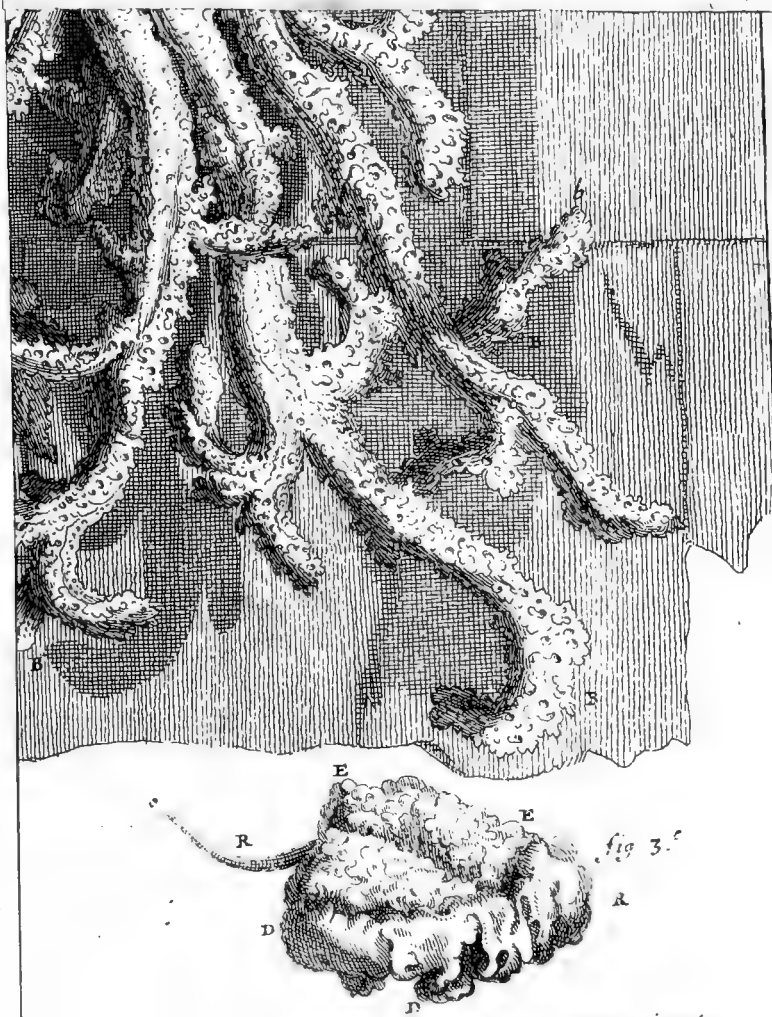
Ce que je découvre d'abord en son idée, est que je n'apperois aucunes bornes ni limites au nombre des parties qu'elle peut fournir selon certaines divisions déterminées, & que de toutes celles qui en résultent, il n'y en a aucune que je puisse regarder comme si elle étoit vraiment la dernière. Pour le démontrer, je conçois deux cubes inégaux, leurs bases posées sur un plan horizontal, & les hauteurs entr'elles comme le côté & la diagonale d'un même quarré, & par conséquent incommensurables. Je conçois encore qu'ils sont divisés l'un & l'autre en deux parties égales, chacun par un plan parallèle à l'horison, & que chacune de celles-ci l'est encore en deux autres égales semblablement, & ainsi de suite à l'infini. Il est clair qu'après les mêmes divisions, le nombre des parties en un cube sera continuellement égal au nombre des parties en l'autre, & que ce même nombre sera continuellement l'un des termes de la progression double géométrique 2, 4, 8, &c. continuée à l'infini. Chacun de ces termes sera continuellement un nombre entier & pair, car les premiers sont des nombres entiers par l'hypothèse, & le double de l'antérieur est toujours égal au postérieur, par l'hypothèse aussi, autrement il ne seroit pas formé selon la teneur de la formule qu'on suppose, ce qui seroit contre l'hypothèse.

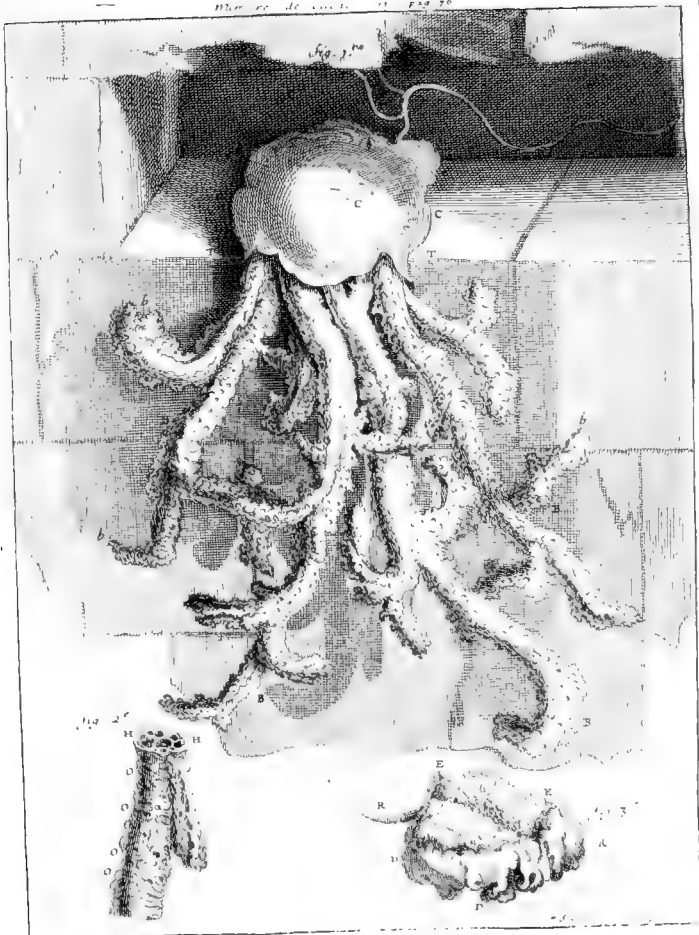
K ij

L'épaisseur de chaque tranche en l'un des cubes sera aussi continuellement incommensurable avec l'épaisseur de chaque tranche correspondante en l'autre cube, & il n'y aura jamais de dernier terme de cette suite, tandis qu'elle persévère en la même hypothèse. Car si quelqu'un vouloit qu'il y eût à la fin une dernière tranche en l'un des cubes, l'épaisseur de la tranche du grand seroit plus grande que l'épaisseur de la tranche du petit, car comme le nombre des tranches en chaque cube est égal par la formation, l'épaisseur d'une tranche en l'un, est à l'épaisseur d'une tranche en l'autre, comme la hauteur du premier cube est à la hauteur du second, c'est-à-dire, que ces épaisseurs sont continuellement entr'elles comme la diagonale, & le côté d'un même carré, la moindre épaisseur pourra donc être retranchée de la plus grande, ainsi l'épaisseur de la grande tranche seroit encore divisible au moins en deux parties inégales, mais toute grandeur divisible en deux parties inégales, est divisible aussi en deux parties égales, la grande tranche étoit donc encore divisible en deux parties égales. Or chacune de ces deux nouvelles parties auroit une épaisseur moindre que celle de la dernière tranche du petit cube, la moindre épaisseur pourroit donc être retranchée de la plus grande, ainsi l'épaisseur de la dernière tranche du petit cube seroit encore divisible au moins en deux parties inégales, & par conséquent elle le seroit aussi en deux égales. Les tranches qu'on avoit donc regardées comme les dernières dans les cubes, ne l'étoient pas, mais elles l'étoient néanmoins par l'hypothèse, l'hypothèse étoit donc impossible, autrement une même chose seroit & ne seroit pas en même temps; ce qui renferme une contradiction manifeste.

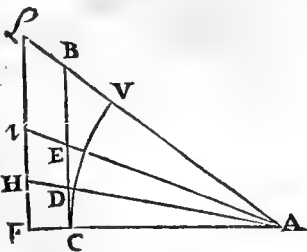
Fig. 1. Soit l'Angle AFL droit, FL égal à la hauteur du grand cube, & CB égal à celle du petit & parallèle à FL , par les points L, B , je tire la droite LB , qui rencontrent le prolongement de FC en un point A . Que les points H, i , &c. désignent les divisions des tranches du grand cube, les points D, E , &c. désigneront les divisions proportionnelles des tranches du petit.

Mais on vient de démontrer
que les côtés *Hi, DE*, sont *P*





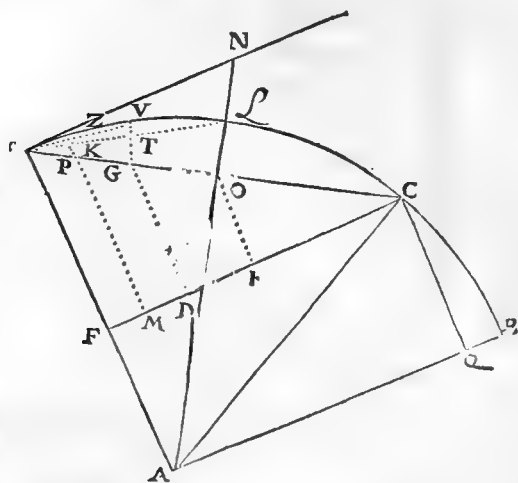
Mais on vient de démontrer que les côtés Hi , DE , sont continuellement divisibles, & qu'il n'y a point de dernières limites en la division dont ils sont susceptibles, donc il n'y en a point non plus en celle de l'angle HAi , ou DAE ; par la même raison il n'y en a pas non plus dans aucun des autres angles FAH ou CAD , LAi , ou BAE , &c. donc la division de l'angle est inépuisable, & il n'y a point de dernières limites.



D É F I N I T I O N.

L'Angle qui se forme après une certaine multitude de divisions des plus grandes que j'appерçoive d'une simple vûe, est ce que j'appelle un angle infiniment petit du premier genre. Je conçois encore une suite d'autres angles qui soient continuellement entr'eux comme l'angle fini CAV est à l'angle infiniment petit du 1^{er} genre, le 3^{me} terme proportionnel, est ce que j'appelle un angle infiniment petit du second genre; le 4^{me}, un angle infiniment petit du 3^{me} genre, & ainsi de suite à l'infini; par exemple, un sinus infiniment petit du 1^{er} genre forme un sinus versé infiniment petit du second genre; & celui-ci étant appliqué en la circonférence du même cercle, & perpendiculaire au rayon, devient un sinus du second genre qui forme un sinus versé du 3^{me}, & si l'on continue ainsi, l'on aura une suite infinie de sinus de divers genres.

Pour faire une application de la divisibilité de la matière en raison souldouble, aux sinus d'un angle divisé aussi en raison souldouble, soit CF sinus de l'angle CAi primitif donné. Je divise cette ligne CF en deux parties égales au point E ; & EF en deux autres égales au point D , & DF en deux égales au point M , & ainsi à infini; du point E je tire Eo parallèle à Fi , jusqu'à la droite Ci corde de



l'angle $CAi = p$, elle détermine le sinus $oi = Y''$ de la moitié $\frac{p}{b}$ de l'angle CAi , en supposant $b = 2$.

Du point D de la 2^{me} division, je tire DG parallele à Fi jusqu'en Ci , & GT parallele à oI ; il est clair que Li est divisée en deux parties égales au point T , & que Ti est le sinus de l'angle $\frac{p}{b^2}$ de la 2^{me} division, & $= Y^{2^{me}}$. Du centre A par le point T je tire la droite TV .

Du point M je tire MP parallèle à Fi : & PK parallèle à GT ; puis KZ parallèle à TV , qui coupe la corde Vi , en deux parties égales au point Z , il est clair que Zi sera $= Y^{3^{me}}$; & qu'il correspondra à la 3^{me} division de l'angle CAi ; si l'on appelle $D^{1^{re}}$ la moitié de CF , $D^{2^{me}}$, la moitié de cette moitié, & ainsi de suite, les D & les Y seront du même ordre. C'est pourquoi si l'on conçoit que le nombre des sinus en la division soubdouble continuë de l'angle primitif, est continuë à l'indéfini, leur nombre sera égal au

nombre des parties de CF divisées aussi en raison soubdouble, & les sinus correspondront aux parties de CF prises selon le même ordre. $EF = D''$ perpendiculaire aux parallèles Eo , Fi , est moindre que l'oblique oi comprise entre les mêmes parallèles, & qui est $= Y''$. $FD = D^{2me}$ est moindre que iG qui est encore moindre que iT hypothenuse de l'angle droit iGT , & $= Y^{2me}$. De même $FM = D^{3me}$ est moindre que ip , qui est moindre que iK , & iK est moindre que iZ hypothenuse de l'angle droit iKZ , & $= Y^{3me}$. L'on trouvera toujours par la même méthode que les Y sont continuellement plus grands que les D correspondants. Mais il a été démontré en la divisibilité de la matière, que le nombre des D étoit inépuisable, & que c'étoit une impossibilité qu'il y eût aucun D qui fût vraiment le dernier: donc à plus forte raison le nombre des Y issus de la division soubdouble continuë de l'angle donné CAi , sera aussi inépuisable, & c'est une impossibilité qu'il y en ait aucun qui soit vraiment le dernier.

Corol. Il est évident que le nombre des parties de la ligne CF issu de la division continuë, est inépuisable, & que nulle de ces parties ne peut devenir vraiment un des points qu'on appelle indivisibles ou géométriques; ou que l'on puisse représenter par une unité indivisible.

L E M M E I.

Le sinus total $Ai = a$, & le sinus $CF = R$, d'un arc quelconque CLi de cercle, étant donnés, trouver le sinus $CO = Y$, de la moitié du même arc CLi . Fig. 2.

Je joins les points A & C , & je tire AL perpendiculaire à iC ; elle la divise en deux parties égales au point O ; or $\overline{AC}^2 - \overline{CF}^2 = \overline{AF}^2$; & $AF = \sqrt{aa - RR} = CQ$ sinus du complément de l'angle donné. $Fi = Ai - AF = a - \sqrt{aa - RR}$; $iC^2 = \overline{CF}^2 + \overline{Fi}^2 = 2aa$

$-2a\sqrt{aa-RR}$, & $\frac{iC}{2} = CO = \frac{\sqrt{(2aa-2a\sqrt{aa-RR})}}{2}$
 $= Y$; sinus de la moitié de l'arc proposé; & cette formule
 est générale pour trouver le sinus de la moitié d'un arc quel-
 conque.

Fig. 2. *Corol. 1.* Soit $b = 2$; $n =$ à un terme quelconque de la
 progression double continuë, 2, 4, 8, &c. ou b, b^2, b^3 , &c.
 continuë à l'indéfini; & soit p , égal à un angle CAi d'un
 secteur quelconque CAi de cercle, qui n'excède pas un
 angle droit. Cela posé, je conçois que cet angle est divisé en
 deux autres égaux, & que chacun de ceux-ci l'est aussi en
 deux autres égaux, & ainsi à l'indéfini. Chaque angle de la
 1^{re} division sera exprimé par $\frac{p}{b}$; ceux de la 2^{me} le seront
 par $\frac{p}{b^2}$, ceux de la 3^{me}, par $\frac{p}{b^3}$; & ainsi à l'indéfini, & en
 général ils seront chacun exprimés par $\frac{p}{n}$. J'appelle a le sinus
 de l'angle proposé p ou CAi ; & A, B, C, D , &c. les sinus
 qui correspondent à chacun des autres angles de la suite in-
 définie. J'en substituai successivement les quarrés à la place
 de RR en la formule du lemme, & je forme la suite indéfinie.

Angles	sinus des Angles.
$\frac{p}{1}$	$= a = R^{1^{er}}$
$\frac{p}{b}$	$\frac{\sqrt{(2aa-2a\sqrt{aa-aa})}}{2} = A = Y^{1^{er}} = R^{2^{me}}$
$\frac{p}{b^2}$	$\frac{\sqrt{(2aa-2a\sqrt{aa-AA})}}{2} = B = Y^{2^{me}} = R^{3^{me}}$
$\frac{p}{b^3}$	$\frac{\sqrt{(2aa-2a\sqrt{aa-BB})}}{2} = C = Y^{3^{me}} = R^{4^{me}}$
$\frac{p}{b^4}$	$\frac{\sqrt{(2aa-2a\sqrt{aa-CC})}}{2} = C = Y^{4^{me}} = R^{5^{me}}$

Et ainsi à l'indéfini où l'on suppose que R représente un
 sinus quelconque supérieur, & Y l'inférieur.

Corol.

Corol. 2. Le sinus R d'un angle quelconque étant donné, le sinus de son complément sera $\sqrt{aa - RR}$; & il est par conséquent donné.

Corol. 3. Si quelque $aa - RR$, n'est pas un carré parfait commensurable avec aa , c'est-à-dire, si du carré aa du rayon l'on retranche le carré RR d'un sinus quelconque R pris à discrétion, par exemple B , dans la suite infinie des sinus, & que l'excès $aa - BB$ ne soit pas un carré parfait, commensurable avec aa ; le carré de chaque sinus de la suite infinie postérieure ou qui est après B , est aussi incommensurable avec aa , ou avec son multiple quelconque, & le sinus l'est avec a , ou avec son multiple $2a$. Car si l'on conçoit que le rayon a , est divisé en autant de parties égales que l'on voudra, qui représentent chacune l'unité, il pourra être exprimé par leur nombre, & par conséquent par un nombre entier commensurable avec l'unité supposée, mais incommensurable avec $\sqrt{aa - BB}$ nombre sourd, puisque par l'hypothèse $aa - BB$ n'est pas un carré parfait commensurable avec aa ; donc a , & $\sqrt{aa - BB}$ selon cette supposition, sont incommensurables; or si deux grandeurs incommensurables sont multipliées par une même grandeur a , leurs produits sont encore incommensurables. Donc aa & $a\sqrt{aa - BB}$, ou leurs multiples $2aa$, & $2a\sqrt{aa - BB}$ le sont aussi; & par conséquent leur différence $2aa - 2a\sqrt{aa - BB}$, ou le quart $\frac{2aa - 2a\sqrt{aa - BB}}{4} = CC$, carré du sinus suivant, est aussi incommensurable avec $2aa$, ou avec son sous-multiple aa ; donc leurs racines $\sqrt{2aa - 2a\sqrt{aa - BB}} = C$ (sinus qui est après B). & a , ou son multiple quelconque, sont aussi incommensurables à plus forte raison.

De même le carré DD du sinus postérieur ou qui est

après le sinus C , est encore incommensurable avec aa , & D l'est aussi avec a ou avec un multiple quelconque $2a$. Car si en la valeur précédente de C , l'on substitue CC , à la place

de BB , l'on aura par le *Corol. 1.* $\frac{\sqrt{(2aa - 2a\sqrt{aa - CC})}}{2} = D$.

Or l'on vient de démontrer dans le *Corol. 3^{me}* que aa & CC sont incommensurables; donc leur différence $aa - CC$, l'est aussi avec aa , & à plus forte raison leurs racines a , &

$\sqrt{aa - CC}$ le sont aussi. Donc leurs multiples $2aa$ & $2a$

$\sqrt{aa - CC}$, le sont encore; & par conséquent leur différence

$2aa - 2a\sqrt{aa - CC}$, ou son quart $\frac{2aa - 2a\sqrt{aa - CC}}{4}$

$= DD$, quarré de sinus postérieur le sont avec $2aa$, ou avec son sous-multiple aa , & à plus forte raison leurs racines

quarrées a , & $\frac{\sqrt{(2aa - 2a\sqrt{aa - CC})}}{2} = D$ sinus postérieur,

le sont aussi; & comme la même loy subsiste en chaque terme suivant à l'égard de celui qui le précède par la génération, il est évident que le quarré YY , de chaque sinus de la suite postérieure infinie, ou qui est après le sinus donné B , est continuellement incommensurable avec aa ; & que chaque Y , postérieur l'est avec a ; c'est-à-dire, que si quelque $aa - RR$ n'est pas un quarré parfait commensurable avec aa ; chaque YY de la suite postérieure infinie est aussi incommensurable avec aa , & que chaque Y l'est avec a .

Corol. 4. Si le sinus Y d'un angle quelconque de la suite infinie est donné, & qu'on demande le sinus R d'un angle double inconnu, l'on aura en dégageant l'inconnuë

$$R = \frac{2Y\sqrt{aa - YY}}{a}$$

Corol. 5. Pour trouver la tangente iN de l'angle LAi , dont le sinus est $Oi = Y$; je fais cette proportion $AO = \sqrt{aa - YY} : Oi = Y :: Ai :: a : iN$, qui sera

$$\frac{AY}{\sqrt{aa-YY}} = T = \frac{a\sqrt{(a-\sqrt{aa-RR})}}{\sqrt{(a+\sqrt{aa-RR})}}; \text{ en mettant à }$$

la place de Y , la valeur en R , tirée du lemme.

Corol. 6. Si quelque $aa-RR$, n'est pas un carré parfait commensurable avec aa , ou avec l'unité, chaque YY de la suite postérieure infinie ou qui est après R , est aussi incommensurable avec le carré TT de la tangente T du même angle, & chaque Y l'est avec T . Car par le *Corol. 5^{me}*. $YY:TT::$

$$\frac{aaYY}{aa-YY} :: aa-YY:aa. \text{ Mais par le } \textit{Corol.}$$

3, si quelque $aa-RR$ n'est pas un carré parfait commensurable avec aa , chaque YY postérieur est continuellement incommensurable avec aa ; or si deux grandeurs quelconques aa & YY sont incommensurables, leur différence $aa-YY$ l'est aussi alors avec chacune des grandeurs, donc $aa-YY$ & aa sont alors continuellement incommensurables. Or l'on vient de démontrer $YY:TT::aa-YY:aa$. Donc si quelque $aa-RR$, n'est pas un carré parfait commensurable avec aa ; YY est continuellement incommensurable avec TT , & à plus forte raison chaque Y l'est avec T , par toute l'étendue de la suite postérieure infinie.

Corol. 7. Si quelque $aa-RR$ n'est pas un carré parfait commensurable avec aa , le carré aa du rayon du cercle, & le carré TT de la suite postérieure infinie des tangentes T correspondantes aux sinus Y , qui sont après le sinus R , sont continuellement incommensurables par toute l'étendue de la suite postérieure infinie des tangentes. Car par le *Cor. 5*, l'on a

$$aa::TT::aa:\frac{aaYY}{aa-YY} \text{ ou comme } aa-YY::YY:$$

c'est-à-dire, en divisant chaque terme par YY , comme $\frac{aa}{YY}$

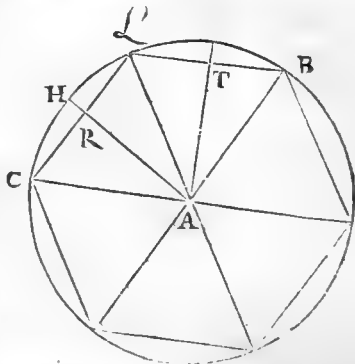
$— 1:1$. Donc quand $\frac{aa}{YY} — 1$ est incommensurable avec

l'unité, aa l'est aussi avec TT . Or quand YY est incommensurable avec aa : alors $\frac{aa}{YY}$ l'est aussi avec $\frac{aa}{aa}$ ou l'unité;

donc leur différence $\frac{aa}{YY} - 1$ l'est aussi avec 1. Mais par le *Corol. 3.* si quelque $aa - RR$ n'est pas un quarré parfait commensurable avec aa , chaque YY de la suite postérieure infinie qui est après R , est continuellement incommensurable avec aa ; & par conséquent aa l'est aussi alors continuellement avec TT , & à plus forte raison a l'est avec T , par toute l'étendue de la suite postérieure infinie des tangentes T , correspondantes aux sinus Y , qui sont après le sinus donné R .

Fig. 3.

Corol. 8. Je conçois qu'un cercle est divisé en un nombre quelconque g de secteurs égaux que j'appelle primitifs, comme BAL , LAC , & que chacun de ces secteurs est divisé en deux autres égaux, & ceux-ci encore en deux autres égaux, & ainsi à l'infini, puis des points C & L



je tire sur AH , les perpendiculaires CR , LR , elles seront les sinus Y des angles CAH , LAH , & elles formeront la corde CL , je tire semblablement des cordes par tout le secteur BAL , & par tous les autres secteurs primitifs, & j'appelle encore n le nombre des angles CAH , HAL , &c. contenus en chacun de ces secteurs, supposant la division la même que celle du *Corol. 1.^{er}* puis je tire des tangentes parallèles aux cordes. Il est clair qu'à chaque division, il se forme un polygone régulier inscrit au cercle, & un autre semblable circonscrit. Le nombre des côtés est en chacun $\frac{gn}{2}$; car chaque côté de l'inscrit est $2Y$, & chaque côté du circonscrit est $2T$. L'apotème AR de l'inscrit $\sqrt{aa - YY}$ & celui du circonscrit est a ; d'où l'on tire le circuit de l'inscrit

$$= gny = gn \frac{\sqrt{(2aa - 2a\sqrt{aa - RR})}}{1}; \text{ \& son aire} =$$

$$\frac{gny\sqrt{aa - YY}}{2} = \frac{gnaR}{4}, \text{ en mettant en la place de } Y,$$

la valeur tirée du lemme. Le circuit du circonscrit

$$\text{sera } gnT = \frac{gna\sqrt{(a - \sqrt{aa - RR})}}{\sqrt{(a + \sqrt{aa - RR})}}; \text{ \& son aire sera } \frac{gnaT}{2}$$

$$= \frac{gnaa\sqrt{(a - \sqrt{aa - RR})}}{2\sqrt{(a + \sqrt{aa - RR})}}; \text{ en mettant à la place de } T \text{ la valeur}$$

tirée du *Corol.* 5. où R représente la suite infinie des sinus $a, A, B, \&c.$ & n est successivement $= b, b^2, b^3, \&c.$ C'est

pourquoi si l'on appelle $P^{1^{re}}$, l'aire du polygone inscrit qui

correspond à $Y^{1^{re}}$, car les R ou les Y qui entrent en l'expression de la surface ou du circuit d'un même polygone quelconque, sont du même ordre que ce polygone, c'est-à-dire,

le polygone primitif; $P^{2^{me}}$ l'aire du polygone qui correspond

à $Y^{2^{me}}$, & ainsi de suite, &c. on aura $P^{1^{re}} = \frac{g^b a a}{4}$; $P^{2^{me}}$

$= \frac{g^{b^2} a A}{4}$; $P^{3^{me}} = \frac{g^{b^3} a B}{4}$; & ainsi à l'infini. L'on détermi-

nera semblablement l'aire du circonscrit, puis leurs circuits, en mettant successivement à la place de n & R les valeurs qui leur conviennent selon l'ordre des polygones ou des Y .

THEOREME I.

Si l'on conçoit une suite de polygones inscrits & circonscrits au cercle, telle qu'elle est désignée dans le Corol. 8. & que le carré d'un côté de quelque polygone Φ inscrit, quel qu'il soit, soit incommensurable avec le carré du rayon du cercle; ou encore si l'excès $aa - RR$ du carré du rayon sur le carré du sinus de la moitié de l'angle central de quelque polygone inscrit au cercle, n'est pas un carré parfait commensurable avec le carré du rayon du cercle, l'aire d'un polygone quelconque de la suite

postérieure infinie ou qui est après Φ , l'aire du polygone semblable circonscrit, qui correspond à l'inscrit, & le carré du diamètre du cercle, sont trois grandeurs continuellement incommensurables entr'elles ; leurs circuits & le diamètre du cercle, sont aussi trois grandeurs continuellement incommensurables entr'elles.

D É M O N S T R A T I O N.

Le côté d'un polygone quelconque inscrit peut s'exprimer par $2R$, & son carré par $4RR$, en supposant R indéterminé. Or si $4RR$ est incommensurable avec aa , RR l'est aussi avec a , & par conséquent leur différence $aa - RR$ l'est aussi avec aa ; donc $aa - RR$ n'est pas alors un carré parfait commensurable avec aa , donc par le *Corol.* 3. chaque YY de la suite postérieure infinie est aussi incommensurable avec aa , & chaque Y de la même suite l'est avec a ; & par le *Corol.* 6. chaque YY l'est avec TT , & chaque Y l'est avec T ; & par le *Corol.* 7. chaque TT l'est avec aa , ou chaque T l'est avec a : or quand deux grandeurs sont incommensurables, toutes les grandeurs commensurables avec l'une des deux, sont aussi incommensurables avec l'autre : Donc les grandeurs qu'on vient de trouver incommensurables avec a , ou avec aa , le sont aussi avec $2a$ diamètre du cercle, ou avec $4aa$ son carré. Mais l'aire d'un polygone quelconque inscrit, celle du polygone semblable circonscrit, puis le carré du diamètre du cercle, sont par toute l'étendue de la suite postérieure infinie ou qui est après Φ , comme YY , TT , $4aa$ dans le genre d'incommensurabilité, en tant que ces grandeurs sont rationnelles ou irrationnelles en général, ou comme gnR , $2gnT$, $16a$ dans le rapport déterminé ; & les circuits des mêmes polygones, puis le diamètre du cercle sont comme leurs racines Y , T , $2a$ dans le genre d'incommensurabilité : donc ces aires & le carré du diamètre sont trois grandeurs continuellement incommensurables entr'elles ; & à plus forte raison, les circuits des polygones, puis le diamètre du cercle sont aussi trois autres grandeurs continuellement

incommensurables entr'elles, par toute la suite postérieure des polygones inscrits & circonscrits.

Corol. 1. Si g est $= 4$, alors le polygone primitif inscrit au cercle est un carré, le sinus a de l'angle central BAL qui en soutient un côté, est égal au rayon a : ce qui donne par le lemme le sinus A , de la moitié de cet angle ou de 45 degrés $= \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Mais $aa - AA = \frac{2aa}{4}$ n'est pas un carré commensurable avec aa , ou ce qui revient au même, $\sqrt{aa - AA} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ est incommensurable avec a : Donc par le théorème, l'aire d'un polygone quelconque inscrit, celle du polygone semblable circonscrit, & le carré du diamètre du cercle, sont des grandeurs continuellement incommensurables entr'elles; & les circuits des mêmes polygones & le diamètre du cercle, sont aussi continuellement incommensurables entr'eux; si en la formule $\frac{gnaR}{4}$, des polygones inscrits l'on substitue 4 à la place de g , & les valeurs de a , A , B , C , &c. successivement à la place de R , l'on aura $P^{1re} = 2aa$ ou l'aire du carré; $P^{2me} = 2aa\sqrt{2}$ ou l'aire de l'octogone inscrit; $P^{3me} = 4aa\sqrt{(2 - \sqrt{2})}$, ou la figure inscrite de 16 côtés; $P^{4me} = 8aa\sqrt{(2 - \sqrt{2} + \sqrt{2})}$; & en insérant un $\sqrt{2}$ nouveau subalterne sous le dernier signe radical de chaque terme, l'on aura la suite infinie des aires des polygones inscrits; & en général si l'on conçoit $b = 2$, $S =$ au nombre qui désigne l'ordre des polygones ou des Y , car les R ou les y qui entrent en l'expression de la surface ou du circuit d'un même polygone quelconque, sont du même ordre que ce polygone; & $K =$ au nombre 2, engagé successivement sous autant de signes radicaux subalternes, qu'il y a d'unités dans $S - 1$; de telle sorte que le 1^{er} signe soit positif, le 2^{me} négatif, & tous les autres positifs, l'on aura continuellement $P^{Sme} = b^{S-1}aaK$; & le nombre des

côtés fera $2b' = b'^{+1}$. Si l'on veut, par exemple, connoître l'aire d'un polygone inscrit du cinquante-deuxième ordre, l'on trouvera qu'elle est la moitié de 4, 503, 599, 627, 370, 496, *aa* multipliés par la valeur du nombre 2 engagé successivement sous cinquante-un signes radicaux subalternes, tous positifs, excepté le second qui est négatif, & que le nombre des côtés du polygone est de $b'^2 = b'^3 = 9, 007, 199, 254, 740, 992$, c'est-à-dire, que si l'on nomme les bilions après les millions, & que l'on donne trois chiffres à chaque expression, le nombre des côtés sera neuf quadrilions, sept trillions, cent quatre-vingt-dix-neuf bilions, deux cens cinquante-quatre millions, sept cens quarante mille, neuf cens quatre-vingt-douze.

Corol. 2. Si g est $= 5$ le polygone primitif inscrit au cercle sera un pentagone, & l'angle central BAL qui en soutient un côté, sera de 72 degrés; & si l'on appelle encore a , le rayon du cercle ou le côté de l'héxagone inscrit au cercle, Z le côté inconnu du décagone inscrit au même cercle, & V le côté inconnu du pentagone qui lui est inscrit aussi, l'on aura par la 9 du 13 d'Euclide $Z = -\frac{a + a\sqrt{5}}{2}$; & par la 10 du même livre $V = \frac{a\sqrt{(10 - 2\sqrt{5})}}{2}$, dont la moitié est le sinus de 36 degrés, ce qui donne par le *Corol. 4.* du lemme, le sinus de 72 degrés $= \frac{a\sqrt{(10 + 2\sqrt{5})}}{4} = a = R''$. Et comme son carré $\frac{10aa + 2aa\sqrt{5}}{16}$ est incommensurable avec aa , il est clair par le théoreme que l'aire d'un polygone quelconque inscrit, de la suite postérieure, l'aire du polygone semblable circonscrit, & le carré du diamètre du cercle sont continuellement incommensurables, & que les circuits des mêmes polygones, & le diamètre du cercle le sont aussi.

Corol. 3. Si g est $= 6$, le polygone primitif inscrit au cercle est un héxagone, & l'angle central BAL , qui en soutient un côté, est de 60 degrés, dont le sinus est $=$ à la moitié

moitié $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ d'un côté du triangle équilatéral inscrit au même cercle par la 12 du 13 d'Euclide. L'on a donc $\frac{a\sqrt{3}}{2} = a =$

R^{1re} ; ce qui donne par le *Corol.* 1. du lemme $A = \frac{a}{1}$;

mais $a a - A A = \frac{3 a a}{4}$ n'est pas un carré parfait. Donc

par le théorème 1^{er}, les aires des polygones semblables inscrits & circonscrits, & le carré du diamètre du cercle sont continuellement incommensurables entr'eux, leurs circuits, & le diamètre du cercle le sont aussi, selon toute l'étendue énoncée dans le théorème. La suite des sinus R ou a , B , C , &c.

est $\frac{a\sqrt{3}}{2} = a$; $\frac{a}{2} = A$; $\frac{a\sqrt{(2-\sqrt{3})}}{2} = B$; $\frac{a\sqrt{(2-\sqrt{2+\sqrt{3}})}}{2} = C$;

$\frac{a\sqrt{(2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}})}}}{2} = D$ & ainsi à l'infini, en insérant

un nouveau $+\sqrt{2}$ devant le dernier nombre, qui est continuellement $+\sqrt{3}$. Où l'on voit que le nombre des signes radicaux subalternes est encore égal au nombre qui désigne l'ordre des Y , ou des polygones, que le second signe est encore négatif, & tous les autres positifs, d'où il est aisé de déduire les aires & les circuits des polygones.

Corol. 4. Si g est $= 15$, le polygone primitif inscrit au cercle est un quindecagone, & l'angle central BAL qui en soutient un côté, est de 24 degrés. Si dans le cercle, dont le rayon est a , l'on inscrit un triangle équilatéral & un pentagone équilatéral aussi, ayant tous deux un même point pour le sommet commun d'un de leurs angles, & que du centre du cercle on tire une perpendiculaire, ou un apotème sur un côté de l'une & de l'autre figure, opposé à l'angle dont le sommet est commun; il est aisé de voir que le carré de la moitié de l'excès du côté $a\sqrt{3}$ du triangle, sur le côté $\frac{a\sqrt{(10-2\sqrt{5})}}{2}$ du pentagone, étant adjoint au carré de l'apotème $\frac{a\sqrt{(6+2\sqrt{5})}}{4}$ du pentagone, sur l'apotème $\frac{a}{2}$ du triangle,

sont une somme égale au carré du côté du quindecagone.

Mem. 1713.

M

& ainſi ce côté ſera $\frac{a\sqrt{(8-\sqrt{30}-6\sqrt{5}-\sqrt{6+2\sqrt{5}})}}{2}$, dont la

la moitié eſt le ſinus de 12 degrés, que j'appelle *A*. Ce qui donne par le *Corol.* 4 du lemme, le ſinus *a* du double de cet angle, c'eſt-à-dire, le ſinus de 24 degrés

$= \frac{a\sqrt{(7+\sqrt{5}-\sqrt{30+6\sqrt{5}})}}{4} = R''$, dont le quarré eſt

incommenſurable avec *aa*. C'eſt pourquoi ſi l'on conçoit des ſuites de polygones inſcrits & circonſcrits formés comme dans le *Corol.* 8. par des ſous-diviſions ſouſdoubles continus de l'angle central, les aires des polygones inſcrits & circonſcrits ſemblables, & le quarré du diamètre du cercle ſont encore continuellement incommenſurables; leurs circuits & le diamètre du cercle le ſont auſſi, ſelon toute l'étendue énoncée dans le théoreme.

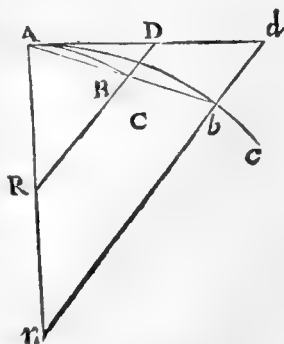
De la ſection d'une Courbe quelconque avec ſa Chorde.

LEMME II.

Dans les figures ſemblables tous les côtés qui ſe corréſpondent mutuellement, ſoit rectilignes, ſoit curvilignes, ſont proportionnels.

LEMME III.

Si d'une courbe quelconque *ABC*, un arc quelconque *AB* donné de poſition eſt ſoutenu par la corde *AB*, & qu'en quelque point *A* au milieu de la courbure continuë, cet arc ſoit touché par une droite *AD* prolongée de part & d'autre, & que l'on ſuppoſe enſuite que les points *A* & *B* s'approchent l'un de l'autre, & ſe joignent ou s'uniffent, je dis que, ſelon cette



supposition, l'angle rectiligne BAD formé par la corde & la tangente, diminuera à l'infini, & qu'à la fin, c'est-à-dire, en la dernière diminution, il s'évanouira.

Car si cet angle ne s'évanouit point, l'arc AB contiendra avec la tangente, un angle égal à un angle rectiligne, & par conséquent la courbûre au point A , ne sera point continuë, ce qui seroit contre l'hypothese.

LEMME IV.

Les mêmes choses étant supposées, je dis que le dernier rapport mutuel de l'arc, de la corde & de la tangente est un rapport d'égalité.

Car soit au point B la droite BR perpendiculaire à la courbe ABC , & pendant que le point B s'approche du point A ; que l'on conçoive que les droites AB , AD , sont continuellement prolongées vers les points b & d à une distance finie quelconque du point A . Soit tirée la droite bd parallèle à la sécante BD ; & soit la courbe Abc toujours semblable à la courbe ABC , & l'arc Ab toujours semblable à l'arc AB . Les points A , B concourant, ou se joignant, l'angle dAb par le lemme 3 s'évanouira; & par conséquent, les droites toujours finies Ab , Ad , & l'arc Ab contenu entr'elles, tomberont l'un sur l'autre, & ces trois longueurs seront par conséquent égales. C'est pourquoi les droites AB , AD , & l'arc AB contenu entr'elles, leur étant proportionnelles s'évanouiront, & le dernier rapport qu'ils auront fera un rapport d'égalité.

THEOREME II.

Soit BLC l'arc d'une courbe quelconque, dont AZ , DCI ; sont des perpendiculaires, & Bi une tangente. Je divise l'angle droit VBE en deux angles égaux, & je fais l'angle iBC égal à l'angle iBN . Du point B comme centre sur le rayon BC , je décris l'arc CNZ . Je conçois que chaque angle du quart de cercle VBE , est divisé en deux autres égaux, & chacun de ceux-ci en deux autres égaux, & ainsi à l'infini, & je conçois

D É M O N S T R A T I O N .

Si l'on conçoit que l'arc BLC devienne continuellement plus petit, & que le point C soit le plus près de B qu'il soit possible, & tout prêt à s'évanouir, ou même qu'il s'évanouit, par la même raison le point E de la tangente du même arc fera aussi le plus près de B qu'il est possible, & tout prêt à s'évanouir, ou même il s'évanouira, & par conséquent dans l'instant que l'arc BLC est prêt à s'évanouir ou qu'il s'évanouit, cet arc, sa corde & la tangente sont par le lemme 4. un même section. L'on prouvera par un semblable raisonnement que dans l'instant que la corde BE , est prête à s'évanouir, ou qu'elle s'évanouit, l'arc BME qu'elle soutient, & la partie BN de la tangente BH de cette courbe seront prêts aussi à s'évanouir ou s'évanouiront, & puisque la corde BC a une section commune avec la tangente BE & l'arc BLC ; par la même raison la même ligne BE qui devient dans le second cas une corde de l'arc BME égal & semblable à l'arc BLC , aura aussi une section commune avec l'arc BME & la tangente BN , & cette section sera égale à celle qu'elle faisoit avec l'arc BLC , & avec la corde BC du premier cas, à cause de la ressemblance & de l'égalité des arcs, des cordes, & des tangentes; & puisque la longueur de la section du premier cas, & celle du second se font en la même ligne BE , il est clair qu'elles ne sont qu'une même longueur; donc la section que la ligne BN fait avec l'arc BLC , est la même que celle qui se fait par la corde BC avec le même arc BLC . Si l'on conçoit des arcs semblables sur chacun des autres rayons qui déterminent les angles du quart du cercle VBE , il est clair que BV deviendra la tangente du dernier arc, & que la section que cette droite BV fait avec le dernier arc, est précisément la même que celle qu'elle fait avec le premier arc BLC ; & la même encore que celle qui est faite par la première corde BC avec le même arc BLC . Mais la section que BV ou ABV fait avec la courbe

BLC est un point géométrique & indivisible, à cause qu'elle est perpendiculaire à la courbe BLC par la construction. Donc aussi la corde BC ne coupe ou ne rencontre cette même courbe BLC qu'en un point géométrique & indivisible.

R E M A R Q U E.

L'on pourroit former une question, sçavoir, si les côtés des polygones inscrits & circonscrits au cercle dont il est parlé dans le corollaire huitième du lemme 1^{er}, ne deviennent pas vraiment la circonférence du cercle dans le cas de l'infini au moins du dernier genre, c'est-à-dire, qu'il faudroit déterminer si l'incommensurabilité subsiste dans le cas de cet infini, autant qu'il est perceptible selon la teneur d'une telle division.

Je dis que l'incommensurabilité de ces polygones subsiste; de telle sorte qu'elle ne peut jamais cesser d'être.

1.^o Soit, s'il est possible, quelque YY commensurable avec aa , & que néanmoins quelque $aa - RR$ de la suite antérieure ou supérieure qui le précède ne soit pas un carré parfait commensurable avec aa , il est clair qu'il faut qu'il y ait quelque terme où cette incommensurabilité cesse, autrement cet YY qu'on allégué seroit encore incommensurable avec aa , ce qui seroit contre l'hypothèse. Que ce terme ou sinus soit Y' ; & que le terme ou sinus supérieur soit R' . Il est évident que le carré $R' R'$ sera encore incommensurable avec aa , puisque par l'hypothèse le changement commence au terme suivant qu'on appelle Y' . Mais l'on a

$$\text{par le lemme premier } Y' = \frac{\sqrt{(2aa - 2a\sqrt{aa - R'R'})}}{2} \text{ \& } Y' Y' \\ = \frac{2aa - 2\sqrt{aa - R'R'}}{4}; \text{ \& puisque } Y' Y' \text{ est commensurable}$$

par l'hypothèse, sa valeur l'est aussi. Donc $\sqrt{aa - R' R'}$ n'est pas un nombre sourd, mais cela ne peut être, à moins que $R' R'$ ne soit commensurable avec aa ; il l'est donc en

même temps & il ne l'est pas ; ce qui est impossible. Donc aussi cet $Y'Y'$ que l'on a pris où l'on a voulu, en l'extrémité même de l'infini, si on le veut, regardant cet infini comme s'il avoit des extrémités, n'étoit pas commensurable avec aa . L'hypothèse qu'on faisoit, renfermoit donc une contradiction.

2.^o Soit, s'il est possible, quelque YY commensurable avec TT , & que néanmoins quelque $aa - RR$ de la suite antérieure ou supérieure ne soit pas un carré parfait commensurable avec aa . Leurs valeurs YY & $\frac{aaYY}{aa-YY}$ du *Corol.* 6, du lemme 1.^{er} qui sont comme $aa - YY$ & aa , le feroient aussi. Donc cet YY seroit commensurable avec aa , ce qui est impossible par l'article qui précède.

3.^o Soit encore, s'il est possible, quelque TT commensurable avec aa , & que néanmoins quelque $aa - RR$ de la suite antérieure ou supérieure, ne soit pas un carré parfait commensurable avec aa . Leurs valeurs $\frac{aaYY}{aa-YY}$ & aa , qui sont comme YY & $aa - YY$, le feroient aussi. Donc YY seroit aussi alors commensurable avec aa ; ce qui est impossible par l'article qui précède.

Si l'on fait $R = O$, toute la suite antérieure & postérieure des sinus se détruit, & ainsi l'angle primitif donné par la première hypothèse, n'est plus par celle-ci ; ce qui marque la contradiction de cette seconde hypothèse. La raison est que RR désigne le carré d'un des sinus antérieurs ou supérieurs, qui étoient tous positifs par l'hypothèse de leur génération. C'est donc une contradiction que de supposer qu'il devienne nul. Ce que l'on peut voir d'une simple vûe aux *Corollaires* premier & troisième du *Théorème* 1.^{er}, où pour continuer la suite des sinus, l'on ne fait qu'introduire le nombre 2 sous un nouveau signe radical subalterne devant le signe radical du dernier chiffre, qui devient aussi alors subalterne à ce nouveau signe radical, & qui est toujours $\sqrt{2}$ au premier *Corollaire*, & $\sqrt{3}$ au troisième *Corollaire*, & ces

96 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
 sinus ne peuvent s'anéantir que quand on inséreroit un $\sqrt[4]{4}$
 ou 2, à la place de $\sqrt{2}$ ou $\sqrt{3}$.

Comme le rayon a , du cercle a été supposé divisé en un
 nombre quelconque de parties égales, fini ou infini, quel que
 soit le genre d'infini, il est clair que si le nombre est entier,
 comme on le suppose, il peut être désigné par le nombre le
 plus grand possible de tous les infiniment grands que l'on
 puisse appercevoir; donc le moindre sinus verse, s'il étoit
 possible qu'il y en eût, seroit désigné par le moindre de tous
 les nombres, c'est-à-dire, par l'unité linéaire; & par consé-
 quent le sinus droit qui lui correspond seroit encore alors
 un infiniment grand à son égard, & il le seroit par consé-
 quent encore à l'égard de l'unité. Mais je veux par une hy-
 pothèse impossible, que R soit enfin égal à l'unité; l'on aura
 donc alors $\sqrt{aa - RR} = \sqrt{aa - 1}$, c'est-à-dire, que
 cette grandeur seroit encore alors incommensurable, & par
 conséquent $Y = \frac{\sqrt{(2aa - 2a\sqrt{aa - RR})}}{2}$ le seroit encore

alors, car l'unité adjointe à un quarré parfait n'en fait jamais
 un. Enfin si les polygones semblables inscrits ou circonscrits
 devenoient vraiment la circonférence du cercle, dans le cas
 que leurs côtés seroient des infiniment petits, qu'on appelle
 du dernier genre; les mêmes polygones deviendroient alors
 égaux & par conséquent commensurables. Mais j'ai démontré
 ci-devant qu'ils ne peuvent le devenir en aucun cas; donc
 si l'on forme une égalité des valeurs des polygones, elle doit
 donner une contradiction, & c'est ce qui arrive. Car la for-
 mule générale des polygones inscrits est $\frac{gnaR}{4}$; & celle des

polygones circonscrits est $\frac{gna\sqrt{(a - \sqrt{aa - RR})}}{a\sqrt{(a + \sqrt{aa - RR})}}$, si l'on en

fait une égalité, elle donne la contradiction $R = \sqrt{-8}$.
 Ce qui marque que c'est une impossibilité que les polygones
 deviennent

deviennent jamais égaux. Mais ils le deviendroient s'ils devenoient vrayement le cercle. C'est donc une impossibilité qu'ils deviennent vrayement le cercle.

De-là, il est évident que la circonférence du cercle qui est ainsi infiniment approchée selon un genre quelconque déterminé d'infiniment petits, est incommensurable avec le diamètre, & que l'aire du même cercle infiniment approchée selon le même ordre, est incommensurable aussi avec le quarré du même diamètre.

Au reste mon dessein n'est pas ici d'attaquer la méthode des infiniment petits, qui peut d'ailleurs être d'un grand usage dans les Mathématiques, sur la détermination de diverses grandeurs, soit vraye, soit infiniment approchée; tout ce que je me suis proposé est seulement d'indiquer ma pensée sur l'incommensurabilité de quelques polygones inscrits & circonscrits au cercle, & sur la commune section ou commun attouchement d'une ligne droite & d'une courbe quelconque.

DE L'ACTION DES SELS

Sur différentes Matières inflammables.

Par M. LEMERY le Cadet.

QUOIQUE les Sels ne soient pas essentiellement inflammables, & que les seuls Soufres ou Huiles ayent cette propriété, cependant ils ne contribuent pas peu souvent à exciter & à augmenter très-fort l'inflammabilité des Huiles qu'on a exposées au feu. M. Homberg nous a même fait voir ici qu'on pouvoit faire enflammer certaines Huiles avec quelques esprits acides, sans le secours du feu; mais tous les Sels ne font pas le même effet, car il y en a un grand nombre

26 Août
1713.

Mem. 1713.

N

qui diminuent, ou empêchent l'inflammation des matières sulfureuses exposées au feu, & l'on remarque que les mêmes acides qui sont assez puissants pour allumer sans feu les Huiles essentielles, non seulement ne font rien sur des Résines naturellement très-inflammables, mais encore qu'ils les empêchent totalement de s'enflammer tant qu'ils demeurent unis à ces Résines, comme mon Frere l'a prouvé dans un Mémoire lu en 1711.

Ces observations curieuses de Chymie m'ont fait naître le dessein d'en faire d'autres sur le même sujet, & d'examiner avec soin l'action particulière de plusieurs sortes de Sels sur différentes matières sulfureuses, & j'ai tâché par le secours des expériences, de rendre raison de quelques phénomènes singuliers dont la mécanique n'a point encore été expliquée, & qui méritent bien d'être éclaircis.

Pour suivre un certain ordre dans ces expériences, j'ai pris différents Soufres ou Huiles tirées tant des Minéraux que des Végétaux & des Animaux, comme le Soufre commun, l'Huile de Pétrole, l'Huile d'Amendes douces, le Suif, la Graisse de Porc, & plusieurs autres. J'ai jeté une portion de chacune dans un creuset rougi au feu, pour observer quel est leur degré naturel d'inflammabilité; ensuite j'y ai mêlé à différentes proportions plusieurs Sels, comme l'Alun, le Borax, les Vitriols desséchés: j'ai trouvé que tous ces Sels diminuoient considérablement l'inflammabilité des Soufres, & qu'ils ne brûloient qu'à mesure qu'ils se dégageoient des Sels.

Les Sels fixes des Végétaux & des Animaux ont produit le même effet.

Les Sels urinaires étant fort volatils, je crus qu'ils pourroient exciter un effet différent de ceux dont on vient de parler. J'en mêlai donc avec les Huiles en différente quantité, mais elles n'en brûlerent pas plus vite, & même quand j'en mettois le double ou le triple, la flamme en étoit beaucoup affoiblie.

Il n'arriva pas la même chose du Salpêtre que j'employai ensuite : car en quelque proportion que je le mêlasse avec les mêmes Soufres dont j'ay parlé, il augmenta si fort le volume & la vivacité de la flamme, qu'il la fit toujours sortir du creuset avec une violence très-considérable.

Tout le monde sçait que quand on jette de ce Sel sur des charbons ardents, il s'en élève aussitôt une grande flamme, à peu près de même, & encore plus vivement que quand on y jette une matière sulfureuse, ce qui avoit fait croire qu'il étoit véritablement inflammable comme les Huiles ; mais si cela étoit, quand on le verse dans un creuset rougi au feu, il devroit s'y enflammer comme le font en pareil cas toutes les matières inflammables, sans en excepter même celles qui étant versées sur un charbon ardent, n'y produisent pas, à beaucoup près, une flamme aussi considérable que celle qu'y excite le Salpêtre.

Au reste, il est inutile, pour expliquer l'effet du Salpêtre sur les matières sulfureuses, de supposer dans sa composition un Soufre : car quand il en contiendrait, il auroit cela de commun avec plusieurs autres Sels, dans lesquels nous en appercevons, & qui cependant bien loin d'être inflammables, éteignent plutôt la flamme qu'ils ne l'augmentent, tels sont le Sel commun, le Vitriol, & même le Cristal de Tartre, dont on retire une très-grande quantité d'Huile. D'ailleurs on ne peut pas dire que l'acide du Vitriol & l'esprit de Nitre soient inflammables, parce qu'ils font enflammer certaines Huiles essentielles.

Nous ferons voir de suite que ce n'est point la prétendue inflammabilité du Salpêtre qui donne lieu à l'effet dont il s'agit, & que ce Sel opère par une mécanique bien différente.

Comme le Salpêtre se réduit par l'analyse en un esprit acide très-actif & très-corrosif, & en une matière fixe & terreuse ; je me suis imaginé d'abord que ce n'étoit qu'à raison de cet acide que le Salpêtre en substance agissoit si

violemment sur nos Huiles: d'autant plus que cet acide dégagé de sa partie terreuse, comme il l'est dans l'esprit de Nitre, étoit alors assés puissant pour faire enflammer sans le secours du feu, certaines Huiles essentielles.

Dans cette vûë j'ai versé de l'esprit de Nitre sur nos Huiles déjà enflammées dans le creuset & sur les charbons ardents, & j'ay remarqué qu'il n'opéroit rien de sensible sur le Soufre commun, qu'il fusoit un peu avec les Huiles, mais qu'il les éteignoit entièrement quand on y en versoit jusqu'à un certain point, & que quoiqu'il fusât légèrement sur les charbons ardents, la place où il avoit été versé, même en petite quantité, en devenoit noire; & enfin cet esprit n'a produit sur toutes ces matières aucun effet comparable à celui du Salpêtre.

Ce qui m'a donné encore un nouveau sujet d'étonnement, c'est que le même esprit de Nitre qui éteint les charbons ardents & la flamme de nos Huiles, augmente beaucoup celle de l'Esprit de Vin, quoiqu'il y ait été mêlé en assés grande quantité; & que le Salpêtre qui excite si fort l'inflammabilité de nos matières huileuses, ne produit pas, à beaucoup près, sur l'Esprit de Vin, un effet aussi considérable que sur ces Huiles, & même y agit moins que l'Esprit de Nitre.

Il s'agit présentement de faire voir 1.^o de quelle manière le Salpêtre augmente si fort l'inflammabilité du Soufre commun, & des autres matières inflammables dont il a été parlé.

En second lieu, pourquoi les autres Sels que j'ai nommés, ne le font point, ou font même tout le contraire.

Et en troisième lieu, par quelle raison le Salpêtre & l'Esprit de Nitre, qui n'est autre chose que l'acide dégagé de la partie terreuse de ce sel, agissent si différemment dans certains cas.

Pour avoir une idée nette de l'action du Salpêtre sur les Soufres, faisons attention 1.^o Que quand il a été poussé par un feu suffisant, de Sel moyen qu'il étoit, il devient Sel alkali, parce que le feu lui a enlevé beaucoup d'acides, & qu'il devient par-là en estat d'en recevoir de nouveaux à la place de

ceux qu'il a perdus, ce qui fait le caractère du Sel alkali.

Nous remarquerons 2.^o que quand on a mêlé avec le Salpêtre quelque matière inflammable, il ne lui faut ni un aussi grand feu, ni un aussi long-temps que dans l'expérience précédente, pour devenir très alkali, parce que le Soufre est alors un véhicule très-puissant pour dégager & exalter les acides nitreux.

3.^o Il faut observer que quand le Salpêtre a brûlé dans un creuset avec une matière fort chargée d'acides comme le Soufre commun, il perd bien par cette opération, une grande quantité de ses acides, mais il en regagne d'autres qui lui viennent du Soufre commun. La preuve qu'il perd beaucoup de ses acides propres pendant cette opération, se déduit naturellement des deux expériences précédentes, qui font voir clairement que le Salpêtre en doit perdre, & en perd effectivement quand il a été exposé à l'action du feu, & sur-tout avec un intermede sulphureux, tel que celui qu'il rencontre abondamment dans le bitume du Soufre commun. Enfin ce qui achève cette preuve, c'est que le Salpêtre, après cette opération, perd beaucoup de son poids.

Pour faire voir présentement qu'à la place des acides nitreux, il s'en est introduit d'autres dans le Salpêtre, qui appartiennent au Soufre commun; c'est qu'après l'opération, au lieu d'être devenu alkali, comme il le devient dans les deux premières expériences que nous avons rapportées, on le retrouve toujours Sel moyen, c'est-à-dire, hors d'état de fermenter avec les acides; mais ce Sel moyen, qui est le Sel polychreste ordinaire, est bien différent de ce qu'il étoit auparavant, car il ne produit plus aucun des effets particuliers au Salpêtre, à cause des acides Vitrioliques dont il se trouve alors revêtu; & en effet on peut avec le Nitre fixé par les charbons & de l'esprit de Soufre, produire un sel tout à fait semblable en nature & en effets au sel polychreste.

Au reste on ne sera point surpris que dans l'opération du sel polychreste le Salpêtre perde ses acides & en regagne

d'autres, si l'on considère que l'acide du Soufre aussi bien que celui de l'Alun & du Vitriol, s'élève très-difficilement par le feu, au lieu que celui du Nitre s'élève par la même voye avec une très-grande facilité, comme on peut s'en assurer en faisant évaporer de l'esprit de Soufre & de l'esprit de Nitre, ce qui avoit peut-être fait dire que l'un étoit un acide volatil, & l'autre un acide fixe.

Cela étant, quand le Salpêtre & le Soufre commun brûlent ensemble dans un même creuset, les acides du Nitre doivent s'élever bien plus promptement que ceux du Soufre; & ces derniers se trouvant encore arrêtés par les pores vuides de la partie fixe du Salpêtre qui est devenue alkaline, & qui les absorbe, ils sont obligés de laisser échapper la matière bitumineuse à laquelle ils étoient unis, & de se livrer au nouveau sel, qui les retient d'autant plus facilement, qu'ils ont déjà par eux-mêmes peu de disposition à s'exalter.

Ceci posé, il ne me paroît pas difficile d'expliquer comment le Salpêtre augmente si fort la flamme du Soufre commun, & produit une détonation si considérable; car premièrement la partie fixe du Salpêtre, dérobant à la partie bitumineuse du Soufre commun, une portion des acides qui par leur poids la fixoient en quelque sorte, & l'empêchoient de s'élever aussi aisément qu'elle auroit fait sans cela, ce bitume doit rentrer par cette perte dans sa volatilité naturelle, & par conséquent s'exalter plus facilement. En second lieu; puisque l'esprit de Nitre peut bien, sans le secours du feu, faire enflammer les Huiles qui ne contiennent point, ou qui contiennent peu d'acides, il suit naturellement de cette observation que dans l'opération que nous avons à expliquer, le bitume du Soufre ayant été dépouillé d'une partie de ses acides Vitrioliques, par la partie fixe du Salpêtre, il se trouve par-là plus en état de recevoir l'impression des acides du Nitre, qui s'élevant en l'air avec ce bitume, le doivent pénétrer très-facilement, & exciter par-là d'autant mieux son inflammabilité, que le feu aide encore à rarefier & à atténuer cette matière.

A l'égard des autres corps sulfureux dont le Salpêtre augmente beaucoup l'inflammabilité, comme sont le charbon, & plusieurs autres matières qui ont été rapportées, ce sel y agit de la même manière que sur le Soufre commun. Il est vrai que ces matières ne contiennent pas toutes autant d'acides que le Soufre commun, mais elles en contiennent toujours assez dans leur état naturel, pour que l'acide du Nitre ne puisse pas alors y être admis & y exciter une fermentation. En effet, j'ai remarqué qu'aucune de ces Huiles n'étoit sensiblement pénétrable à l'esprit de Nitre, & pour qu'elles le deviennent, il faut que l'acide qu'elles contiennent naturellement, en ait été enlevé; c'est aussi ce qui arrive quand on les mêle avec le Salpêtre en substance dans notre opération, car la partie fixe de ce sel, en absorbant les acides de l'Huile, la prépare en quelque sorte à donner un passage libre aux acides nitreux, qui sans cela n'y auroient eu aucun accès, & n'y auroient produit aucun effet.

Pour avoir donc une idée nette de la manière dont le Salpêtre grossit si fort le volume de la flamme d'une matière huileuse sur laquelle il a été versé, il ne faut pas seulement s'imaginer qu'il produise cet effet en rarefiant simplement les parties huileuses déjà enflammées, il le fait encore en excitant l'inflammabilité de celles qui ne l'étoient point, & qui s'exhaloient avec la flamme en forme de fumée, ou de vapeur. Ce sont ces parties non enflammées qui produisent la suie qui est elle-même une matière inflammable, & qui ne seroit point telle si elle avoit été déjà véritablement enflammée; car alors le tissu de ses parties auroit été détruit, & auroit perdu sa propriété inflammable.

Après tout on n'aura pas de peine à concevoir que toutes les parties huileuses exposées à un même feu, ne s'enflamment pas également, si l'on considère que quelques-unes peuvent être plus chargées d'acides que d'autres, & par conséquent résister davantage à l'action du feu; mais quand on y a versé du Salpêtre, la vapeur sulfureuse monte avec moins d'acides,

& en trouve en son chemin de nouveaux qui excitent son inflammabilité, ce qui augmente beaucoup la quantité des parties enflammées, & par conséquent la grandeur du total de la flamme.

La vérité de ce que j'avance paroît clairement quand on verse du Salpêtre sur un charbon ardent qui ne jette aucune flamme, car il s'élevoit de ce charbon une vapeur sulfureuse qui, faute d'être enflammée, ne produisoit aucune lueur, mais dès qu'elle a été préparée, & atténuée par le Salpêtre de la manière que nous l'avons déjà expliqué, elle s'enflamme tout d'un coup & avec une vivacité très-considérable.

La mécanique dont le Salpêtre opère sur les matières sulfureuses étant bien entendue, on appercevra facilement pourquoi les autres Sels dont il a été parlé, ne produisent pas un effet semblable en pareil cas, & souvent même en produisent un tout opposé. Car premièrement, l'Alun & le Vitriol sont deux Sels moyens chargés tous deux d'un même acide Vitriolique, qui, suivant ce qui a déjà été dit, s'évapore avec une très-grande peine par le feu, & qui s'élève encore bien plus difficilement quand il est engagé dans la matrice terreuse qui l'y retient si fort, qu'en quatre jours entiers d'un feu très-violent, & sans discontinuation, l'Alun & le Vitriol perdent moins de leurs acides, que le Salpêtre n'en perd des siens en huit ou dix heures; de plus on sçait que quand on pousse dans une même cornue le Salpêtre & le Vitriol, pour faire l'eau forte, le Salpêtre après un certain temps se trouve dépouillé de ses acides, qui s'en sont envolés, pendant que ceux du Vitriol sont demeurés au fond du vaisseau avec la matrice du Salpêtre; ce qui marque sensiblement, non-seulement que le Salpêtre peut agir où ces autres sels n'ont point d'action, mais encore d'où peut procéder l'inaction particulière de ces sels dans la circonstance présente; car s'il leur faut un temps si considérable, pour laisser échapper les acides qui pourroient être propres à produire quelque effet sur la vapeur sulfureuse dont il s'agit, & si ces acides tous dégagés ne s'élèvent encore
que fort

que fort peu à cause de leur pèsanteur naturelle, toute la vapeur sulfureuse se trouvera épuisée avant que ces acides ayent commencé à se dégager, & supposé qu'il s'en échappe, ce sera en petite quantité, & peut-être empêcheront-ils encore la vapeur de s'élever aussi haut qu'elle le pourroit faire naturellement.

En un mot, si pendant que l'Huile brûle, il ne se fait pas dans le Vitriol & l'Alun une décomposition suffisante, la flamme ne doit point augmenter, car dans notre hypothèse l'acide du sel doit quitter sa matrice terreuse pour aller porter son action sur la vapeur sulfureuse, & l'acide de l'Huile doit l'abandonner, pour s'unir à la matrice terreuse du sel, qui ne devient propre à recevoir cet acide, qu'autant qu'elle a perdu auparavant de ses acides propres.

Il suit encore de cette hypothèse que les sels Alkali, tant fixes que volatils, & que l'esprit de Nitre ne doivent rien faire, ou faire peu de chose sur la flamme de nos matières huileuses; car si le sel Alkali peut bien enlever à l'Huile quelques acides, il n'en fournit point d'autres à la vapeur sulfureuse qui s'élève, ce qui est néanmoins une circonstance essentielle pour exciter un effet sensible d'inflammabilité: on peut même dire que comme ces sels versés dans le creuset avec l'Huile partagent avec cette matière l'action du feu, elle en doit recevoir par-là une moindre impression que si ces sels n'y étoient pas; de plus ils peuvent encore en chargeant la matière huileuse sur laquelle ils sont versés, empêcher qu'elle ne s'élève si facilement qu'elle le feroit sans mélange: aussi remarque-t-on que l'Huile ne brûle dans toute sa force que quand elle surnage ces sels, & qu'elle les a précipités en quelque sorte au fond du creuset, & comme les sels Volatils Alkali ne chargent pas tant les parties huileuses que les fixes, ils ne produisent pas une diminution de flamme si sensible.

Pour l'esprit de Nitre s'il contient les acides nécessaires pour exciter l'inflammabilité de la vapeur sulfureuse, il lui manque la partie fixe & terreuse des sels Alkali, sans laquelle la vapeur sulfureuse ne peut être suffisamment préparée à

recevoir l'impression des acides ; quand elle en contient déjà un fort grand nombre. De plus comme l'esprit de Nitre quelque déslegmé qu'il soit , contient toujours beaucoup de parties aqueuses qui s'y trouvent toutes développées , le premier effet de ces parties aqueuses est d'éteindre la flamme ; & ainsi quand ces acides Nitreux pourroient faire quelque effet sur la vapeur sulfureuse , comme cet effet seroit bien peu de chose à cause de la grande quantité d'acides que cette vapeur sulfureuse contient déjà par elle-même , les parties aqueuses éteindroient encore plus de parties sulfureuses que les acides n'en pourroient allumer.

Les acides contenus dans l'esprit de Nitre manquant donc du secours des sels Alkali , pour exciter l'inflammabilité des Huiles chargées de beaucoup d'acide , & d'un autre côté les sels fixes ne pouvant produire d'effet sensible sur ces mêmes Huiles sans le secours des acides Nitreux , ces deux matières unies ensemble & versées ensuite sur nos Huiles , doivent l'enflammer comme le Salpêtre , & par conséquent produire par leur union ce que chacune en particulier n'étoit pas capable de faire. C'est aussi ce que l'expérience justifie parfaitement.

Le Sel de Tartre au contraire ou le Nitre fixé par les charbons qu'on sauleroit d'acides vitrioliques , ne doit rien faire , & ne fait rien effectivement sur les Huiles enflammées , parce qu'il n'y a que les acides Nitreux qui dans la circonstance présente , ayent assez de volatilité pour pouvoir opérer sur la vapeur des matières sulfureuses.

Suivant ce raisonnement j'ai cru que comme les sels essentiels sont des Sels moyens qui contiennent beaucoup d'acides , & une partie fixe & terreuse , ceux qui donnoient des indices de sels Nitreux , qu'il est facile d'appercevoir par un certain frais qu'ils excitent sur la langue , devoient produire précisément le même effet que le Salpêtre , & c'est ce que j'ai reconnu par l'expérience dans les sels d'Oseille & de Charbon bénit ; le Cristal de Tartre au contraire , qui est une espece

de Sel essentiel, & qui ne donne pas les mêmes indices d'acides Nitreux, n'a rien fait de semblable, ce qui marque encore davantage la vérité de notre explication sur l'action différente des Sels dont il a été parlé.

Je me suis encore imaginé que le Sel volatil de Succin étant acide, & s'élevant avec assés de facilité, il pourroit bien être composé d'un acide Nitreux, d'autant plus qu'une autre espèce d'acide ne luy auroit peut-être pas permis de s'élever si facilement; je l'ai donc mis en expérience, & il a toujours excité l'inflammabilité de nos matières huileuses, mais comme il contient moins de parties terreuses & absorbantes que le Salpêtre, il n'a pas fait une détonation si forte que ce sel.

A l'égard du Borax que j'ai employé, il n'est pas étonnant qu'il produise le même effet que les sels Alkali: car quelque violence de feu qu'on lui donne, il ne se décompose presque point, & il fournit tout au plus un peu de liqueur légèrement alkaline & jamais acide.

Il ne reste plus qu'à expliquer pourquoi le Salpêtre qui produit un effet si prompt & si considérable sur le Soufre commun & sur les Huiles grossières, agit infiniment moins sur l'esprit de Vin, en quelque proportion qu'il y ait été mis, & pourquoi l'esprit de Nitre qui n'a point d'action sensible sur les unes, & qui sur les autres en a bien moins que le Salpêtre, agit bien davantage que ce sel sur l'esprit de Vin.

Pour concevoir cette différence, faisons attention que l'esprit de Vin est une Huile très-exaltée, dont les parties sulfureuses ont été si fort atténuées par la fermentation, qu'elles se sont dégagées des parties grossières & salines qui pouvoient mettre obstacle à leur inflammabilité & à leur élévation; or quand on y mêle le Salpêtre, la partie fixe de ce sel ne trouvant pas beaucoup d'acides à absorber, elle n'y produit pas à cet égard une grande altération, & quant à la partie volatile du Salpêtre qui consiste dans ses acides, comme elle ne se dégage & ne monte pas assés abondamment & assés vite pour suivre toutes les parties sulfureuses de l'esprit de Vin,

qui par elles-mêmes s'élevent & s'enflamment avec une grande facilité, on n'apperçoit pas alors une augmentation fort considérable dans la flamme; mais quand on se sert de l'esprit de Nitre, comme cette liqueur contient un grand nombre d'acides tous dégagés, ils peuvent tout d'un coup, & d'autant mieux faire impression sur toutes les parties de l'esprit de Vin, que cet esprit fermente naturellement & très-fort avec l'esprit de Nitre; aussi dans notre opération remarque-t-on au fond du vaisseau une grande ébullition, qui rarefiant la matière dès le commencement, la dispose dès-lors à s'enflammer & à s'élever avec plus de violence, & c'est pour cette raison que la flamme, de bleuë qu'elle étoit, devient très-rouge & très-ardente.

Au reste, la partie aqueuse de l'esprit de Nitre, qui avec les Huiles grossières, est un obstacle à leur inflammabilité, & souvent même les éteint, comme il arrive en plusieurs occasions, & entr'autres au charbon ardent, où la place sur laquelle a été versé l'esprit de Nitre, devient noire, de rouge qu'elle étoit; cette partie aqueuse, dis-je, ne produit pas le même effet sur la flamme de l'esprit de Vin; la raison m'en paroît être que les Huiles grossières s'élevent moins aisément par le feu, que le flegme, & ainsi quand l'esprit de Nitre a été versé sur ces Huiles, la partie aqueuse de cet esprit s'élevant par l'action du feu, au dessus des Huiles, les étouffe & les empêche de s'enflammer; mais comme l'esprit de Vin monte avant le flegme, quand il est poussé par le feu, il laisse au fond du vaisseau la partie aqueuse de l'esprit de Nitre, qui ne pouvant atteindre en assez grande quantité à la flamme de l'esprit de Vin accruë encore par le mélange des acides Nitreux, n'apporte aucune altération sensible à cette flamme.



OBSERVATIONS

SUR DIFFÉRENTES MALADIES.

Par M. MERY.

IL est si ordinaire de voir les intestins passer les anneaux des muscles du ventre, & descendre dans le scrotum, qu'il n'y a point de Chirurgien, pour peu expérimenté qu'il soit, qui n'en ait connoissance. Mais il est si rare de voir des hernies de vessies, que je ne connois aucun Auteur qui en ait fait mention. Je vais en rapporter trois que j'ai observées. Voici la première.

17. Juin
1713.

Il y a quatre ans ou environ, que je fus appelé dans une Maison religieuse, pour voir le Général de la Congrégation; il avoit beaucoup de peine à uriner. Ce fut pour cette difficulté qu'il souhaita d'avoir mon avis, esperant de recevoir par mon moyen quelque secours. Après avoir entendu le rapport qu'il me fit de son incommodité, je lui représentai qu'il étoit nécessaire que j'examinasse ses parties naturelles; sans quoi je ne pouvois pas reconnoître sa maladie. Il y consentit volontiers.

En les examinant, je remarquai dans le côté droit du scrotum, une tumeur fort considérable par son volume, dans laquelle je sentis une fluctuation manifeste au toucher; de-là je jugeai d'abord que la liqueur qui la formoit, étoit renfermée dans les membranes propres du testicule droit, ce qui fait la vraie hydrocele. Mon opinion me paroissoit d'autant plus certaine, que les membranes communes des bourses étoient minces & sans transparence, au lieu qu'elles deviennent fort épaisses & luisantes, quand leur tissu est abreuvé de sérosité, ce qui fait une oedematie particulière qu'on appelle fausse hydrocele. Mais ce saint Religieux me tira aussi-tôt

de mon erreur ; car en comprimant devant moi la tumeur avec les deux mains, il en fit sortir l'urine par le canal de la verge, & l'enflûre disparut entièrement, ce qui me fit aussi-tôt changer de sentiment. Je lui avouai ma surprise, en l'assurant qu'il avoit certainement une descente de vessie, que son fond avoit passé par les anneaux des deux muscles obliques & du muscle transverse du ventre, & que l'urine dont il se remplissoit, produisoit la tumeur dont il étoit affligé. Enfin je lui représentai qu'il n'y avoit point de remède à son incommodité, parce que la vessie devoit être adhérente à la surface intérieure du scrotum, comme se trouve ordinairement le péritoine prolongé jusqu'aux bourses, dans les descentes ordinaires, soit de l'épiploon ou des intestins ; qu'ainsi il étoit absolument impossible de réduire la vessie dans sa place naturelle. Je lui conseillai de porter seulement un suspensoir.

En sortant du Monastère, je dis au Frere infirmier qui m'accompagnoit, que depuis que je pratiquois la Chirurgie, je n'avois rien vû de si monstrueux. Je le priai de me faire le plaisir de me permettre d'examiner cette descente de vessie, après la mort de ce Religieux, qui avoit plus de quatre-vingt ans. Ce Frere est Apothicaire & Chirurgien de la Maison ; & comme il n'avoit pas moins de curiosité que moi, de connoître un fait si extraordinaire, il n'eut pas de peine à m'accorder la grace que je lui demandois, quoiqu'il ne soit point permis de faire l'ouverture du cadavre d'aucun Moine, moins encore de celui d'un Général. Cependant il me promit de me faire avertir de sa mort, sitôt qu'il seroit décedé, ce qu'il fit peu de temps après.

Etant arrivé au Monastère, nous allâmes seuls dans une des chambres de l'infirmerie où le corps du defunt étoit en dépôt, & là j'ouvris le ventre & les bourses. Nous remarquâmes que la vessie étoit effectivement adhérente dans le scrotum de même qu'ailleurs, comme je l'avois jugé auparavant. Sa figure représentoit celle d'une gourde, qui est une

espece de courge dont les pauvres voyageurs se servent pour mettre & conserver leur boisson. Le fond de la vessie qui en faisoit la partie la plus évasée, occupoit le côté droit du scrotum; son milieu en faisoit la partie la plus étroite, parce qu'il étoit resserré dans les anneaux des muscles du ventre; sa fin avoit plus de capacité, mais moins que son fond; elle étoit placée dans la partie antérieure de la region hypogastrique, comme à l'ordinaire; son fond étoit recouvert du dartos, son milieu des muscles du ventre, le reste du peritoine, de sorte qu'elle étoit jointe à toutes ces parties, qui l'environnoient.

Nous examinâmes ensuite les viscères renfermés dans la capacité du ventre, nous les trouvâmes tous dans leur état naturel, excepté qu'un des intestins estoit tombé dans le côté gauche du scrotum. Nous finîmes cet examen par la vesicule du fiel, qui renfermoit une pierre composée de plusieurs couches posées les unes sur les autres. La figure de cette pierre étoit ronde; elle avoit sept à huit lignes de diametre en tout sens. Elle ne pesoit cependant qu'un gros & six grains. Sa couleur & sa consistance étoient si semblables à du charbon de terre, qu'on l'auroit prise pour un morceau de ce mineral, & s'y tromper, en ignorant le lieu où elle s'étoit formée.

SECONDE OBSERVATION.

La seconde descente de vessie que j'ai vûe dans l'Hospit-Dieu, à une pauvre femme grosse de cinq à six mois, n'étoit pas moins extraordinaire que celle que je viens de rapporter. Cette femme urinoit avec beaucoup de peine. En l'examinant, je lui trouvai une tumeur d'un volume plus gros que celui d'un œuf de poule. Cette tumeur étoit située entre l'anus & la partie inférieure de l'orifice externe de la matrice. En la tâtant, j'apperçus quelques gouttes d'urine sortir par l'uretre; d'où je conjecturai que cette tumeur pouvoit être causée par l'urine qui séjournoit dans le fond de la vessie déplacée. Pour mieux m'en assurer, je comprimai peu à peu

la tumeur, & elle disparut entièrement, toute l'urine qu'elle contenoit s'étant écoulée par le canal de la vessie. Cet événement changea mon soupçon en une entière certitude. Voilà le fait tel que je le remarquai.

Je vais examiner maintenant quelle étoit la cause de la grande difficulté & de la douleur que souffroit cette pauvre femme, depuis sa grossesse, en urinant. Si on fait réflexion que quand elle pissait, la tumeur ne disparoissoit point, il sera aisé de juger que cette difficulté & cette douleur ne pouvoient être causées que par l'augmentation du volume de la matrice, qui pressant le milieu du corps de la vessie entre le vagin & le rectum, empêchoit l'urine de sortir du fond de la vessie descendue entre ces parties, ce qui rendoit les efforts que faisoient les fibres de la vessie, pour chasser l'urine de la tumeur, laborieux & inutiles.

TROISIÈME OBSERVATION.

Depuis peu j'ai vû à une personne de qualité une descente de vessie, semblable à la première dont j'ai parlé. Cet homme de considération portoit un bandage d'acier, suivant en cela l'avis de ceux qu'il avoit consultés, & qui avoient pris son incommodité pour une enterocèle, ou chute d'intestin dans les bourses. Je lui conseillai de quitter son bandage, parce qu'en comprimant le milieu du corps de la vessie contre les os pubis, il empêchoit la partie de l'urine contenue dans son fond, de remonter du scrotum dans le reste de la cavité de la vessie, pour prendre la route du canal de la verge. Il me crut, & se trouva beaucoup mieux qu'auparavant.

Une preuve convaincante que la tumeur du scrotum étoit produite par un amas d'urine, & non par l'intestin, comme on se l'étoit imaginé, c'est que toutes les fois que cet homme ôtoit son bandage pour faire rentrer sa prétendue descente d'intestin, en comprimant les bourses, il urinoit en abondance, après quoi il se trouvoit toujours fort soulagé. Mais quoiqu'il l'appliquât ensuite son bandage, il n'empêchoit pas
cependant

cependant que l'urine ne recoulât goutte à goutte dans le scrotum, & ne reformât la tumeur comme auparavant. Ce qui ne seroit pas arrivé, si la chute de l'intestin en avoit été la cause, parce que le bandage bien appliqué, comme il étoit, l'auroit certainement empêché de descendre dans les bourses.

Quelque difficile qu'il soit de juger si une hernie de vessie peut se faire par son relâchement, comme se fait ordinairement la descente des intestins, ou si c'est un effet de la première conformation, je vais néanmoins hasarder sur cela mon sentiment, que j'abandonne à la critique des experts en Chirurgie.

La vessie ne peut s'étendre qu'en se remplissant d'urine. Quand l'écoulement de cette liqueur est supprimé, sa capacité s'augmente jusqu'à pouvoir contenir deux à trois pintes d'urine, ce que j'ai vu. M. Thibault, mon confrere, m'a assuré en avoir tiré, en une seule fois, jusqu'à quatre pintes & demie bien mesurées. Or il est visiblement impossible qu'avec un si prodigieux volume, la vessie puisse passer par les anneaux des muscles du ventre, qui sont si étroits qu'ils ne sont capables naturellement que de donner passage aux vaisseaux spermatiques dans l'homme, & aux ligaments de la matrice dans la femme. D'ailleurs ces anneaux sont fermés par le péritoine. Il est donc certain que la vessie étant pleine, ne peut les traverser. Ainsi il y a bien de l'apparence que l'hernie de vessie vient plutôt d'un vice de conformation que de son relâchement.

Elle est absolument incurable, parce que le fond de la vessie étant uni aux membranes des bourses dans lesquelles il est renfermé, il ne peut être réduit dans sa situation ordinaire. Donc lorsque la vessie est dans sa place naturelle, elle ne peut aussi en sortir pour descendre dans le scrotum, parce que son fond est suspendu par l'ouraque à l'ombilic, ses côtés attachés aux artères ombilicales, la partie antérieure de son corps jointe aux aponevroses des muscles du ventre, & sa partie postérieure unie au péritoine.

Cependant M.^{rs} Litre & Rouhault, Anatomistes de l'Académie, m'ont objecté, pour éluder ces raisons, que la vessie en s'étendant, devient flottante dans la capacité du ventre, comme le sont naturellement les intestins; qu'ainsi elle peut alors descendre, aussi bien qu'eux, dans les bourses, & être réduite. Si cela pouvoit se faire, comme ils se l'imaginent, la vessie devoit forcer la partie du péritoine qui couvre les anneaux des muscles, de sorte qu'on la trouveroit toujours séparée du cul-de-sac que formeroit le péritoine en descendant dans les bourses, de même que sont les intestins, qui ne s'y unissent jamais, s'ils ne s'enflamment ou se corrompent. Je puis répondre de ce fait, après plusieurs opérations que j'ai faites pour le réduire dans le ventre. J'ai même remarqué dans un homme qui avoit porté pendant plusieurs années de sa vie, presque tous les intestins dans le scrotum, qu'ils ne s'y étoient point attachés.

Or la vessie du Religieux, que j'ai disséquée, n'a point forcé la partie du péritoine qui couvre les anneaux des muscles du ventre; sa substance n'étoit nullement altérée: les fibres charnues de son fond, dépouillées du péritoine, étoient unies au dartos, de sorte qu'elle étoit irréductible. Donc la supposition de ces Messieurs, qui n'est qu'imaginaire, ne sçauroit détruire les preuves que je donne, que l'hernie de vessie vient d'un vice de conformation, & non pas de son relâchement, comme ils le croyent. Enfin pour leur démontrer que la vessie ne peut abandonner sa situation, je leur ai fait voir dans un petit cadavre humain, en présence de Messieurs les Académiciens, que tout son corps est adhérent à toutes les parties qui l'environnent, ce qu'ils m'avoient nié positivement, pour mieux appuyer leur opinion. Au reste, si l'hernie de vessie se faisoit par relâchement, & qu'elle flottât dans le ventre, comme ils prétendent, elle pourroit arriver aussi souvent que la descente des intestins. Tous les Auteurs qui ont fait des Traités d'Opérations, en auroient parlé. Je n'en sçais aucun qui en ait fait mention.

QUATRIÈME OBSERVATION.

Sur un Emphifeme extraordinaire.

Un pauvre homme âgé de soixante ans, fut, sur les trois heures après midi du Lundi sixième Décembre 1711. renversé par un carrosse, dont les rouës lui passèrent sur la poitrine, & lui rompirent la quatrième & la cinquième côtes vraies du côté gauche, dans leur partie moyenne. La nécessité dont il étoit pressé, l'obligea de venir, immédiatement après sa chute, chercher du secours à l'Hôtel-Dieu, où il fut reçu aussi-tôt.

En l'examinant, on remarqua d'abord la fracture des côtes. Peu de temps après il parut au même endroit une tumeur assez considérable, causée par un air renfermé dans le tissu vesiculaire de la membrane qui se trouve placée sous la peau. Le compagnon Chirurgien, dans le rang duquel ce pauvre blessé fut couché, ne trouva pas à propos d'appliquer de remèdes sur cet emphifeme, parce qu'il ne vit au dehors ni playe ni contusion. Il n'osa pas même se servir du bandage qu'on fait ordinairement à la poitrine pour la fracture des côtes, de crainte de nuire à la respiration, qui étoit déjà fort embarrassée. Il se contenta de le saigner seulement. La saignée fut répétée les jours suivans, par l'ordre du Médecin de la Salle; mais elle n'empêcha pas que la difficulté de respirer & l'emphifeme n'augmentassent toujours jusqu'au Jeudi au soir, qui fut le quatrième jour de sa blessure, & le dernier de sa vie.

Le lendemain matin j'examinai son cadavre dans la Salle des morts, & je trouvai que l'emphifeme occupoit tout l'extérieur du corps, à la réserve de la plante des pieds & de la paume des mains; de sorte que la face, le col, la poitrine & le ventre, les bras & les jambes étoient remplis d'air, qui fuyoit sous mes doigts, pour peu que je pressasse la peau au dessous de laquelle cet air étoit renfermé.

Ayant fait une incision à la peau & aux autres téguments qui couvroient l'endroit des côtes rompues, je remarquai aux muscles intercostaux une ouverture, mais presque imperceptible, sans aucune échymose. Enfin ayant ouvert la poitrine, j'apperçûs une petite portion de la membrane qui enveloppe le poulmon, déchirée. D'une part elle étoit unie au poulmon, & de l'autre elle étoit attachée à une partie des côtes rompues. Il ne s'étoit cependant écoulé aucune goutte de sang du poulmon dans la capacité de la poitrine, ce qui me parut un fait fort singulier.

Après cela il est aisé de découvrir la route qu'a pris l'air; pour former cet affreux emphiseme. En effet, il est visible que du total de l'air qui entroit par la trachée artère dans le poulmon, pendant la dilatation de la poitrine, une partie a dû, dans le temps de son rétrécissement, en ressortir par ce même canal, & l'autre s'échapper des cellules du poulmon, par l'ouverture de sa propre membrane déchirée, sortir de la poitrine par la petite playe des muscles intercostaux, & s'insinuer dans le tissu de la membrane vésiculaire, parce que la résistance s'est trouvée plus foible que l'effort de l'air qui la pénétroit; car il n'y a nulle apparence qu'il s'y soit insinué pendant la dilatation de la poitrine, parce qu'en se dilatant, elle ne peut forcer qu'autant d'air à entrer dans le poulmon, qu'il s'en trouve aux environs dont elle prend la place, & qu'alors elle se donne au dedans d'elle-même autant de capacité qu'elle occupe d'espace au dehors. Ainsi l'air n'a pas pû s'insinuer dans la membrane vésiculaire pendant la dilatation de la poitrine. Ce n'est donc que pendant son rétrécissement, qu'il a pû pénétrer cette membrane; & parce qu'il y est entré sans causer de douleur au blessé, & que même il n'en sentoît point, en quelqueendroit du corps qu'on pressât la peau sous laquelle on sentoît fuir l'air, on ne peut pas douter que toutes les cellules de la membrane vésiculaire n'aient une communication naturelle entr'elles, de même que celles de la membrane cellulaire du Pelican, dont l'admirable

structure forme dans cet oiseau une espèce particulière de poulmon que j'ai décrit dans les Mémoires de l'Académie de l'année 1693. Autrement ce pauvre malade auroit souffert des douleurs atroces dans tout son corps, si le tissu de la membrane vésiculaire caché sous la peau, avoit été brisé par une insinuation violente de l'air. Page 177.

On ne peut pas dire aussi que ce tissu ait été rompu par des coups redoublés, comme on suppose celui des animaux que l'on souffle, & qu'on croit ne s'enfler que parce qu'en les frappant, on ne peut éviter de briser ce tissu; puisque cet homme n'avoit reçu aucun coup après sa blessure. D'ailleurs, on ne voit point l'air s'insinuer dans une membrane solide. Il ne peut pas même s'échapper par ses pores, lorsqu'on l'y renferme. Il faut donc que les cellules de la membrane vésiculaire communiquent entr'elles, & soient affaïssées les unes sur les autres avant de se remplir d'air, comme sont celles du poulmon du fœtus, que l'air ne gonfle qu'après la naissance de l'enfant, qui ne commence qu'alors à respirer, mais sans douleur, parce que les vésicules du poulmon sont toutes ouvertes, & naturellement disposées à le recevoir. Si elles étoient fermées, l'air ne pourroit y entrer.

Après avoir expliqué la manière dont cet affreux emphysème s'est formé, il me reste à examiner si en faisant une incision à la peau, vis-à-vis la petite playe des muscles intercostaux, ouverts par la fracture des côtes, j'aurois pu conserver la vie à ce pauvre blessé.

Si l'on suppose que l'échappée de l'air des cellules du poulmon par la membrane propre déchirée par la fracture des côtes, ait été la cause de sa mort, parce que la quantité d'air qui se perdoit par cet endroit, étoit absolument nécessaire pour entretenir la circulation du sang, sans laquelle on ne peut vivre, ce que je ne crois pas, je suis persuadé que l'incision que j'aurois pu faire à la peau, n'auroit pas empêché ce blessé de mourir; car quoiqu'elle eût pu s'opposer au progrès de cet emphysème, & même donner lieu à sa guérison,

il est certain qu'elle n'auroit pû empêcher l'air de sortir du poulmon, par l'ouverture de sa membrane déchirée. Donc l'incision de la peau lui auroit été inutile, il seroit toujours mort.

Cette même incision ne lui auroit pas été moins infructueuse, si l'on suppose que le gonflement de la membrane vésiculaire qui couvre la poitrine, a été, comme il y a bien de l'apparence, un obstacle à sa dilatation, & la cause de la mort de ce blessé. Car pour éviter cette pression extérieure produite par l'enflûre des cellules de cette membrane, il auroit fallu fermer l'ouverture des muscles intercostaux, & alors l'air intérieur qui s'échappoit continuellement par la déchirure de la membrane du poulmon, étant retenu dans la poitrine, auroit, en comprimant le poulmon, empêché peu à peu l'air extérieur de remplir les vésicules, ce qui auroit causé la même difficulté de respirer, & enfin la mort. Donc dans ces deux suppositions, l'incision de la peau n'auroit pas seulement été inutile à ce blessé, mais préjudiciable, puisqu'elle auroit rendu sa playe plus compliquée qu'elle n'étoit auparavant, & lui auroit abrégé la vie.

Enfin l'opération de l'empierre, dont les signes sont fort incertains, comme je le vais faire voir dans ma cinquième Observation, ne lui étoit point nécessaire; parce que, comme j'ai déjà dit, il n'y avoit aucune goutte de sang épanchée dans la poitrine de ce pauvre malade.

CINQUIÈME OBSERVATION.

Il y a six mois ou environ, qu'un jeune garçon âgé de dix-huit à dix-neuf ans, reçut sur les deux ou trois heures après minuit, un coup d'épée à la partie supérieure antérieure du bras droit. Il fut tout aussi-tôt conduit à l'Hôtel-Dieu, & couché dans la Salle des blessés. Je l'examinai sur les six heures du matin. Voici l'état où je le trouvai.

Il avoit déjà une fièvre très-ardente, une difficulté à respirer, & une douleur de poitrine, du même côté de sa playe, si

violente, que je crus d'abord que la capacité de la poitrine étoit remplie de sang, & qu'il expireroit en peu d'heures, si je ne lui faisois pas sur le champ l'opération de l'empieime. Cependant sa playe n'avoit au dehors tout au plus que trois lignes de long sur demi-ligne de large. Elle me parut même aussi réunie qu'une incision de veine saignée depuis peu, ce qui fit que je ne trouvai pas à propos de sonder sa profondeur, étant résolu de faire l'opération; mais jettant ensuite les yeux sur la poitrine, j'aperçus sous le mamelon droit, une tumeur de sept à huit pouces de diametre, & de plus d'un pouce d'épaisseur, résistante au toucher, d'où je conjecturai que la playe du bras pouvoit pénétrer le grand muscle pectoral plutôt que la poitrine; conjecture fondée sur ce que cette tumeur étoit sans lividité, sans fluctuation & sans emphiseme, signes certains que ni le sang ni l'air n'en pouvoient être la cause; d'où je jugeai que le tendon du muscle pectoral ayant été picqué, la douleur avoit déjà attiré une fluxion de sérosités sur toute la partie charnuë qui couvre le devant de la poitrine, ce qui me fit différer l'opération, que la douleur de côté, la fièvre & la difficulté de respirer, sembloient demander absolument.

Je me contentai d'appliquer sur la playe & sur la tumeur, une compresse un peu épaisse, trempée d'esprit de vin & d'eau, mêlés ensemble en égale quantité. Je fis aussi-tôt saigner ce pauvre blessé. La saignée lui fut répétée le soir & le lendemain matin, que je trouvai tous ses accidents fort diminués.

Cette diminution si considérable me fit changer de vûë par rapport à l'opération. Je fis s'appliquer la compresse toujours mouillée de la même liqueur sur la playe & sur la tumeur. Au bout de huit jours le blessé se trouva parfaitement guéri. Ce rapport fidèle fait voir combien les signes d'un épanchement de sang dans la poitrine sont équivoques & trompeurs, le jugement difficile, & l'opération de l'empieime hasardeuse; car supposé que la poitrine eût été remplie de sang, comme je l'avois cru d'abord, j'aurois bien pû tirer par son ouverture celui qui auroit été renfermé dans sa capacité, mais il m'auroit

été impossible d'empêcher le sang des vaisseaux du poulmon de sortir de leurs conduits, qui n'auroient pas encore eu le temps de se refermer. Donc dans cette circonstance, le risque étoit égal en faisant ou ne faisant pas l'opération.

SIXIÈME OBSERVATION.

M. Genti Prêtre d'une grande vertu, devenu aveugle sur la fin de sa vie, m'a legué par testament ses deux yeux pour en découvrir les défauts, & en faire part au public, afin qu'il pût en tirer quelqu'utilité. Après sa mort, qui est arrivée au mois de Mars dernier, je les ai examinés, & ai fait voir à l'Académie les remarques que je vais rapporter.

1. Dans l'un j'ai observé que la surface antérieure du cristallin étoit ulcérée, son corps obscurci, l'humeur aqueuse fort trouble, & que la transparence du corps vitré étoit beaucoup diminuée. Dans l'autre j'ai remarqué que l'humeur aqueuse, le cristallin & le corps vitré n'avoient perdu que fort peu de leur transparence, de sorte que la lumière pouvoit encore les traverser.

2. Dans tous les deux, les glandes qui environnent la conférence extérieure de l'iris & filtrent l'humeur aqueuse, étoient plus grosses qu'elles ne sont ordinairement. Dans l'un & l'autre une pluie huileuse extrêmement menuë paroissoit répandue sur leurs humeurs.

3. Enfin, j'ai remarqué que les nerfs optiques étoient flétris, aussi n'ai-je pu en faire sortir de moëlle, comme j'ai fait de ceux qui sont dans leur état naturel; d'où je conjecture que la cause de l'aveuglement de M. Genti a été la flétrissure des nerfs optiques, & qu'il auroit pu, sans ce défaut, voir de l'œil dont les humeurs avoient conservé, à peu près, leur transparence ordinaire.



SUITE

SUITE DES REFLEXIONS

*Qui se trouvent dans le Mémoire du 28. Juin 1712.
sur les Développées, & sur les Courbes résultantes
du Développement de celles-là.*

Par M. V A R I G N O N.

DANS le Mémoire du 28. Juin 1712. nous n'avons considéré à l'ordinaire les développées que comme concaves d'un seul côté, & leur développement que comme commençant à une de leurs extrémités; d'où il ne résulloit que des courbes concaves en même sens que celles-là. Nous allons présentement considérer non seulement ces courbes concaves d'un seul côté, comme commençant à se développer de part & d'autre à celui de leurs points qu'on voudra, mais aussi celles de concavités différentes, comme commençant à se développer à quelque point que ce soit; & de tous ces développements on va voir naître plusieurs autres courbes de concavités très-différentes de position les unes par rapport aux autres, & par rapport à celles de leurs développées; & comment de fort semblables en apparence auront cependant des propriétés très-différentes selon qu'elles résulteront de différentes développées, & selon les différents points où celles-ci commenceront à se développer: Par exemple, comment & pourquoi parmi les courbes rebroussées en même sens, il y en a dont le cercle osculateur en leur point de rebroussement passe entièrement en dehors de leurs branches, d'autres où il passe en dedans; & d'autres enfin où il passe entre ces mêmes branches; pourquoi les unes l'y ont avec cinq racines égales, & les autres seulement avec quatre; comment & pourquoi, au point d'inflexion des courbes contournées, chaque rayon osculateur est infiniment petit dans les unes, & infiniment grand dans les autres, &c.

24. Mars
1713.

Mém. 1713.

. Q

La démonstration de tout cela dépendant de ce que nous avons fait voir dans le Mémoire du 28. Juin 1712. touchant le développement commencé à une des extrémités des courbes toutes concaves chacune d'un seul côté, & touchant les resultantes de ce développement; nous allons citer la génération, les définitions, le Lemme, les Théoremes & les Corollaires compris dans ce Mémoire, comme s'ils étoient ici, sans le nommer davantage, & sans faire aucune mention des pages où se trouvera ce que l'on en va citer; & cela pour ne pas ennuyer par des répétitions trop fréquentes qu'il faudroit faire du titre de ce Mémoire & de ces pages.

S. I.

Du Développement des Courbes d'une seule concavité chacune; commencé à celui de leurs points qu'on voudra.

Fig. 1. I. On a vû dans le Mémoire du 28. Juin 1712. que si $A\phi T$ est une courbe toute concave d'un seul côté, laquelle commence à se développer à une de ses extrémités, par exemple en A , la resultante AEH de ce développement sera aussi (*Th. 2. corol. 1.*) toute concave du même côté que cette développée $A\phi T$; que sa courbûre en ce sens ira toujours (*Th. 6. corol. 4.*) en diminuant depuis A vers H : de sorte que la plus grande courbûre sera en son origine A , & la moindre en son terme H ; qu'elle aura par-tout (*Th. 6.*) son cercle osculateur BEK (comme on le voit ici Figure 1.) partie au dehors & partie au dedans d'elle, sans le rencontrer ailleurs qu'en chaque point E d'osculation, & sans qu'aucun autre cercle (*Th. 6. corol. 1.*) puisse passer entr'elle & celui-là, &c. comme dans le Mémoire du 28. Juin 1712. d'où ces citations sont tirées.

II. Si présentement la courbe $A\phi T$ toute concave d'un seul côté, commence à se développer de part & d'autre à

tel point moyen ϕ qu'on voudra; ses deux parties ϕMA , ϕNT , commençant-là à se développer en différents sens vers A , T .

1.^o Il est visible que ces deux arcs ϕMA , ϕMT , traceront ainsi chacun de son point ϕ chacune des deux branches ϕDR , ϕFS , d'une autre courbe $R\phi S$ rebroussée en ϕ en sens contraires; puisque ces deux branches ϕDR , ϕFS , ainsi décrites, tendent (*gener.*) vers des côtés opposés, & (*Th. 2. corol. 1.*) avec des convexités opposées.

2.^o Il est visible aussi que les rayons osculateurs en ϕ de ces deux branches ϕDR , ϕFS , seront (*gener. & def.*) infiniment petits de part & d'autre de ce point ϕ , & en ligne droite perpendiculaire (*Th. 5. corol. 2.*) à ces deux branches ϕDR , ϕFS , de la courbe $R\phi S$ résultante du double développement dont il s'agit ici; & conséquemment que ces deux branches se toucheront en ϕ aussi bien que leurs petits cercles (*def.*) osculateurs en ce point, décrits de ces deux rayons ou côtés contigus en ϕ , des arcs développés ϕA , ϕT , & de centres pris chacun à l'autre extrémité de chacun de ces côtés infiniment petits, que l'angle infiniment obtus qu'ils font entr'eux, rend en ligne droite.

La réflexion qui va se trouver en Italique à la fin du nombre 3. de l'article 22. fera voir que la détermination totale de chacun des deux rayons osculateurs au point ϕ de rebroussement de la courbe $RD\phi FS$, c'est-à-dire, que la détermination, tant de la position que de la longueur de chacun de ces deux rayons directement opposés de part & d'autre, de ce point ϕ , y exige quatre racines égales dans chacun des deux cercles osculateurs qui s'y toucheront mutuellement en dehors, mais infiniment petites comme eux, quoique les trois égales requises pour la détermination de la position du rayon osculateur de chacun de ces deux cercles, puissent être finies quelconques, ainsi qu'on le verra dans la réflexion qu'on vient de citer.

III. Les Corol. 2. 3. du Th. 6. font voir de plus que les deux cercles osculateurs infiniment petits (*art. 2.*) de

la courbe $R\phi S$ en son point de rebroussement ϕ , couperont & toucheront à la fois, chacun en ce point ϕ , celle de ces deux branches dont il sera osculateur en ce même point ϕ . Pour voir comment cela se doit faire, imaginons deux autres cercles IDC , LFG , osculateurs aussi de ces deux branches ϕDR , ϕFS , en deux autres points quelconques D , F , lesquels cercles ayent (*def.*) pour rayons les tangentes DM , FN , des arcs développés ϕMA , ϕNT , & pour centres les points M , N , où ces tangentes touchent ces arcs. Le Th. 6. part. 1. fait voir que ces deux nouveaux cercles IDC , LFG , couperont les deux branches ϕR , ϕS , en D , F , de la manière qu'on voit ici, & sous des angles si petits, qu'aucun autre cercle ne pourra jamais passer (*Th. 6. corol. 1.*) par aucun de ces angles, entre aucun de ces deux-là & celle qu'il coupe de ces deux branches de la courbe $RD\phi FS$; & conséquemment (*Th. 6. coroll. 2. 3.*) que chacun de ces deux autres cercles IDC , LFG , aura aussi (nonobstant ces coupes ou intersections en D , F .) avec chacune de ces deux branches ϕDR , ϕFS , chacun avec celle qu'il coupe, deux attouchements de part & d'autre, de chacun de leurs points d'intersection D , F , un en dehors, du côté de I , L , & l'autre en dedans, du côté de C , G .

Concevons présentement que ces deux intersections D , F , arrivent infiniment près de ϕ , avec les cercles toujours osculateurs IDC , LFG , en avançant de ce côté-là le long des arcs $D\phi$, $F\phi$, & que les fils MD , NF , rayons (*gener. def.*) de ces cercles se recouchent ainsi sur les arcs développés $M\phi$, $N\phi$, jusqu'à ce que ces points D , F , soient infiniment près de ϕ . Il est visible que chacun de ces deux cercles IDC , LFG , alors infiniment petits, coupera & touchera encore à la fois (comme ci-dessus en D , F .) chacune des branches ϕDR , ϕFS , en ce point infiniment près de ϕ ; il la touchera par dehors en l'élément commun où elles & eux se touchent entre ces deux points, & par dedans en l'élément suivant de chacune où elles commencent à s'abandonner & à faire angle entr'elles,

IV. Le Corol. 4. du Th. 6. fait aussi voir que si les arcs ϕMA , ϕNT , de la développée $AM\phi NT$ sont des courbûres semblables depuis ϕ vers A , T , comme si cette développée étoit une parabole, une hyperbole, &c. dont ϕ fût le sommet; les branches ϕDR , ϕFS , de la courbe $RD\phi FS$ rebroussée en sens contraires en ϕ , lesquelles résultent (*hyp.*) du développement de ces arcs ϕMA , ϕNT , commencé en ϕ , seront aussi des courbûres semblables entre elles depuis ϕ vers R , S . Au contraire si les arcs ϕMA , ϕNT , sont des courbûres dissemblables depuis ϕ vers A , T , comme si la développée $AM\phi NT$ étoit encore une parabole, une hyperbole, &c. dont le sommet fût entre ϕ & A ; le même Corol. 4. du Th. 6. fait voir que l'arc ϕMA , alors plus courbe (à longueurs égales depuis ϕ) que ϕNT , rendroit aussi la branche ϕDR plus courbe que ϕFS , à longueurs aussi égales depuis ϕ .

V. Quant aux différentes courbûres de chacune de ces deux branches ϕDR , ϕFS , sans comparaison entr'elles, le Corol. 4. du Th. 6. fait aussi voir que quelque dissemblance de courbûre qu'il y eût dans les arcs développés ϕMA , ϕNT , la plus grande courbûre de chacune de ces deux branches ϕDR , ϕFS , seroit à leur origine ϕ commencement du développement de ces arcs, & que la courbûre de chacune en des points différents, iroit en diminuant à mesure que ces points seroient plus éloignés de son origine ϕ , ou plus près de son terme R , ou S ; de sorte que la moindre de toutes ces courbûres de chacune des branches ϕDR , ϕFS , seroit au terme R , ou S , de cette branche, qui, séparément, auroit toutes les autres propriétés démontrées dans le Mémoire du 28. Juin 1712. pag. 148. &c. pour une courbe toute concave d'un seul côté, résultante (*Th. 2. Corol. 1.*) du développement commencé à une des extrémités d'une autre courbe aussi toute concave du même côté que celle-là.

§. II.

Du Développement des Courbes rebroussées en sens contraires, commencé à celui de leurs points qu'on voudra.

Fig. 2. 3. VI. Soit la courbe $T\phi V$ rebroussée en sens contraires en ϕ , c'est-à-dire, dont les branches ϕV , ϕT , soient de convexités opposées, ou concaves en dehors vers des côtés différents, chacune d'un seul côté. Soit premièrement le développement de cette courbe ou de ses branches, commencé en son point de rebroussement ϕ . Le Corol. 1. du Th. 2. fait voir que le développement de la branche ϕV , ainsi commencé en ϕ ou en E vers A , décrira l'arc $EDCA$ de la courbe $ACDEFGH$, & que celui de l'autre branche ϕT de la même développée $T\phi V$, aussi commencé en ϕ ou en E , décrira de même l'autre arc $EFGH$ de cette autre courbe $ACDEFGH$ résultant de ce double développement, soit qu'elle soit décrite (*gener.*) par le point ϕ commun aux deux branches développées, comme dans la Figure 2. ou qu'elle le soit (*Schol. du Th. 6.*) par l'extrémité E d'une droite quelconque $E\phi$ qui les touche toutes deux en ϕ , comme dans la Figure 3. ou même aussi par l'extrémité E d'une telle tangente dans la Figure 2. laquelle tangente $E\phi$ soit infiniment petite dans cette Figure 2. & finie dans la Figure 3.

Le Corol. 1. du Th. 2. faisant voir que les arcs $EDCA$, $EFGH$, de la courbe $ACDEFGH$ résultante du développement (commencé en ϕ) des deux branches de la développée $T\phi V$ rebroussée (*hyp.*) en sens contraires en ce point ϕ , sont entièrement concaves chacun du même côté que chacune de ces branches; il est visible par ce même Corol. 1. du Th. 2. que cette courbe $ACDEFGH$ sera toute entière concave du côté de sa développée $T\phi V$ rebroussée (*hyp.*) en sens contraires en ϕ .

Le Corol. 4. du Th. 6. fait aussi voir que le développement

des deux branches ϕV , ϕT , de cette développée $T\phi V$, ayant (*hyp.*) commencé en son point de rebroussement ϕ ; la courbure de l'autre courbe $ACDEFGH$ résultante de ce double développement, doit toujours aller de part & d'autre en diminuant depuis E jusqu'à ses extrémités A , H : de sorte que la plus grande courbure sera en E , & les moindres en ses extrémités A , H ; lesquelles deux dernières courbures seront égales ou inégales entr'elles, selon que les branches développées ϕV , ϕT , auront les leurs égales ou inégales en leurs extrémités V , T ; & en cas d'inégalité entre ces courbures terminales, la plus grande des deux premières résultera de la plus grande des deux secondes.

VII. L'extrémité E de la touchante $E\phi$ (finie dans la Fig. 3. & infiniment petite dans la Fig. 2.) commune en ϕ aux deux branches ϕV , ϕT , de la développée $T\phi V$ rebroussee en sens contraires en ce point ϕ , ayant tracé (*art. 6.*) les arcs $EDCA$, $EFGH$ de la courbe $ACDEFGH$, par le développement de ces branches ϕV , ϕT , commencé en ϕ ; il est visible (*gener. & def.*) que cette droite $E\phi$ sera le rayon osculateur en E (fini dans la Figure 3. & infiniment petit dans la Figure 2.) de cette courbe $ACDEFGH$, & ϕ le centre de son cercle BEK osculateur en ce point E , fini dans la Fig. 3. & infiniment petit dans la Fig. 2.

Soit présentement un autre cercle $\mu C\lambda E\delta G$; décrit par ce même point E d'un centre N pris à volonté, de l'autre côté de ϕ , sur le rayon osculateur $E\phi$ prolongé vers L , entre ϕ & R , dont le point R soit (*Th. 2. Cor. 3. nomb. 2.*) de ce côté-là le terme des centres N (ainsi pris depuis ϕ jusqu'en R sur ϕL) des cercles qui décrits par E , rencontreroient encore ailleurs la courbe $ACDEFGH$. Le *Th. 5. part. 2.* fait voir que puisque (*hyp.*) ce point E est l'origine commune des arcs $EDCA$, $EFGH$, & A , H leurs termes, le cercle $\mu C\lambda E\delta G$; touchera ces deux arcs, ou la courbe $ACDEFGH$ par dehors en E , sans la couper qu'en C , G , où il entrera dedans pour n'en plus sortir, & sans la rencontrer

ailleurs qu'en ces trois points C, E, G ; de sorte qu'il aura toute la partie $C \wedge E \delta G$ au dehors de l'arc $CDEFGH$ de la courbe $ACDEFGH$, & tout le reste au dedans de cette courbe; ce qui lui arrivera toujours (*Th. 5. part. 2.*) en quelque point de $R\phi$ (depuis R jusqu'en ϕ) que soit son centre N : donc lorsque son centre N sera infiniment près de ϕ , & que ce cercle $\mu C \lambda E \delta G$ sera ainsi confondu avec l'osculateur BEK (fini dans la Figure 3. & infiniment petit dans la Figure 2.) son arc $C \lambda E \delta G$ rendu pour lors infiniment petit par l'arrivée de ses deux extrémités C, G , en deux points infiniment proches de E de part & d'autre; touchera encore en dehors en E , la courbe $ACDEFGH$; immédiatement après quoi ce cercle $\mu C \lambda E \delta G$ ainsi changé en l'osculateur BEK , coupera encore cette courbe de part & d'autre de cet attouchement extérieur, en entrant de ces deux côtés au dedans d'elle, pour y rester tout entier, à la particule infiniment petite près, dont il la touchera en dehors en E : il coupera, dis-je, cette courbe aux deux extrémités de cette particule, sans la rencontrer ailleurs, & sous des angles si petits, qu'aucun autre cercle ne pourra jamais passer (*Th. 6. Corol. 1.*) entr'elle & lui; d'où l'on voit (*Th. 6. Coroll. 2. 3.*) qu'outre l'attouchement extérieur précédent; il en aura encore deux autres intérieurs avec elle immédiatement après, & de part & d'autre de celui-là: donc ce cercle BEK osculateur en E de la courbe $ACDEFGH$, fini dans la Figure 3. & infiniment petit dans la Figure 2. aura ici avec cette courbe, trois attouchements de suite, & contigus en ce point E , desquels celui du milieu sera en dehors, & les deux autres en dedans de cette courbe, immédiatement après deux coupes faites de part & d'autre de celui-là, ce qui rend ce cercle osculateur BEK comme entrelacé en E avec cette courbe $ACDEFGH$.

Fig. 4.

VIII. Si l'on veut présentement que les branches $A\phi$; $H\phi$ de la courbe $A\phi H$ rebroussée encore en sens contraires en ϕ , soient des longueurs égales, & qu'elles commencent ici à

ici à se développer à leurs extrémités A, H ; desquelles extrémités elles décrivent ainsi ensemble la courbe $ACDEFGH$, savoir, la branche $A\phi$, l'arc $ACDE$, en se développant de A vers E , jusqu'à la tangente $E\phi$ en ϕ ; & l'autre branche $H\phi$, l'arc $HGFE$, en se développant de même de H vers E , jusqu'au même point E de la même $E\phi$ touchante aussi de cette autre branche en ϕ : on trouvera ici dans la Figure 4. comme dans les Figures 2. 3. art. 6.

1.^o Que la courbe $ACDEFGH$ sera ici, comme là, toute concave du côté de sa développée $A\phi H$.

2.^o Qu'au contraire de ce qu'on a vû dans cet article 6. la courbûre de cette courbe $ACDEFGH$ ira ici en augmentant depuis E , de part & d'autre, jusqu'en A, H ; de manière que sa moindre courbûre sera en E , & les plus grandes en A, H .

3.^o Mais que ces deux plus grandes courbûres en A, H , seront ici (Figure 4.) comme les moindres y étoient dans la Figure 2. 3. art. 6. égales ou inégales entr'elles, selon que les branches développées $\phi A, \phi H$, (qui étoient-là $\phi V, \phi T$) auront les leurs égales ou inégales en leurs extrémités A, H ; & qu'en cas d'inégalité entre ces courbûres terminales, la plus grande des deux premières résultera de la plus grande des deux secondes.

IX. L'extrémité E de la touchante $E\phi$ commune en ϕ aux deux branches $A\phi, H\phi$, de la développée $A\phi H$ rebroussée en sens contraires en ce point ϕ , ayant décrit (art. 8.) les arcs $ACDE, HGFE$, de la courbe $ACDEFGH$, par le développement de ces deux branches $A\phi, H\phi$, commencé en A, H ; il est visible (*gener. & def.*) que cette droite $E\phi$ sera le rayon osculateur en E , de cette courbe $ACDEFGH$; & ϕ le centre de son cercle BEK osculateur en ce point E .

Soit présentement un autre cercle $\mu C\lambda E\delta G\epsilon$ décrit par ce même point E , d'un centre M pris à volonté sur le rayon osculateur $E\phi$ entre ϕ & P , dont ce point P soit

(Th. 2. Corol. 3. nombre 1.) le terme des centres M (ainsi pris depuis P jusqu'à ϕ sur $P\phi$) des cercles qui décrits par E , rencontreroient encore ailleurs la courbe $ACDEFGH$. Le Th. 5. part. 1. fait voir que puisque (hyp.) A, H , sont les origines des arcs $ACDE$, $HGFE$, & E leur terme commun; le cercle $\mu C\lambda E\delta G\epsilon$ touchera ces deux arcs ou la courbe $ACDEFGH$ par dedans en ce point E , sans la couper qu'en C, G , ou il en sortira de part & d'autre pour n'y plus rentrer, & sans la rencontrer ailleurs qu'en ces trois points C, E, G ; de sorte qu'il aura toute sa partie $C\lambda E\delta G$ au dedans de l'arc $CDEFG$ de la courbe $ACDEFGH$, & tout le reste au dehors de cette courbe, ce qui lui arrivera toujours (Theor. 5. part. 1.) en quelque point de $P\phi$ (depuis P jusqu'en ϕ) que soit son centre M : donc lorsque son centre M sera infiniment près de ϕ , & que ce cercle $\mu C\lambda E\delta G\epsilon$ sera ainsi confondu avec l'osculateur BEK , son arc $C\lambda E\delta G$ rendu pour lors infiniment petit par l'arrivée de ses deux extrémités C, G , en deux points infiniment proches de E de part & d'autre, touchera encore en dedans, en E , la courbe $ACDEFGH$; immédiatement après quoi ce cercle $\mu C\lambda E\delta G\epsilon$ ainsi changé en l'osculateur BEK , coupera encore cette courbe de part & d'autre de cet attouchement intérieur, en sortant d'elle de ces deux côtés, pour rester dehors tout entier, à la particule infiniment petite près, dont il touchera cette courbe en dedans, en E ; il coupera, dis-je, cette courbe aux deux extrémités de cette particule, sans la rencontrer ailleurs, & sous des angles si petits, qu'aucun autre cercle ne pourra jamais passer (Theor. 6. Corol. 1.) entre elle & lui. D'où l'on voit (Theor. 6. Coroll. 2. 3.) qu'outre l'attouchement intérieur précédent, il en aura encore deux autres extérieurs avec elle immédiatement après, de part & d'autre de celui-là: donc ce cercle BEK osculateur en E de la courbe $ACDEFGH$, aura ici avec elle trois attouchemens de suite, & contigus en ce point E , desquels celui du milieu sera en dedans, &

les deux autres en dehors de cette courbe, après deux coupes faites de part & d'autre de celui-là; ce qui rend ici (*Fig. 4.*) ce cercle osculateur *BEK* comme entrelacé avec cette courbe *ACDEFGH*, mais en sens contraires à celui de l'entrelacement qu'on a vû sur la fin de l'art. 7. dans les *Fig. 2. 3.*

X. Pour trouver présentement combien la détermination *Fig. 2. 3. 4.* du rayon *Eφ* du cercle *BEK* osculateur en *E* de la courbe *ACDEFGH* dans les art. 7. 9. *Fig. 2. 3. 4.* exige de racines égales en ce point *E* origine commune des arcs *EDCA*, *EFGH*, de cette courbe dans l'art. 7. *Fig. 2. 3.* & leur terme commun dans l'art. 9. *Fig. 4.* il faut considérer dans ces deux articles & dans ces trois Figures, que suivant le *Th. 5.* le cercle $\mu C\lambda E\delta G\epsilon$ décrit du centre *N* par *E*, dans l'art. 7. *Fig. 2. 3.* & du centre *M* aussi par *E*, dans l'art. 9. *Fig. 4.* touche toujours en ce point *E*, la courbe *ACDEFGH*, & de plus la coupe toujours de part & d'autre en deux points *C*, *G*, sans jamais la rencontrer ailleurs qu'en ces trois points *C*, *E*, *G*, dont celui (*E*) du milieu est fixe, & les deux autres (*C*, *G*,) ambulants depuis *A*, *H*, jusqu'en celui-là, comme les centres *N*, *M*, de ce cercle $\mu C\lambda E\delta G\epsilon$ le sont depuis *P*, *R*, jusqu'en ϕ . Donc l'attouchement de ce cercle avec la courbe *ACDEFGH*, lui exigeant (*Th. 5. Corol. 4.*) deux racines égales, & les deux sections en *C*, *G*, de ce cercle avec cette courbe, lui en exigeant aussi deux autres, que la confusion de ces deux points *C*, *G*, en *E* (causée par celle des centres *N*, *M*, en ϕ , ou de ce cercle $\mu C\lambda E\delta G\epsilon$ en l'osculateur *BEK*) rendent égales à ces deux-là : ce cercle $\mu C\lambda E\delta G\epsilon$ ainsi changé en l'osculateur *BEK*, c'est-à-dire, ce cercle lui-même *BEK* osculateur en *E* origine commune (*art. 6. 7. Fig. 2. 3.*) ou terme commun (*art. 8. 9. Fig. 4.*) des arcs *EDCA*, *EFGH*, de cette courbe résultante du développement des branches d'une autre courbe rebrouffée en sens contraires, commencé au point de rebrouffement de cette autre courbe, dans les art. 6. 7. *Fig. 2. 3.* & aux autres extrémités de

ses branches prises égales dans les art. 8. 9. Fig. 4. Ce cercle osculateur BEK exige, dis-je, quatre racines égales en un tel point E de la courbe $ACDEFGH$, au lieu de trois seulement (*Th. 5. Corol. 5.*) qu'exigeroit tout autre cercle osculateur en tout autre point de cette courbe.

XI. Il est vrai que le cercle BEK osculateur en E de la courbe $ACDEFGH$, y a (*art. 7. 9.*) trois attouchemens avec elle, & que chacun d'eux exige deux racines égales; ce qui semble d'abord en exiger six pour ces trois attouchemens. Mais dès qu'on fait réflexion que les deux coupes faites (*art. 7. 9.*) aux extrémités de l'attouchement du milieu, lui sont communes, & aux deux autres attouchemens qui lui sont contigus de part & d'autre; & conséquemment, que chacune des deux racines égales que ces deux coupes lui exigent, tient aussi lieu d'une racine à chacun de ces deux autres attouchemens; on voit que quatre des six racines égales qui paroissent d'abord ici, se réduisent à deux, & qu'ainsi les six se réduisent aux quatre qu'on y vient de voir dans le précédent art. 10. ce qui en fait encore une nouvelle démonstration.

Fig. 5. 6. XII. Si l'on veut présentement que les branches $\phi T, \phi V$, de la courbe $T\phi V$ encore rebrouffée en sens contraires en ϕ , commencent à se développer ailleurs qu'à leurs extrémités, par exemple, aux points A, H , d'arcs égaux $A\phi, H\phi$; les articles 2. 8. font voir que d'un tel développement des arcs $AT, A\phi, H\phi, HV$, de cette développée $T\phi V$, il résultera une autre courbe $BAECH$, qui aura trois convexités opposées entr'elles, avec deux rebrouffemens aux origines A, H , en sens contraires, de part & d'autre de la convexité AEH du milieu, & à la fois toutes les propriétés marquées dans les art. 2. 3. 4. 5. 8. 9. 10. 11. En effet,

1.^o L'art. 2. fait voir que du développement des deux arcs $AT, A\phi$, de la branche ϕT , commencé en A jusqu'en T, ϕ , il résultera une portion BAE de courbe, laquelle portion sera rebrouffée en sens contraires en A , & terminée

en E à la tangente ϕE commune en ϕ aux deux branches ϕAT , ϕHV , de la développée $T\phi V$ rebroussée aussi en sens contraires en ϕ ; & que d'un semblable développement des deux arcs HV , $H\phi$, de l'autre branche ϕV de la même développée, commencé en H jusqu'en V , ϕ , il résultera de même une autre portion CHE de cette autre courbe résultante d'un tel développement de celle-ci; laquelle portion sera aussi rebroussée en sens contraires en H , & terminée aussi en E à la même tangente ϕE commune en ϕ aux deux branches développées ϕAT , ϕHV , de la courbe $T\phi V$ rebroussée aussi (*hyp.*) en sens contraires en ce point ϕ .

2.^o L'art. 8. fait voir, suivant l'égalité supposée des arcs $A\phi$, $H\phi$, que les résultants AE , HE , de leur développement commencé en A , H , jusqu'en ϕ , se réuniront en un AEH tout concave du côté de ce point ϕ ; & qu'ainsi les portions courbes BAE , CHE , tracées comme dans le précédent nomb. 1. composeront ensemble une courbe $BAECH$ de trois vexités opposées, & de deux rebroussements en sens contraires alternativement posés entr'elles.

3.^o Les art. 2. 3. 4. 5. font voir que les deux portions BAE , CHE , de la courbe $BAEHC$ auront toutes les propriétés marquées dans ces quatre articles; & les art. 8. 9. 10. 11. font pareillement voir que son arc AEH aura aussi toutes les propriétés marquées dans ces quatre autres articles. On verra assés dans ces huit articles, que toutes ces propriétés conviennent ensemble à cette courbe $BAEHC$, sans que je m'arrête ici à les détailler. Je passe donc au développement des courbes rebroussées en même sens.

S. III.

Du Développement des Courbes rebroussées en même sens, commencé en celui de leurs points qu'on voudra.

XIII. Soit la courbe $T\phi V$ rebroussée en même sens en ϕ , Fig. 7. 8. c'est-à-dire, dont les branches ϕV , ϕT , soient concaves en

même sens, & chacune de ce seul côté. Soit premièrement le développement de cette courbe ou de ses branches, commencé en ϕ . Le Corol. 1. du Th. 2. fait voir que le développement de la branche ϕV ainsi commencé en ϕ ou en E vers A , décrira l'arc $EDCA$ de la courbe $ACDEFGH$; & que celui de l'autre branche ϕT , aussi commencé en ϕ ou en E vers H , décrira de même l'autre arc $EFGH$ de cette autre courbe $ACDEFGH$ résultante de ce double développement, soit qu'elle soit décrite (*gener.*) par le point ϕ commun aux deux branches développées ϕV , ϕT , comme dans la Figure 7. ou qu'elle le soit (*Schol du Th. 6.*) par l'extrémité E d'une droite quelconque $E\phi$ qui les touche toutes deux en ϕ , comme dans la Figure 8. ou même aussi par l'extrémité E d'une telle tangente dans la Figure 7. laquelle tangente $E\phi$ soit infiniment petite dans cette Fig. 7. & finie dans la Fig. 8.

Le Corol. 1. du Th. 2. faisant voir que les arcs $EDCA$, $EFGH$, de la courbe $ACDEFGH$ résultante du double développement (commencé en ϕ) des deux branches de la développée $T\phi V$ rebroussée (*hyp.*) en même sens en ce point ϕ , sont entièrement concaves chacune dans le même sens que l'est chacune de ces branches; il est visible que cette courbe $ACDEFGH$ sera aussi rebroussée en E en même sens que celle-là l'est en ϕ .

Le Corol. 4. du Th. 6. fait voir aussi que le développement des deux branches ϕV , ϕT , de cette développée $T\phi V$, ayant (*hyp.*) commencé en son point de rebroussement ϕ , la courbure de chacune des branches $EDCA$, $EFGH$, de l'autre courbe $ACDEFGH$ résultante de ce double développement, doit toujours aller en diminuant depuis leur origine commune E , jusqu'à leurs termes A , H ; de sorte que la plus grande courbure de chacune sera en E , & la moindre à celui des points A , H , où elle se termine.

XIV. L'extrémité E de la touchante $E\phi$ (finie dans la Fig. 8. & infiniment petite dans la Fig. 7.) commune en ϕ

aux deux branches ϕV , ϕT , de la développée $T\phi V$ rebroussée en même sens en ce point ϕ , ayant décrit (*art. 13.*) par leur développement commencé en ce même point ϕ , les branches $EDCA$, $EFGH$, de la courbe $ACDEFGH$ aussi rebroussée en même sens en E ; il est visible (*gener. & def.*) que cette droite $E\phi$ sera le rayon osculateur (fini dans la Fig. 8. & infiniment petit dans la Fig. 7.) en ce point E de cette courbe $ACDEFGH$ ou de ses branches, & ϕ le centre de leur cercle osculateur commun BEK en ce même point E , fini dans la Figure 8. & infiniment petit dans la Figure 7.

Soit présentement un autre cercle $\mu E\delta CG\epsilon$ décrit par ce point E , d'un centre N pris à volonté, de l'autre côté de ϕ sur le rayon osculateur $E\phi$ prolongé vers L , entre ϕ & R , dont ce point R soit (*Th. 2. Cor. 3. nomb. 2.*) de ce côté-là le terme des centres N (ainsi pris depuis ϕ jusqu'en R sur ϕL) des cercles qui décrits par E , rencontreroient encore ailleurs les branches $EDCA$, $EFGH$, de la courbe $ACDEFGH$. Le Théor. 5. part. 2. fait voir que puisque (*hyp.*) ce point E est l'origine de ces deux branches, & A , H , leurs termes, le cercle $\mu E\delta CG\epsilon$ touchera ces deux mêmes branches $EDCA$, $EFGH$, par dehors en ce même point commun E , sans les couper qu'en deux autres points C , G ; ou il entrera dedans pour n'en plus sortir, & sans les rencontrer ailleurs qu'en ces trois points E , C , G ; de sorte qu'il aura toute sa partie $E\delta C$ au dehors de la branche $EDCA$, & toute sa partie $E\delta CG$ pareillement au dehors de l'autre branche $EFGH$, & tout l'excès de sa circonférence entière sur chacune de ces parties dans chacune de ces branches de la courbe $ACDEFGH$; ce qui lui arrivera toujours (*Th. 5. part. 2.*) en quelque point de $R\phi$ (depuis R jusqu'en ϕ) que soit son centre N . Donc lorsque son centre N sera infiniment près de ϕ , ce cercle $\mu E\delta CG\epsilon$ ainsi confondu avec l'osculateur BEK (fini dans la Fig. 8. & infiniment petit dans la Figure 7.) ayant alors son arc $E\delta CG$ réduit à un

infiniment petit par la confusion de ses deux points C, G , en un infiniment proche de E , touchera encore par dehors les branches $EDCA, EFGH$, de la courbe $ACDEFGH$ en cet élément commun à lui & à elles, suivant lequel elles se touchent aussi mutuellement; après quoi ce cercle $\mu EdCG$ ainsi changé en l'osculateur BEK , coupera encore aussi chacune de ces branches à l'extrémité de cet élément commun, du côté de leurs termes A, H , en entrant dedans de ce côté-là, pour y rester tout entier, à la particule infiniment petite près, dont il les touchera par dehors en leur origine commune E : il coupera, dis-je, chacune de ces deux branches $EDCA, EFGH$, à l'extrémité de cette particule, infiniment près de E du côté de leurs termes A, H , sans les rencontrer ailleurs, & sous des angles si petits, qu'aucun autre cercle ne pourra jamais passer (*Th. 6. Corol. 1.*) entre lui & elles. D'où l'on voit qu'outre le précédent attouchement extérieur à ces deux branches, fait avec elles par ce cercle osculateur BEK , sur la particule infiniment petite en E , où elles se touchent aussi mutuellement, il en aura immédiatement après avec elles un intérieur, commun du côté de leurs termes A, H : donc ce cercle BEK osculateur en E de la courbe $ACDEFGH$ rebrouillée (*art. 13.*) en même sens en ce point E , y aura avec elle deux attouchements contigus équivalents à quatre, & communs chacun aux deux branches $EDCA, EFGH$, de cette courbe, un en dehors, en E , & l'autre, immédiatement après, en dedans, vers A, H , chacun de chaque côté d'une coupe commune équivalente aux deux C, G , confondues en celle-là, lorsque le cercle $\mu EdCG$ est en l'osculateur BEK en E ; l'attouchement extérieur de la branche $EFGH$ avec ce cercle osculateur, se fait, pour ainsi dire, par la médiation de l'élément en E , de l'autre branche $EDCA$; & l'intérieur de celle-ci se fait par la médiation de l'élément suivant de la première, du côté de A, H .

Fig. 9. XV. Si l'on veut présentement que les branches $A\phi, H\phi$,
de la

de la courbe $A\phi H$, rebrouffée encore en même sens en ϕ , soient de longueurs égales, & qu'elles commencent à se développer par leurs extrémités A, H , desquelles elles décrivent ainsi ensemble la courbe $ACDEFGH$; sçavoir, la branche $A\phi$, l'arc $ACDE$, en se développant de A vers E , jusqu'à la tangente $E\phi$ en ϕ ; & l'autre branche $H\phi$, l'arc $HGFE$, en se développant pareillement de H vers E jusqu'au même point E de la même $E\phi$, tangente aussi de cette autre branche en ϕ : on trouvera encore ici dans la Fig. 9. comme dans les Fig. 7. 8. art. 13.

1.^o Que la courbe $ACDEFGH$ sera ici, comme là, rebrouffée en même sens en E , ainsi que sa développée $A\phi H$ l'est (*hyp.*) en ϕ , & en même sens qu'elle.

2.^o Qu'au contraire de ce qu'on a vû dans l'art. 13. la courbûre de chacune des branches $ACDE, HGFE$, de cette courbe $ACDEFGH$, ira toujours en diminuant depuis chacune de leurs origines A, H , jusqu'à leur terme commun E , auquel cette courbe se rebrouffe en ces deux branches concaves en même sens; de sorte que la moindre courbûre de chacune d'elles, sera en E , & la plus grande, à celle des origines A, H , où elle commence.

XVI. L'extrémité E de la touchante $E\phi$, commune en ϕ aux deux branches $A\phi, H\phi$, de la développée $A\phi H$ rebrouffée en même sens en ϕ , ayant décrit (art. 15.) par leur développement commencé en A, H , les branches $ACDE, HGFE$, de la courbe $ACDEFGH$ pareillement rebrouffée en même sens en E ; il est visible (*gener. & def.*) que cette droite $E\phi$ est le rayon osculateur en ce point E , de cette courbe $ACDEFGH$ ou de ses branches, & ϕ le centre de leur cercle osculateur commun BEK , en ce même point E .

Soit présentement un autre cercle $\mu E\delta CG$; décrit par ce point E , d'un centre M pris à volonté sur le rayon osculateur $E\phi$, entre ϕ & P , dont ce point P soit (*Th. 2. Corol. 3. nomb. 1.*) le terme des centres M (ainsi pris depuis P jusqu'en ϕ sur $P\phi$) des cercles qui décris par E ,

Mem. 1713.

S

rencontreroient encore ailleurs les branches $ACDE$, $HGFE$, de la courbe $ACDEFGH$; le Th. 5. part. 1. fait voir que puisque (*hyp.*) A , H , sont les origines de ces deux branches, & E leur terme commun, le cercle $\mu E\delta CG$ touchera ces deux mêmes branches $ACDE$, $HGFE$, par dedans en ce même point E , sans les rencontrer ailleurs qu'en C , G , ou il les coupera en sortant d'elles, pour n'y plus rentrer; de sorte qu'il aura toute sa partie $E\delta C$ dans la branche $ACDE$, & toute sa partie $E\delta CG$ dans l'autre branche $HGFE$, & tout l'excès de sa circonférence entière sur chacune de ces parties, au dehors de chacune de ces branches de la courbe $ACDEFGH$; ce qui lui arrivera toujours (*Th. 5. part. 1.*) en quelque point de $P\phi$ (depuis P jusqu'en ϕ) que soit son centre M . Donc lorsque son centre M sera infiniment près de ϕ , ce cercle $\mu E\delta CG$ ainsi confondu avec l'osculateur BEK , ayant alors son arc $E\delta CG$ réduit à un infiniment petit, par la confusion de ses deux points C , G , en un infiniment proche de E , touchera encore par dedans les branches $ACDE$, $HGFE$, de la courbe $ACDEFGH$, en cet élément commun à lui & à elles, suivant lequel elles se touchent aussi mutuellement; immédiatement après quoi ce cercle $\mu E\delta CG$ ainsi changé en l'osculateur BEK , coupera encore aussi chacune de ces branches à l'extrémité de cet élément commun, du côté de leurs origines A , H , en sortant hors d'elles de ce côté-là, pour n'y plus rentrer, & pour rester hors d'elles tout entier, à la particule infiniment petite près, dont il les touchera par dedans en leur terme commun E : il coupera, dis-je, chacune de ces deux branches $ACDE$, $HGFE$, à l'extrémité de cette particule, infiniment près de E , du côté de leurs origines A , H , sans les rencontrer ailleurs, & sous des angles si petits, qu'aucun autre cercle ne pourra jamais passer (*Th. 6. Corol. 1.*) entre lui & elles. D'où l'on voit qu'outre le précédent attouchement intérieur à ces deux branches $ACDE$, $HGFE$, fait avec elles par ce cercle osculateur BEK , il en aura encore

immédiatement après avec elles un extérieur, commun du côté de leurs origines A, H . Donc ce cercle BEK osculateur en E de la courbe $ACDEFGH$ rebroussée (*art. 15. nomb. 1.*) en même sens en ce point E , y aura avec elle deux attouchements contigus, équivalents à quatre, & communs chacun aux deux branches $ACDE, HGFE$, de cette courbe; un de chaque côté d'une coupe commune équivalente aux deux C, G , confondus en celle-là, lorsque le cercle $\mu E \delta CG$ l'est en l'osculateur BEK en E : l'attouchement intérieur de la branche $HGFE$ avec ce cercle osculateur, se fera par la médiation de l'élément en E de l'autre branche $ACDE$, & l'extérieur de celle-ci, par la médiation de l'élément suivant de la première vers A, H .

XVII. Pour trouver présentement combien le cercle BEK osculateur en E de la courbe $ACDEFGH$ rebroussée en ce point E , dans les art. 13. 14. 15. 16. Figures 7. 8. 9. exige de racines égales en ce point E , terme commun des branches $ACDE, HGFE$, de cette courbe, pour la détermination totale de son rayon $E\phi$; voyons ce que la détermination de la position de ce rayon osculateur en ce même point E , en exige, & ensuite ce que la détermination de la longueur de ce même rayon $E\phi$, en exige aussi. Pour cela :

1.^o Imaginons la perpendiculaire EL ou $E\phi$ à déterminer sur une courbe rebroussée quelconque $ADEFH$ en son point de rebroussement E ; & hors cette perpendiculaire, un point O du côté de A, H , sur le plan de cette courbe; duquel point O , comme centre, soit décrit par E ; le cercle $\beta E \lambda D \pi$ qui rencontre de plus en D, F , les branches EDA, EFH , de cette courbe $ADEFH$. Imaginons ensuite qu'une des sections ou points D, F , par exemple le point D , auquel la branche EDA est coupée par le cercle $\beta E \lambda D \pi$, avance le long de cette branche jusqu'en E ; on verra non seulement le point F , auquel l'autre branche EFH est coupée par ce cercle, avancer aussi pour lors jusqu'en ce point E ; mais

Fig. 7. 8. 9.

Fig. 10. 11. 12.

encore, comme dans le Corol. 3. du Th. 5. le centre O de ce même cercle, avancer jusqu'en ω sur la perpendiculaire EL ou $E\phi$, le long, par exemple, de l'arc $O\omega$ d'un pareil cercle décrit du centre E par O : donc la détermination de ce point ω de cette perpendiculaire EL ou $E\phi$, & conséquemment aussi celle de cette perpendiculaire elle-même, dont l'on n'auroit d'abord que le point donné E , dépendant ainsi de la confusion sur elle, des trois rayons DO , FO , EO , en un $E\omega$ du cercle $\beta E\delta D\pi$ devenu de cette manière touchant en ce point E des branches EDA , EFH , de coupant qu'il en étoit, doit lui exiger trois racines égales en ce même point E , au lieu de deux seulement qu'il lui faudroit (Th. 5. Corol. 4.) pour déterminer la position d'une telle perpendiculaire en tout autre point de ces branches, ou à un point quelconque d'une seule concavité en ce point.

On verra ci-après, dans les articles 27. 31. qu'au point de contour ou d'inflexion d'une courbe contournée quelconque, chaque cercle déterminateur de la perpendiculaire en ce point, n'y exigeroit non plus en cette qualité, que deux racines égales.

Fig. 7. 8. 9.
10. 11.

2.^o La position de la perpendiculaire EL , ou du rayon osculateur $E\phi$ au point E de rebroussement en même sens de la courbe $ADEFH$, étant ainsi trouvée (nomb. 1.) par le moyen de trois racines égales dans les Fig. 10. 11. il s'agit présentement de trouver combien la détermination de la longueur de ce rayon osculateur $E\phi$, en exige aussi d'égales; & enfin combien il en exige d'égales en tout, pour sa détermination totale. Pour cela, après avoir conçu que tout ce qu'on voit marqué de lettres semblables dans les Fig. 7. 8. 9. 10. 11. est le même dans celles qui les ont; imaginons que le point ω passé en N dans les Fig. 7. 8. 10. & en M dans les Fig. 9. 11. on verra le cercle $\beta E\lambda D\pi$ des Fig. 10. 11. de touchant que le passage de son centre O en ω l'avoit rendu (nomb. 1.) au point E de la courbe $ADEFH$, redevenir (Th. 5.) coupant en C , G , de la même courbe, tel que $\mu E\delta CG$ dans les Fig. 7. 8. 9. avec deux nouveaux

rayons NC, NG , dans les Fig. 7. 8. & MC, MG , dans la Fig. 9. adjoints par ces coupes à $E\omega$, ici devenu EN dans les Fig. 7. 8. & EM dans la Fig. 9. équivalent (*nomb. 1.*) dans chacune de ces trois Fig. 7. 8. 9. à trois rayons égaux; de sorte que le passage de N, M , en ϕ , termine (*gener. & def.*) du rayon osculateur $E\phi$, (lequel passage rend ce triple rayon EN , dans les Fig. 7. 8. & EM , dans la Fig. 9. égal à cet osculateur $E\phi$) confondant encore (*art. 14. 16.*) ces deux autres rayons NC, NG , dans les Fig. 7. 8. & MC, MG , dans la Fig. 9. avec celui-là, en changeant ainsi ce cercle $\mu E\delta CG$ en l'osculateur BEK ; le rayon $E\phi$ de ce cercle osculateur équivaldra à cinq rayons confondus ici en un, desquels trois qui étoient DO, FO, EO , dans les Fig. 10. 11. confondus en un $E\omega$, devenu ici égal à $E\phi$, déterminent (*nomb. 1.*) la position de ce rayon osculateur $E\phi$; & ce triple rayon avec les deux autres CN, GN , des Fig. 7. 8. & CM, GM , de la Figure 9. pareillement ici confondus en $E\phi$, par le passage de N, M , en ϕ , détermine la longueur de ce rayon osculateur $E\phi$: d'où l'on voit que la détermination totale de ce rayon en exigeant trois confondus en un dans le *nomb. 1.* pour la détermination de sa position, & trois ici pour celle de sa longueur; desquels rayons, pris ainsi trois à trois, celui qui a toujours passé par E , sert aux deux usages: cette détermination totale du rayon osculateur $E\phi$, n'en exige ni plus ni moins que cinq confondus ensemble. Donc la détermination totale de ce rayon osculateur $E\phi$ au point E de rebroussement en même sens de la courbe $ACDEFGH$ des Fig. 7. 8. 9. n'exige pareillement ni plus ni moins que cinq racines égales dans le cercle osculateur BEK .

XVIII. Si l'on veut présentement que les branches ϕT , ϕV , de la courbe $T\phi V$ rebrousée encore en même sens en ϕ , où elle soit touchée par ϕL , commencent à se développer par ailleurs qu'à leurs extrémités, par exemple, aux points A, H , de part & d'autre, ayant $A\phi = H\phi$; il en

Fig. 13.

réultera une autre courbe $BAEHC$, qui aura quatre convexités ou concavités différentes, tournées en même sens deux à deux, & aussi deux à deux en sens contraire, avec trois rebroussements en A, E, H , dont les deux extrêmes en A, H , feront chacun en sens contraires, & celui du milieu H , en même sens; ainsi cette nouvelle courbe $BAEHC$ aura à la fois toutes les propriétés marquées dans les art. 2. 3. 4. 5. 15. 16. 17. En effet,

1.^o L'art. 2. fait voir que du développement des deux arcs $AT, A\phi$, de la branche ϕT , commencé en A jusqu'en T, ϕ , il réultera une portion BAE de courbe, laquelle portion sera rebrousée en sens contraire en A , & terminée en E à la tangente ϕL , commune en ϕ aux deux branches $\phi AT, \phi HV$, de la développée $T\phi V$ rebrousée (*hyp.*) en même sens en ce point ϕ ; & d'un semblable développement des deux arcs $H\phi, HV$, de l'autre branche ϕV de la même développée, commencé en H jusqu'en ϕ, V , il réultera de même une autre portion $EH C$ de cette autre courbe résultante d'un tel développement de celle-ci; laquelle portion sera aussi rebrousée en sens contraire en H , & terminée aussi à la même tangente ϕE , commune en ϕ aux deux branches développées $\phi AT, \phi HV$, de la courbe $T\phi V$ rebrousée (*hyp.*) en même sens en ce point ϕ .

2.^o L'art. 15. fait voir, suivant l'égalité supposée des arcs $A\phi, H\phi$, que les résultants AE, HE , de leur développement commencé en A, H , jusqu'en ϕ , formeront la portion AEH de courbe rebrousée en même sens en E ; & qu'ainsi les portions BAE, CHE , tracées dans le nomb. 1. composeront ensemble une courbe $BAEHC$ de quatre convexités ou concavités tournées en même sens deux à deux, & aussi deux à deux en sens contraire, avec trois rebroussements en A, E, H , dont les deux extrêmes en A, H , feront chacun en sens contraire, & celui du milieu en E , en même sens; lesquels trois rebroussements différents, sont alternativement posés entre les quatre convexités ou concavités différentes.

3.^o Les articles 2. 3. 4. 5. font voir que les deux portions *BAE*, *CHE*, de la courbe *BAEHC*, auront toutes les propriétés marquées dans ces quatre articles; & les articles 15. 16. 17. font pareillement voir que la portion *AEH* aura aussi toutes les propriétés marquées dans ces trois autres articles. On verra assés dans ces sept articles, que toutes ces propriétés conviennent à la courbe triplement rebroussée *BAEHC* dont il s'agit ici, sans qu'il soit besoin que je m'arrête à les y détailler. Je passe donc au développement des courbes contournées ou de concavités contraires de part & d'autre d'un point d'inflexion.

§. I V.

Du Développement des Courbes contournées, commencé en celui de leurs points qu'on voudra.

XIX. Soit la courbe contournée *AMφNT*, dont ϕ soit le point de contour ou d'inflexion, & laquelle commence à se développer en *A* jusqu'en *T*. Il est visible (*gener.*) que sa partie toute concave *AMφ*, en se développant de *A* vers *E* jusqu'en ϕE , tangente commune de cet arc & de l'autre ϕNT , au point d'inflexion ϕ de la courbe *AMφNT* qu'ils composent ensemble, décrira de son extrémité *A*, l'arc *ADE*; après quoi cette courbe continuant à se développer depuis son point ϕ d'inflexion jusqu'en *T*, son autre partie convexe ϕNT obligeant son extrémité *A* arrivée en *E* sur ϕE , de retourner en arrière de *E* vers *H*, jusqu'à sa tangente *HT*, lui fait décrire de cette extrémité *A*, l'arc *EFH*, depuis *E* jusqu'à sa tangente *HT* en son autre extrémité *T*. D'où il suit,

Fig. 14.

1.^o Que cette courbe *AMφNT* contournée en ϕ , se développant ainsi de *A* jusqu'en *T*, décrira de son extrémité *A* une autre courbe *ADEFH*, laquelle sera rebroussée en *E*, puisque l'une & l'autre de ses deux branches *EDA*, *EFH*, est (*Th. 5. Corol. 2.*) perpendiculaire en *E* à la droite *Eφ*.

tangente commune (*hyp.*) en ϕ des deux arcs $AM\phi$, ϕNT , du développement desquels (commencé en A) ces deux branches résultent; & que conséquemment ces deux mêmes branches EDA , EFH , de la courbe $ADEFH$, se touchent en E .

2.^o Que ces deux branches EDA , EFH , sont concaves du côté de la développée $AM\phi NT$, & conséquemment en même sens, puisque (*Th. 2. Corol. 1.*) elles le sont du côté des arcs $AM\phi$, ϕNT , du développement desquels elles résultent; & conséquemment aussi la courbe $ADEFH$ est non-seulement (*nomb. 1.*) rebroussée en E , mais encore rebroussée en même sens.

3.^o Que les courbûres des branches ADE , EFH , de cette courbe $ADEFH$, vont toujours (*Th. 6. Corol. 4.*) en diminuant depuis leurs origines A , E , jusqu'à leurs termes E , H , c'est-à-dire, depuis A jusqu'en E , pour la branche ADE , & depuis E jusqu'en H , pour l'autre branche EFH ; de sorte que la plus grande courbûre de la première ADE de ces deux branches, sera en son origine A , la moindre en son terme E ; & la plus grande courbûre de la seconde branche EFH en son origine E , la moindre en son terme H .

4.^o Que la branche ADE doit être toute entière dans l'autre branche EFH , car si de quelque point arbitraire D de la première ADE de ces deux branches, on imagine la droite $D\phi$ avec une tangente DN de l'arc ϕNT , du développement duquel résulte l'autre branche EFH , laquelle soit rencontrée en quelque point F par cette tangente ND prolongée de ce côté-là; l'on aura (*Théor. 1.*) $D\phi < E\phi$; & conséquemment $D\phi + \phi N < E\phi + \phi N$ (*Lem.*) $= AM\phi N$ (*Lem.*) $= FN$. Cependant $DN < D\phi + \phi N$. Donc à plus forte raison $DN < FN$; & par conséquent le point D de la branche EDA est au dedans de l'autre branche EFH ; & ainsi de tous les autres points de la première EDA de ces deux branches, depuis A jusqu'au point E qui (*nomb. 1.*) leur est commun. Donc cette branche EDA
de la

de la courbe $ADEFH$, doit être toute entière dans l'autre branche EFH de cette même courbe résultante du développement commencé en A jusqu'au point T de la courbe $AM\phi NT$ contournée en ϕ .

XX. Présentement si par deux points quelconques D, F , des branches EDA, EFH , de la courbe $ADEFH$ rebroussée (art. 19. nomb. 1. 2.) en même sens au point E , on imagine deux cercles IDC, LFG , lesquels ayent pour rayons les droites DM, FN , qui touchent en M, N , les arcs $AM\phi, \phi NT$, de la développée $AM\phi NT$ contournée (*hyp.*) en ϕ , & pour centres ces points M, N , d'attouchement; ces deux cercles (*gener. & def.*) osculateurs des deux branches ADE, EFH , de la courbe $ADEFH$ en D, F , couperont (*Th. 6.*) comme l'on voit ici, chacun chacune de ces branches en chacun de ces points, non-seulement sans la rencontrer ailleurs, & sous des angles si petits, qu'aucun autre cercle ne pourra jamais passer (*Th. 6. Corol. 1.*) par ces angles, entre chacun de ces deux cercles-là & la branche qu'il aura ainsi coupée; mais encore (à cause des origines opposées A, E , de ces branches ADE, EFH ,) en sortant vers C, L , de leur angle curviligne DEF , & en demeurant dans cet angle du côté de I, G ; de sorte que (*Th. 6. Corol. 2. 3.*) ces deux cercles IDC, LFG , auront en D, F , chacun deux attouchements à la fois avec chacune des deux branches ADE, EFH , chacun avec celle qu'il y coupe, sçavoir, le cercle IDC , un attouchement en dedans vers C , & un en dehors vers I , de part & d'autre du point D , avec la branche ADE qu'il y coupe; & l'autre cercle LFG , un attouchement en dedans vers G , & un en dehors vers L , de part & d'autre du point F , avec l'autre branche EFH qu'il y coupe aussi.

Donc tout cela continuant ainsi (*Th. 6. Corol. 2. 3.*) tant que ces deux cercles IDC, LFG , seront osculateurs de ces deux branches ADE, EFH , de la courbe $ADEFH$; si l'on conçoit que leurs deux points D, F , d'osculation

s'approchent infiniment près de celui de rebroussement E de cette courbe, & conséquemment aussi leurs rayons osculateurs DM, FN , infiniment près de la droite $E\phi$, tangente (*hyp.*) de la développée $AM\phi NT$ en son point d'inflexion ϕ , qui répond (*art. 19.*) à ce point E de rebroussement de l'autre courbe $ADEFH$ résultante (*art. 19.*) du développement de celle-là, commencé en A jusqu'en T ; ces deux cercles osculateurs IDC, LFG , qui alors de centres M, N , infiniment voisins de ϕ , & par des points D, F , infiniment voisins de E , s'y doivent unir en un, y doivent encore couper & toucher de deux attouchements chacun, chacune des branches ADE, EFH , dont il est osculateur, comme ils faisoient en D, F , avant cette union; c'est-à-dire, couper ici ces branches du côté de A, H , à l'extrémité de leur élément commun en E , qu'ils doivent ainsi toucher ensemble de part & d'autre, comme en l'embrassant ou en le pinçant, pour ainsi dire, entr'eux, après avoir touché de l'autre côté chacun dans l'angle curviligne DEF que ces deux branches font entr'elles, l'élément immédiatement précédent de chacune où elles commencent à se séparer l'une de l'autre pour former cet angle; de sorte que le cercle osculateur BEK décrit du centre ϕ par E , auquel ces deux IDC, LFG , se réduisent enfin là par leur union, s'y trouve comme d'une double circonférence, qui résultante du concours de celles de ces deux autres cercles unis en lui, le rend capable de ces quatre attouchements à la fois avec les deux branches ADE, EFH , c'est-à-dire, de deux (un intérieur & l'autre extérieur) avec chacune, de part & d'autre d'une coupe commune de lui avec elles, faite du côté de A, H , à l'extrémité de leur élément commun en E , & sans (*Th. 6. Corol. 1.*) qu'aucun autre cercle puisse passer de même par cet angle entre ces deux branches, soit qu'il les rencontre ou non, ailleurs qu'en E .

Fig. 7. 8. 9. XX I. Il est ici à remarquer que quoique les courbes
 34. $ADEFH$ des Fig. 7. 8. 9. 14. rebroussées (*art. 13. 15. 19.*)

chacune en même sens en E , paroissent l'être de la même manière, leur cercle osculateur BEK en ce point E de rebroussement en même sens, ne les y touche (*art. 14. 16. 20.*) pourtant pas de même, & qu'il passe (*art. 14. 16.*) tout d'un côté des branches EDA , EFH , de celle des Fig. 7. 8. 9. sans qu'il en puisse (*Th. 6. Corol. 1.*) passer absolument aucun entr'elles par leur angle DEF , au lieu que le cercle BEK osculateur au point E de rebroussement en même sens aussi de la courbe $ADEFH$ de la Fig. 14. passe (*art. 20.*) entre les branches ADE , EFH , de cette courbe, par l'angle DEF qu'elles font entr'elles: ce qui fait voir que quoique dans chacune de ces courbes $ADEFH$ rebroussées en même sens chacune en E , leurs branches ADE , EFH , s'y touchent dans toutes les Fig. 7. 8. 9. 14. l'angle DEF de contingence que ces branches font entre elles, est plus grand dans la Fig. 14. que dans les trois autres Fig. 7. 8. 9. La raison en est que ces branches ayant (*hyp.*) toutes deux en E leurs origines dans les Fig. 7. 8. & leur terme dans la Figure 9. leurs plus grandes courbûres sont (*art. 13. 15.*) en ce point E dans les Fig. 7. 8. & leur moindre en E dans la Fig. 9. au lieu que dans la Fig. 14. n'y ayant (*hyp.*) qu'une (EFH) de ces branches qui ait son origine en E , & l'autre (ADE) y ayant son terme, la plus grande courbûre de la première EFH de ces branches y est (*art. 19.*) accompagnée de la moindre courbûre de la seconde ADE ; ce qui fait que ces deux branches concaves (*art. 13. 15. 19.*) en même sens, s'écartent moins l'une de l'autre au sortir de ce point E , dans les Fig. 7. 8. 9. que dans la Fig. 14. & ce qui rend ainsi leur angle de contingence plus grand ici que là.

XXII. Quant aux racines égales qu'exige dans les Figures 14. 15. des art. 19. 20. le cercle BEK osculateur au point E de rebroussement de la courbe $ADEFH$, la même dans les deux, pour la détermination totale de son rayon $E\phi$, c'est-à-dire, pour la détermination de la position

Fig. 14. 15.

& de la longueur de ce rayon osculateur $E\phi$ en ce point de rebroussement E .

Fig. 10. 11. 15. 1.^o Le nomb. 1. de l'art. 17. fait voir dans les Fig. 10. 11. 15.

que la position de ce rayon osculateur $E\phi$ perpendiculaire (*Th. 5. Corol. 2.*) à la fois à l'une & à l'autre des branches ADE , EFH , de la courbe $ADEFH$ de la Fig. 15.

Fig. 15. en son point de rebroussement E , y exige trois racines égales dans le cercle déterminant, tel qu'est ici $\beta E \lambda FD \pi$ décrit par E d'un centre O pris tel dans le triangle mixtiligne $A\phi E$ que ce cercle rencontre de plus en quelque'autre point D la branche ADE de cette courbe $ADEFH$; puisque ce cercle $\beta E \lambda FD \pi$ coupant en E l'osculateur BEK avec l'autre branche EFH que cet osculateur y touche (*article 20.*) aussi bien que celle-là, ce nouveau cercle $\beta E \lambda FD \pi$ coupera de plus cette autre branche EFH en quelque'autre point F , entre E & D ; & conséquemment il coupera ainsi la courbe $ADEFH$ en trois points D , E , F , qui unis en E , feront passer (*art. 17. nomb. 1.*) son centre O en ω sur $E\phi$ perpendiculaire (*Théor. 5. Corol. 2.*) à l'une & à l'autre des branches ADE , EFH , de cette courbe $ADEFH$, & qui déterminant ainsi ce point ω par le concours de ses trois rayons DO , FO , EO , en un $E\omega$ sur cette perpendiculaire $E\phi$, au point E de rebroussement de cette courbe $ADEFH$, détermine aussi la position de cette même perpendiculaire ou rayon osculateur $E\phi$, par le moyen de trois racines égales (*article 17. nombre 1.*) en ce point de rebroussement en même sens de cette même courbe $ADEFH$.

Il est vrai qu'aucun autre cercle $\mu E \varepsilon F \nu$ décrit par E du centre δ pris hors l'angle mixte $A\phi E$, lequel coupât encore en quelque'autre point F , la branche EFH de la courbe $ADEFH$, ne couperoit pas de même ailleurs, par exemple, en D , son autre branche ADE ; puisque (*Th. 1. Corol. 8.*) la droite δD seroit moindre que δE , & que par conséquent le passage de F en E , qui faisant ainsi passer (*Th. 5. Corol. 3.*) sur $E\phi$ prolongée vers L ,

le centre δ de ce cercle $\mu E \varepsilon F \nu$, détermineroit la position de cette perpendiculaire $E\phi$ au point E de la branche EFH , par le moyen (*Th. 5. Corol. 4.*) de deux racines égales; mais ne le faisant que comme il le feroit en F , par le passage de E en F , sans aucun rapport à la branche ADE , ne détermine point cette perpendiculaire $E\phi$, comme devant l'être aussi à cette autre branche ADE , ni conséquemment comme devant l'être au concours de ces deux branches, ou au point de rebroussement de la courbe $ADEFH$ qu'elles composent: au contraire, la détermination de la position qui se fait de cette perpendiculaire, par le concours précédent des trois rayons DO, FO, EO , du cercle $\beta E \lambda FD \pi$ en un, ne pouvant se faire qu'en ce point E de rebroussement de la courbe $ADEFH$, la position de la perpendiculaire que ce concours y détermine (*art. 17. nomb. 1.*) par le passage en ω qui en résulte du centre O de ce cercle sur cette perpendiculaire, la détermine, comme devant l'être en ce point E de rebroussement; & conséquemment (*Th. 5. Corol. 2.*) comme devant être $E\phi$ ou EL , & non aucune autre: donc cette détermination de la position de cette perpendiculaire ou rayon osculateur $E\phi$ propre à ce point de rebroussement E de la courbe $ADEFH$, y exige l'union & le concours de ces trois rayons DO, FO, EO , en un, & conséquemment trois racines égales en ce point E , dans leur cercle $\beta E \lambda FD \pi$, ainsi qu'on le vient de voir, conformément au nomb. 1. de l'art. 17.

2.^o Le passage du centre O du cercle $\beta E \lambda FD \pi$ en ω sur $E\phi$, ayant rendu ce cercle en aEb touchant en E de la courbe $ADEFH$ & de son cercle osculateur BEK , de coupant qu'il en étoit: si l'on imagine le centre ω de ce cercle $\beta E \lambda FD \pi$ ainsi devenu aEb , en mouvement de E vers ϕ sur $E\phi$, sans que ce cercle cesse de passer par E , & le point P déterminé sur $E\phi$, comme dans le nomb. 1. du Corol. 3. du Th. 2. ce même nomb. 1. fera voir ce même cercle redevenir coupant $E\delta Dd$ en quelque point D de

Fig. 16.

la branche ADE (sans la rencontrer ailleurs qu'en D, E), lorsque son centre ω sera en M sur $P\phi$, depuis P jusqu'en ϕ , & que les deux rayons DM, EM , s'uniront ensemble en $E\phi$, par l'arrivée de son centre M en ϕ ; ce qui déterminera la longueur de ce rayon osculateur $E\phi$, par le moyen de deux racines égales, & non de davantage, puisqu'en quelque point de $E\phi$ que se trouve le centre ω ou M de ce cercle, ce même cercle ne sçauroit rencontrer la branche ADE (*Th. 2. Corol. 3. nomb. 1. & Th. 5.*) tout au plus qu'en deux points, & jamais qu'en E , l'autre branche EFH , qui étant (*art. 20.*) toute au dehors du cercle osculateur BEK , doit être aussi tout au dehors de tout autre cercle décrit par E d'un centre pris depuis E jusqu'en ϕ , sur le rayon $E\phi$ de cet osculateur BEK .

3.^o Puisque la détermination de la position du rayon osculateur $E\phi$ perpendiculaire (*Th. 5. Corol. 2.*) au point de rebroussement E de la courbe $ADEFH$ rebroussee en même sens, exige (*nomb. 1.*) trois racines égales dans le cercle déterminant $\beta E \lambda F D \pi$, changé de coupant en touchant à Eb , par le passage de son centre O en ω , & que la détermination de la longueur de ce rayon $E\phi$, en exige encore (*nomb. 2.*) deux égales à celles-là, dans le même cercle changé en l'osculateur BEK , par le passage de son centre ω en ϕ ; il semble d'abord que la détermination totale de ce rayon osculateur $E\phi$, exige ici cinq racines égales, comme dans l'art. 17. nomb. 2. mais dès qu'on fait réflexion que le même rayon EO a aidé à déterminer (*nomb. 1.*) la position de cet osculateur $E\phi$, en passant en $E\omega$, & à déterminer (*nomb. 2.*) la longueur de ce même rayon osculateur, en devenant $E\phi$; on voit que pour ces deux usages, ce rayon EO ainsi changé en $E\omega$, & ensuite en $E\phi$, n'a exigé qu'une même racine, qui comptée deux fois (*nomb. 1. 2.*) pour expliquer ces deux usages, en fait paroître ici d'abord cinq au lieu de quatre auxquelles se réduisent ainsi ces cinq-là: donc la détermination totale du rayon osculateur $E\phi$ de

la courbe $ADEFH$, en son point E de rebroussement en même sens, n'exige ici que quatre racines égales, au lieu de cinq qu'elle exigeoit en ce point dans l'art 17. nomb. 2. pour la courbe $ACDEFGH$ des Fig. 7. 8. 9. qui y paroît semblablement rebroussée.

On trouvera de même par le moyen de l'art. 17. nomb. 1. Fig. 1. 12. que la $R\phi S$ rebroussée en sens contraire en ϕ dans la Fig. 1. n'y exige que quatre racines égales infiniment petites, pour la détermination totale de chacun de ses rayons osculateurs opposés en ligne droite (art. 2. nomb. 2.) & infiniment petits de part & d'autre en ce point ϕ , quoique les trois racines égales requises (art. 17. nomb. 1.) pour la détermination de la position de chacun de ces deux rayons osculateurs infiniment petits, puissent être finies quelconques.

XXIII. Voilà dans cet article 22. comment un cercle Fig. 15. 16. décrit par E d'un centre O pris dans le triangle mixte $A\phi E$, détermine totalement le rayon osculateur $E\phi$, par le passage de ce centre O en ω , & ensuite en ϕ . Quant aux cercles décrits par le même point E de centres pris au dehors de ce triangle, comme en δ dans la Fig. 15. ce même art. 22. nomb. 1. fait voir qu'aucun d'eux ne sçauroit servir à la détermination de la position perpendiculaire en E , du rayon osculateur $E\phi$, par rapport aux deux branches à la fois ADE , EFH , de la courbe $ADEFH$, & qu'il ne détermineroit cette position que par rapport à la seconde EFH de ces deux branches, & en son point E , que comme par-tout ailleurs, sans marquer que ce point E soit un point de rebroussement, ni conséquemment que cette droite $E\phi$ qu'il détermineroit perpendiculaire à cette branche EFH , par le passage de son centre δ sur cette même $E\phi$ prolongée vers L , doive aussi l'être à l'autre branche ADE .

Il est vrai qu'en supposant cette droite $E\phi$ perpendiculaire Fig. 16. à l'une & à l'autre de ces deux branches ADE , EFH , en leur point commun E de rebroussement de la courbe $ADEFH$ qu'elles composent, un cercle $E\mu Gg$ qui décrit

par E , auroit son centre N au dehors de l'angle mixte $A\phi E$, depuis ϕ jusqu'au point R déterminé dans le nomb. 2. du Corol. 3. du Théor. 2. sur ce rayon osculateur $E\phi$ prolongé du côté de L , rencontreroit (*Th. 5. part. 2.*) la branche EFH en deux points E, G , & non en davantage, sans rencontrer ailleurs qu'en E , l'autre branche ADE qui est toute (*art. 20.*) au dedans du cercle osculateur BEK , lequel seroit aussi tout entier au dedans de celui-là; & qu'ainsi l'arrivée de ce centre N en ϕ faisant passer les deux rayons GN, EN , de cet autre cercle $E\mu Gg$ en $E\phi$, détermineroit encore de cette manière la longueur de ce rayon osculateur $E\phi$, par le moyen de deux racines égales; mais ce cercle ne pouvant (*art. 22. nomb. 1.*) en déterminer la position, en quelqueendroit qu'on en imagine le centre au dehors de l'angle mixte $A\phi E$; il ne peut aussi déterminer totalement ce rayon osculateur $E\phi$, comme vient de faire (*art. 22.*) le cercle décrit par E d'un centre O pris dans cet angle.

Fig. 17. XXIV. Si l'on veut que les deux arcs $AM, M\phi T$, de la courbe $AM\phi T$ contournée en ϕ , commencent à se développer en M , sçavoir, son arc MA , de M vers D jusqu'en A ; son arc $M\phi T$, de M vers E jusqu'en son point ϕ d'inflexion ou de contour, & ensuite de E vers H depuis ϕ jusqu'en T .

1.^o L'arc $AM\phi$ de cette courbe étant (*hyp.*) concave d'un seul côté, depuis A jusqu'au point d'inflexion ϕ de cette même courbe, l'art. 2. nomb. 1. fait voir que les deux parties $MA, M\phi$, de cet arc $AM\phi$, en commençant chacune en M à se développer jusqu'en A, ϕ , décriront ensemble par ce double développement, la courbe DME rebroussée en sens contraire en M , dont les branches MD, ME , de convexités opposées, seront terminées aux lignes droites $DA, E\phi$, touchantes en A, ϕ , des arcs $MA, M\phi$, du développement desquels elles résultent.

2.^o L'arc $M\phi T$ de la même courbe $AM\phi T$ contournée en ϕ ,

en ϕ , l'étant aussi en ce même point ϕ , l'art. 19. fait voir que cet arc $M\phi T$ dans son développement commencé en M jusqu'en T , après avoir décrit de son point M , l'arc ME par le développement de sa partie $M\phi$ jusqu'à sa touchante $E\phi$ en son point d'inflexion ϕ , doit décrire aussi de la même extrémité M , ou de l'extrémité E de cette touchante, auquel point se trouve alors le point M , un autre arc EFH , par le développement de sa partie ϕT jusqu'à sa touchante HT , en continuant de se développer ainsi depuis M jusqu'à son point T d'attouchement; & que ces deux arcs ME , EFH , composeront ensemble une courbe $MEFH$ rebroussée en même sens en E , comme dans l'art. 19. résultante du développement commencé en M jusqu'en T , de l'arc entier $M\phi T$ contourné en ϕ .

3.^o Donc (nomb. 1. 2.) la courbe entière $AM\phi T$ contournée (hyp.) en ϕ , en commençant en M à se développer de part & d'autre jusqu'à ses extrémités A , T , décrira la courbe entière $DMEFH$, par le développement simultané de ses arcs MA , $M\phi T$; laquelle courbe $DMEFH$ rebroussée (nomb. 1.) en sens contraire en M , & (nomb. 2.) en même sens en E , aura à la fois deux rebroussements d'espèces différentes.

4.^o Son rebroussement en sens contraire en M , étant le même (nomb. 1.) que dans l'art. 2. la partie DME de cette courbe $DMEFH$ aura toutes les propriétés marquées dans les art. 2. 3. 4. 5. & dans la réflexion qui suit l'art. 2.

5.^o L'autre rebroussement de cette même courbe $DMEFH$, lequel est en même sens en E , étant le même (nomb. 2.) que dans l'art. 19. la partie $MEFH$ de cette courbe ainsi rebroussée en E , aura pareillement toutes les propriétés marquées dans les art. 19. 20. 22. 23.

6.^o Donc (nomb. 4. 5.) cette courbe entière $DMEFH$ aura tout à la fois toutes les propriétés marquées dans les art. 2. 3. 4. 5. 19. 20. 22. 23. sçavoir, celles des art. 2. 3. 4. 5. par rapport à son point de rebroussement M en sens

contraire; & celles des art. 19. 20. 22. 23. par rapport à son point de rebroussement \dot{E} en même sens.

Fig. 1. 14.
15. 16. 17.

Je ne m'arrête point à détailler toutes les propriétés de la courbe DMEFH de la Fig. 17. étant trop aisées à reconnaître dans tous les art. 2. 3. 4. 5. 19. 20. 22. 23. en comparant en mêmes lettres, sa partie DME avec la courbe R ϕ S de la Fig. 1. dans les art. 2. 3. 4. 5. & sa partie MEFH avec la courbe AEFH des Fig. 14. 15. 16. dans les art. 19. 20. 22. 23. c'est-à-dire, en changeant les lettres de la partie DME de la courbe DMEFH de la Fig. 17. en celles de la courbe R ϕ S de la Fig. 1. & M en A dans sa partie MEFH, pour lui donner les mêmes lettres qu'à la courbe AEFH des Fig. 14. 15. 16. Cela fait, on verra, dis-je, tout d'un coup dans les art. 2. 3. 4. 5. 19. 20. 22. 23. que les propriétés qui y sont démontrées convenir les unes à la courbe R ϕ S de la Fig. 1. & les autres à la courbe AEFH des Fig. 14. 15. 16. conviennent toutes à la courbe DMEFH de la présente Fig. 17. par rapport à ce qu'elle a (art. 24. nomb. 1. 2.) de semblable à ces deux-là.

Fig. 18. XXV. Soit enfin le développement de la courbe A ϕ T contournée quelconque en ϕ , commencé de part & d'autre en son point d'inflexion ou de contour ϕ .

1.^o Il est visible que cette extrémité ϕ de chacun des arcs ϕA , ϕT , de cette courbe, décrira ainsi chacun des arcs ϕH , ϕK , d'une autre courbe H ϕ K aussi contournée en ϕ ; puisque chacun de ces deux derniers arcs ϕH , ϕK , sera (Th. 2. Corol. 1.) concave du même côté que celui des deux autres ϕA , ϕT , qui en sera le générateur; & ces deux-ci l'étant (*hyp.*) en sens contraire, les deux autres doivent aussi l'être en sens contraire, & former ainsi ensemble une courbe H ϕ K contournée au même point ϕ que sa développée A ϕ T est supposée l'être.

2.^o Il est visible aussi que les rayons osculateurs en ϕ des deux arcs ϕH , ϕK , de cette courbe H ϕ K, seront (*gener. & def.*) infiniment petits de part & d'autre de ce

point ϕ , en ligne droite perpendiculaire (*Th. 5. Corol. 2.*) à ces deux arcs.

XXVI. Les Corol. 2. 3. du Th. 6. font voir que les deux petits cercles osculateurs de cette courbe $H\phi K$, décrits de ces deux rayons (*art. 15. nomb. 2.*) infiniment petits, en son point d'inflexion ϕ , couperont & toucheront à la fois de deux attouchements contigus chacun en ce point ϕ , chacun des arcs ϕH , ϕK , dont il y sera osculateur : pour le voir, imaginons deux autres cercles IDC , LFG , osculateurs aussi de ces deux arcs en deux autres points quelconques D , F , lesquels cercles ayent (*def.*) pour rayons les tangentes DM , FN , des arcs développés ϕMA , ϕNT , & pour centres les points d'attouchement M , N : le Th. 6. part. 1. fait voir que ces deux nouveaux cercles IDC , LFG , couperont les deux arcs ϕH , ϕK , en D , F , de la manière qu'on voit ici dans la Fig. 18. dans laquelle ϕ est l'origine commune de ces deux arcs, & qu'ils les couperont sous des angles si petits, qu'aucun autre cercle ne pourra jamais passer (*Th. 6. Cor. 1.*) par aucun de ces angles, entre aucun de ces deux cercles-là & celui qu'il coupe des deux arcs ϕH , ϕK , de la courbe $H\phi K$; & conséquemment (*Th. 6. Coroll. 2. 3.*) que chacun de ces deux autres cercles IDC , LFG , aura aussi, nonobstant ces coupes ou intersections, avec chacun de ces deux arcs ϕH , ϕK , chacun avec celui qu'il coupe, deux attouchements contigus de part & d'autre de leur point d'intersection D ou F , un en dehors, du côté de l'origine ϕ de cet arc; & l'autre en dedans, du côté de son terme H ou K .

Concevons présentement que ces deux points D , F , arrivent infiniment près de ϕ , avec les cercles toujours osculateurs IDC , LFG , en avançant ainsi l'un vers l'autre le long des arcs $D\phi$, $F\phi$; & que les fils MD , NF , rayons (*gener. & def.*) de ces cercles, se recouchent ainsi sur les arcs développés $M\phi$, $N\phi$, jusqu'à ce que ces points D , F , soient infiniment près de ϕ , c'est-à-dire, jusqu'à ce que les arcs

ϕF , ϕD , soient devenus infiniment petits; il est visible que chacun de ces cercles IDC , LFG , alors infiniment petits, coupera & touchera encore à la fois (comme ci-dessus en D , F) chacun des arcs ϕDH , ϕFK , en ce point infiniment près de ϕ : ce petit cercle osculateur coupera cet arc en ce point D ou F infiniment voisin de ϕ , en le touchant-là (*Th. 6. Coroll. 2. 3.*) de part & d'autre de cette coupe, en dehors, sur l'élément ϕD ou ϕF , du côté de son origine ϕ , & en dedans, sur son élément suivant, du côté de son terme H ou K ; ce petit cercle osculateur en ϕ d'un des arcs ϕDH , ϕFK , de la courbe $H\phi K$, contournée en ce point ϕ , y trouvant l'autre arc, de cette courbe, d'une convexité opposée à la sienne, l'abandonne-là sans le couper ni le toucher, non plus que s'il n'y étoit pas.

XXVII. Donc ce petit cercle osculateur en ϕ d'un des arcs ϕH , ϕK , de la courbe $H\phi K$ contournée en ce point ϕ , est le même que si cette courbe se terminoit-là, & qu'elle ne consistât qu'en un seul de ces deux arcs, lequel eût son origine en ϕ ; & conséquemment ce cercle osculateur (*article 25. nombre 2.*) infiniment petit, n'y exige (*Th. 5. Corol. 5.*) que trois racines égales infiniment petites, pour la détermination totale de son rayon osculateur; lesquelles trois racines, deux, de sinies quelconques qu'elles étoient pour la détermination de la position de ce rayon, deviennent infiniment petites dans la détermination de sa longueur, qui se trouve, par le moyen d'une d'elles & d'une autre, encore infiniment petite, ce qui en fait en tout trois égales infiniment petites pour la détermination totale de ce rayon en ϕ . Ainsi (*Th. 5. Corol. 5.*) le cercle osculateur d'une courbe contournée $H\phi K$, résultante (*art. 25.*) du développement entier d'une autre contournée quelconque $A\phi T$, commencé en son point de contour ou d'inflexion ϕ , vers ses extrémités A , T , de part & d'autre, n'auroit par-tout que trois racines égales, en quelque point de cette résultante $H\phi K$ qu'il soit osculateur, c'est-à-dire, au point

d'inflexion ϕ de cette courbe, comme en tout autre: toute la différence, c'est qu'en ce point d'inflexion il les auroit infiniment petites, & finies par-tout ailleurs; ces infiniment petites augmentant toujours de part & d'autre depuis ce point d'inflexion ϕ , jusqu'aux extrémités de la courbe contournée $H\phi K$, résultante du développement fait comme ci-dessus (*art. 25.*) d'une autre $A\phi T$ aussi contournée en ϕ , parce que le rayon ou le cercle osculateur d'une telle résultante $H\phi K$ en son point d'inflexion ϕ , y est (*art. 25.*) infiniment petit, & va toujours (*Lem.*) en augmentant de part & d'autre, depuis ce point jusqu'aux extrémités de cette courbe. De ce que les trois racines égales de ce cercle osculateur sont infiniment petites au point d'inflexion ϕ de cette courbe $H\phi K$, & finies par-tout ailleurs, cela servira dans le calcul, à discerner ce point ϕ d'inflexion de tous les autres de cette même courbe $H\phi K$.

XXVIII. Puisque (*art. 25.*) le rayon osculateur en l'origine ϕ de chacun des arcs ϕH , ϕK , de la courbe $H\phi K$ contournée en ce point ϕ , est infiniment petit, & fini par-tout ailleurs, & qu'il va en croissant à mesure que leur point d'osculation s'éloigne de cette origine ϕ ; on voit, conformément au Corol. 4. du Théor. 6. que la courbe de chacun de ces arcs ϕH , ϕK , va toujours, au contraire, en diminuant vers H , K , depuis ce point d'inflexion ϕ de la courbe $H\phi K$ qu'ils composent, ou de celle $A\phi T$ qui la trace (*art. 25.*) par son développement commencé en ce point ϕ ; & qu'ainsi la plus grande courbûre de chacun de ces arcs ϕH , ϕK , est à ce point d'inflexion ϕ de leur courbe $H\phi K$, ou de sa développée $A\phi T$, & la moindre en leurs termes H , K .

Le Corol. 4. du Théor. 6. fait aussi voir, conformément à cela, que si les arcs développés ϕA , ϕT , de la courbe $A\phi T$, étoient des courbûres semblables de part & d'autre de son point d'inflexion, les arcs ϕH , ϕK , résultants du développement de ceux-là, commencé en ce point d'inflexion ϕ ,

seroient aussi des courbûres semblables de part & d'autre de ce même point d'inflexion ϕ de la courbe $H\phi K$ qu'ils composent.

- XXIX. Ce ne sont pas seulement les courbes contournées qui, par leur développement commencé à leur point de contour ou d'inflexion vers leurs extrémités de part & d'autre à la fois, en engendrent aussi de contournées comme
- Fig. 19. ci-dessus, art. 25. car si l'on suppose deux parties détachées, & des convexités opposées d'une même courbe, telles que sont, Figure 19. $HA, K\phi$, lesquelles ayent une même asymptote $A\phi$; par exemple, deux parties $HA, K\phi$, d'hyperboles opposées, dont $A\phi$ soit une des asymptotes; & telles que commençant en H, K , à se développer à l'infini vers $A\phi$, en HE, KE , leurs points H, K , soit que ces points décrivant leur appartiennent, ou à leurs prolongements en tangentes de ce côté-là, se rencontrent à la fin en un même point E de leur asymptote commune $A\phi$; il est visible que ces points H, K , des arcs $HA, K\phi$, décriront ainsi ensemble une courbe HEK contournée en E , laquelle aura (*def.*) les droites infinies $EA, E\phi$, pour rayons osculateurs de ses arcs HE, KE , en son point d'inflexion E , terme (*def.*) de ces deux arcs; lesquels rayons osculateurs $EA, E\phi$, en ligne droite perpendiculaire (*Th. 5. Corol. 2.*) à ces deux arcs, en ce point d'inflexion E de la courbe HEK qu'on y voit ici contournée, seront l'une & l'autre infinis,
- Fig. 18. 19. au lieu que dans la contournée $H\phi K$ en ϕ de la Fig. 18. les deux rayons osculateurs de ses deux arcs $\phi H, \phi K$, en ce point ϕ , y sont (*art. 25.*) infiniment petits; de sorte qu'ils n'y ont de ressemblance avec les deux $EA, E\phi$, de la Fig. 19. dont il s'agit ici, que d'être aussi entr'eux (*art. 25.*) en ligne droite perpendiculaire en ϕ , à chacun de ces deux arcs $\phi H, \phi K$, dans la Fig. 18. quoique la courbe $H\phi K$ que ces deux arcs y composent, paroisse si semblable à la présente HEK de la Fig. 19. qu'il n'y a que leur génération ou le calcul qui les puissent faire discerner l'une de l'autre, par cette

différence de rayons osculateurs en leurs points d'inflexion ϕ , E .

La raison de cette différence infinie du second genre, entre ces deux sortes de rayons osculateurs aux points d'inflexion ϕ , E , de ces deux courbes $H\phi K$, HEK , dans les Fig. 18. 19. vient de celle de leurs développées, dont les arcs développés sont infinis en E , dans la présente Fig. 19. au lieu que dans la Fig. 18. ils étoient (*article 25.*) infiniment petits en ϕ , ces arcs développés étant toujours égaux (*Lem.*) aux rayons osculateurs qui leur répondent : ce qui s'accorde avec ce que M. le Marquis de l'Hôpital a démontré à sa manière (*Annal. des infiniment Petits, page 79.*) de cette différence infiniment infinie des rayons osculateurs aux points d'inflexion ou de contour de différentes courbes contournées.

XXX. Un raisonnement semblable à celui de l'art. 26. Fig. 19. fait voir que les deux cercles infinis, décrits des deux rayons EA , $E\phi$, infinis dans le précédent article 29. Figure 19. osculateurs de la courbe HEK , en son point d'inflexion E , couperont & toucheront à la fois (*Th. 6. Coroll. 2. 3.*) de deux attouchements contigus, chacun en ce point E , celui des arcs EH , EK , duquel il y sera osculateur. Pour le voir, imaginons ici, Fig. 19. comme dans l'art. 26. Fig. 18. deux autres cercles IDC , LFG , osculateurs aussi de ces deux arcs en deux autres points quelconques D , F , lesquels cercles aient (*def.*) pour rayons les tangentes DM , FN , des arcs développés HMA , $KN\phi$, & pour centres les points d'attouchement M , N , le Th. 6. part. 1. fait voir, comme dans l'art. 26. que ces deux nouveaux cercles IDC , LFG , couperont les deux arcs HE , KE , en D , F , de la manière qu'on voit ici, où E est (*def.*) le terme commun de ces deux arcs, & sous des angles si petits, qu'aucun autre cercle ne pourra jamais passer (*Th. 6. Coroll. 1.*) par aucun de ces angles, entre aucun de ces deux cercles-là & celui de ces deux arcs qui en sera coupé; & conséquemment (*Th. 6. Coroll. 2. 3.*) que chacun de ces deux autres cercles IDC ,

LFG , aura aussi, nonobstant ces coupes ou intersections, avec chacun de ces deux arcs HE , KE , chacun avec celui qu'il coupera, deux attouchements contigus de part & d'autre de leur point d'intersection, un en dehors, du côté de son origine H ou K , & l'autre en dedans, du côté de son terme E ; ce qui sera toujours vrai, comme dans l'art. 26. pour chacun de ces arcs HE , KE , dans le mouvement continu de leurs sections D , F , vers leur terme commun E , jusqu'à ce qu'elles soient enfin l'une & l'autre infiniment près de ce point E ; que les arcs DE , FE , en soient devenus infiniment petits, & que les cercles IDC , LFG , osculateurs de ces arcs en ces coupes D , F , soient devenus infiniment grands, par l'égalité qui se trouve alors entre leurs rayons DM , FN , & les infinis EA , $E\phi$, desquels ils sont alors infiniment proche.

Ainsi chacun de ces deux cercles infinis coupera encore chacun des arcs HDE , KFE , en chacun de ces points D , F , pour lors infiniment voisins de E , en touchant (*Th. 6. Coroll. 2. 3.*) cet arc de part & d'autre de cette coupe, en dedans, sur l'élément DE , ou FE , du côté de E , & en dehors, sur l'élément immédiatement suivant, du côté de H ou K ; & ce cercle infini osculateur en E d'un des arcs HDE , KFE , de la courbe HEK contournée (*art. 29.*) en ce point E , y trouvant l'autre arc d'une convexité opposée à la sienne, l'abandonne-là sans l'avoir coupé ni touché, non plus que s'il n'y étoit pas, comme il arrive (*article 26.*) à chaque cercle infiniment petit, osculateur en ϕ de la courbe $H\phi K$ de la Fig. 18. excepté que les attouchements y sont à contre-sens de ceux-ci; ce qui vient (*Th. 6. Coroll. 2. 3.*) de ce que dans la Fig. 18. ϕ est (*art. 25.*) l'origine commune des arcs ϕH , ϕK , & qu'ici, Fig. 19. E est le terme commun des arcs HE , KE .

Fig. 19. XXXI. Puisque (*article 30.*) le cercle osculateur au terme E de chaque arc HE , KE , de la courbe HEK contournée en ce point E dans la Fig. 19. y coupe & touche cet arc, comme si l'autre n'y étoit pas, & comme si cette

courbe

courbe se terminoit-là, ce cercle osculateur (*art. 30.*) infiniment grand, n'y exige (*Th. 5. Corol. 5.*) que trois racines égales infiniment grandes, pour la détermination totale de son rayon osculateur; desquelles trois racines, deux, de finies quelconques qu'elles étoient pour la détermination de la position de ce rayon, deviennent infiniment grandes dans la détermination de sa longueur, qui se trouve, par le moyen d'une d'elles & d'une autre, encore infiniment grande; ce qui en fait trois en tout infiniment grandes, pour la détermination totale de ce rayon osculateur de la courbe *HEK*, en son point d'inflexion *E*: ainsi un cercle osculateur, en quelque point que ce soit, d'une courbe contournée *HEK* décrite comme dans l'*art. 29.* n'y doit avoir (*Th. 5. Cor. 5.*) que trois racines égales, lesquelles seront infinies au point d'inflexion *E* de cette courbe *HEK*, depuis lequel ces trois racines iront toujours en diminuant jusqu'aux extrémités *H*, *K*, de cette même courbe *HEK*.

XXXII. Puisque (*art. 30.*) le rayon osculateur au terme *E* de chacun des arcs *HE*, *KE*, de la courbe *HEK* contournée en ce point *E*, est infini, & va toujours en diminuant, à mesure que leurs points d'osculation s'éloignent de ce terme *E*; on voit, conformément au *Corol. 4.* du *Th. 6.* que la courbure de chacun de ces arcs *HE*, *KE*, va toujours en augmentant vers *H*, *K*, depuis ce point d'inflexion *E* de la courbe contournée *HEK* dans la précédente *Fig. 19.* & qu'ainsi la moindre courbure de chacun de ces arcs *HE*, *KE*, est en ce point d'inflexion ou terme commun *E* de ces mêmes arcs, & la plus grande à leurs extrémités *H*, *K*; c'est tout le contraire (*art. 28.*) dans la courbe contournée *HφK* de la *Fig. 18.*

XXXIII. Les *art. 25. 26. 27. 29. 30. 31.* font voir *Fig. 18. 19.* que les courbes *HφK* de la *Fig. 18.* & *HEK* de la *Fig. 19.* conviennent, en ce qu'elles sont toutes deux (*art. 25. 29.*) contournées, la première en ϕ , & la seconde en *E*; en ce que (*articles 26. 30.*) chacun de leurs cercles osculateurs

opposés en chacun de ces points d'inflexion ϕ , E , y a un double attouchement de part & d'autre d'une coupe qu'il fait avec chacun de leurs arcs pris depuis chacun de ces points ϕ , E , du côté de leurs extrémités; & en ce que les cercles osculateurs de ces deux courbes, ont par-tout (*art. 27. 31.*) chacun trois racines égales: mais du reste, quoique semblables à l'œil, ces deux courbes $H\phi K$ de la Fig. 18. & HEK de la Fig. 19. sont très-différentes entr'elles.

1.^o En ce que les deux rayons ou cercles osculateurs opposés à chacun des points d'inflexion ϕ , E , de chacune de ces courbes $H\phi K$, HEK , des Fig. 18. 19. sont (*art. 26.*) infiniment petits dans celle de la Fig. 18. ainsi que M. le Marquis de l'Hôpital l'a aussi fait voir dans l'*Annal. des infiniment Petits*, page 80. & (*art. 30.*) infiniment grands dans celle de la Fig. 19. ce qui rend les trois racines égales que chacun de ces cercles exige (*art. 27. 31.*) en chacun de ces points d'inflexion ϕ , E , infiniment petites (*art. 27.*) dans la Fig. 18. & infiniment grandes (*art. 31.*) dans la Fig. 19. La raison de cette différence, vient de ce que le rayon osculateur (*def. & Lem.*) est toujours égal à l'arc développé, qui, en l'origine (*hyp.*) ϕ du développement dans la Fig. 18. est (*art. 25.*) infiniment petit, & qui, au contraire, est infiniment grand (*art. 29.*) au terme (*hyp.*) E du développement dans la Fig. 19.

2.^o En ce que les deux attouchements contigus de chaque cercle osculateur en ϕ avec chacun des arcs ϕH , ϕK , de la courbe $H\phi K$ de la Fig. 18. & en E avec chacun des arcs EH , EK , de la courbe HEK de la Fig. 19. sont (*art. 26. 30.*) de côtés opposés dans ces deux Figures, celui qui est en dehors de chacun de ces arcs dans la Fig. 18. étant en dedans dans la Fig. 19. & au contraire, celui qui est en dedans dans la première de ces deux Figures, étant en dehors dans la seconde. La raison de cette différence, vient (*Th. 6.*) de ce que (*hyp.*) l'origine du développement est en ϕ , dans la Fig. 18. & en H , K , dans la Fig. 19.

3.^o Cette raison fait aussi voir (*Th. 6. Corol. 4.*) que la plus grande courbûre de chacun des arcs ϕH , ϕK , est en ϕ (*art. 28.*) dans la Fig. 18. & (*art. 32.*) en H , K , dans la Fig. 19. leurs moindres courbûres, au contraire, sont (*article 28.*) en H , K , dans la Fig. 18. & (*art. 32.*) en E dans la Figure 19.

REMARQUES.

XXXIV. Le Corol. 4. du Th. 5. des Mémoires de 1712. & l'art. 10. de celui-ci, font voir que ces cercles touchants d'une courbe, exigent par-tout deux racines égales, excepté dans les points de rebroussement, dans chacun desquels, quand ils ne sont qu'à deux branches, les nomb. 1. des art. 17. & 22. font voir que le cercle touchant exige trois racines égales. Un raisonnement pareil à celui de ce nombre 1. de l'art. 22. feroit aussi voir, en général, que chaque cercle touchant d'une coupe, en quelque point que ce soit, y exige toujours autant de racines égales, plus une, qu'il en touche de branches d'un même côté de ce point; de sorte que si l'on prend n pour le nombre de ces branches placées d'un même côté de ce point où ce cercle les touche toutes, je veux dire, pour le moindre nombre de branches rebroussees que la courbe eût d'un même côté, si elle en avoit de part & d'autre de ce point de rebroussement; le cercle qui les y toucheroit toutes, y exigeroit $n+1$ de racines égales, pour la position d'une perpendiculaire en ce point de rebroussement, sur laquelle son centre se trouvât. C'est ainsi que les cercles touchants des courbes non rebroussees, torces ou non, n'y exigent par-tout que deux racines égales, conformément au Corol. 4. du Théor. 5. page 176. des Mémoires de 1712. & à l'art. 10. ces courbes n'ayant jamais qu'une branche de chaque côté de chacun de leurs points. Par la même raison, les courbes rebroussees à deux branches, les ayant toutes deux d'un même côté du point de leur rebroussement, le cercle touchant y exigera trois

racines égales, conformément au nomb. 1. de l'art. 22. Il y en exigeroit quatre, si ces courbes étoient rebroussées en trois branches, d'un même côté de leur point de rebroussément; cinq, si elles l'étoient en quatre; six, si elles l'étoient en cinq; & toujours autant de racines égales, plus une, que la courbe auroit de branches rebroussées d'un même côté, en quelque sens que les convexités ou concavités de ces branches fussent tournées.

Fig. 1. 2. 3.
4.

XXXV. 1.^o On a vû dans les articles 1. 6. 8. qu'une courbe AEH toute concave d'un seul côté, peut être également décrite par le développement (Fig. 1.) d'une autre $A\phi T$ aussi toute concave, commencé à une (A) de ses extrémités, & par le développement (Fig. 2. 3. 4.) des branches d'une courbe $T\phi V$ ou $A\phi H$ rebroussée en sens contraire en ϕ , soit que ce développement commence au point de rebroussément ϕ (Fig. 2. 3.) de cette développée $T\phi V$, ou aux autres extrémités A, H , des branches égales (Fig. 4.) de cette même développée $A\phi H$.

2.^o Le Corol. 5. du Th. 5. fait voir de plus pour chacune de ces deux sortes de courbes AEH toutes concaves chacune en même sens, que le cercle osculateur en quelque point que ce soit, y aura par-tout trois racines égales, excepté au point où la seconde (Fig. 2. 3. 4.) est rencontrée par ϕE , tangente au point de rebroussément ϕ de la développée, auquel point E ce cercle osculateur aura (art. 10.) quatre racines égales.

Fig. 1.

XXXVI. L'art. 2. & la réflexion italique qui le suit, font voir ensemble que les courbes $A\phi T$ concaves d'un seul côté, traceront des courbes $R\phi S$ rebroussées en sens contraire, par leur développement commencé par-tout ailleurs qu'à leurs extrémités; & que ces courbes ainsi rebroussées au commencement ϕ du développement, auront chacune deux rayons osculateurs infiniment petits, opposés en ligne droite de part & d'autre à leur point ϕ de rebroussément, avec quatre racines égales infiniment petites dans chacun de leurs

cercles osculateurs pareillement infiniment petits en ce point ϕ de rebroussement; lesquels cercles s'y toucheront ainsi mutuellement en dehors.

XXXVII. 1.^o On a aussi vû dans les art. 13. 15. 19. Fig. 7. 8. 9. 14. qu'une courbe AEH rebroussee en même sens, peut être également décrite (art. 13. 15. Fig. 7. 8. 9.) par le développement d'une autre $T\phi V$, ou $A\phi H$, rebroussee en même sens, commencé à son point de rebroussement ϕ , ou aux extrémités A, H , de ses branches égales; & (art. 19. Fig. 14.) par le développement d'une contournée $A\phi T$ en ϕ , commencé à une de ses extrémités jusqu'à l'autre, ou du moins par-delà son point ϕ de contour.

2.^o De ces deux sortes de courbes rebroussees en même sens, l'art. 17. fait voir que le cercle osculateur au point E de rebroussement de celle (Fig. 7. 8. 9.) qui est décrite par le développement d'une autre pareillement rebroussee en même sens, aura-là cinq racines égales; & l'art. 22. nomb. 3. fait voir, au contraire, que le cercle osculateur au point de rebroussement E de l'autre courbe AEH (Fig. 14.) décrite par le développement d'une contournée, commencé ailleurs qu'à son point de contour ou d'inflexion, n'aura-là que quatre racines égales, nonobstant la ressemblance qui paroît être entre ces deux sortes de courbes AEH rebroussees en même sens en E , dans les Figures 7. 8. 9. 14. ce qui servira à distinguer l'une de l'autre de ces deux sortes de courbes rebroussees chacune en même sens, & à reconnoître par le calcul, leurs points de rebroussement.

XXXVIII. 1.^o On a vû pareillement dans les art. 25. Fig. 18. 19. 29. qu'une courbe $H\phi K, HEK$, contournée en ϕ, E , peut être également décrite par le développement (Fig. 18.) d'une autre contournée quelconque $A\phi T$, commencé en son point ϕ de contour ou d'inflexion; & par le développement Fig. 19.) de deux arcs séparés $HA, K\phi$, d'une même courbe, & de convexités opposées à un même asymptote, commencé en deux points H, K , qui arrivent ensemble sur

elle en un même point E , après l'entier développement de ces deux arcs infinis $HA, K\phi$.

2.^o Les art. 25. 29. font voir aussi que ces deux sortes de courbes contournées $H\phi K, HEK$, auront à leurs points de contour ou d'inflexion ϕ, E , chacune deux rayons osculateurs en ligne droite perpendiculaire à ces courbes; mais que la décrite de la première manière (art. 25. Fig. 18.) les aura infiniment petits en ϕ , comme la rebrouffée $R\phi S$ en sens contraire de la Fig. 1. les a (art. 2.) en son point de rebrouffement ϕ ; & que la décrite d'une autre manière (art. 29. Fig. 19.) les aura infiniment grands en E ; ce qui servira à distinguer entr'elles ces deux sortes de courbes contournées $H\phi K, HEK$, (Fig. 18. 19.) avec leurs points de contour ou d'inflexion, ainsi qu'on l'a déjà remarqué dans l'art. 29.

3.^o Les art. 27. 31. font voir de plus que le cercle osculateur de chacune de ces deux sortes de courbes contournées $H\phi K, HEK$, n'aura en leur point de contour ou d'inflexion ϕ, E , que trois racines égales, comme (Th. 5. Cor. 5.) par-tout ailleurs; lesquelles trois racines égales seront (art. 27. Fig. 18.) infiniment petites au point de contour ϕ de la première $H\phi K$ de ces deux sortes de courbes, & (art. 31. Fig. 19.) infiniment grandes au point de contour E de la seconde HEK ; ce qui servira encore à distinguer entr'elles ces deux sortes de courbes contournées $H\phi K, HEK$, (Fig. 18. 19.) avec leurs points ϕ, E , de contour ou d'inflexion.

XXXIX. Les art. 1. 2. 7. 9. 12. 14. 15. 16. 19. 20. 25. 29. font voir de plus,

Fig. 1. 2.
3. 4.

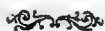
1.^o Qu'il y a de trois sortes de courbes $A E H$ toutes concaves chacune d'un seul côté, les unes (art. 1. Fig. 1.) qui ont par-tout leur cercle osculateur BEK , partie en dedans, & partie au dehors d'elles; d'autres (art. 7. Fig. 2. 3.) qui l'ont tout entier au dedans d'elles, en un de leurs points marqué dans l'art. 7. & d'autres au contraire (art. 9. Fig. 4.) qui l'ont tout entier au dehors d'elles, en un de leurs points

aussi marqué dans l'article 9. Ces deux dernières sortes de courbes (*Fig. 2. 3. 4.*) l'auront par-tout ailleurs (*art. 1.*) comme la première de la *Fig. 1.*

2.^o Qu'il y a de quatre sortes de courbes rebroussées à deux branches; une (*art. 2. Fig. 1.*) de rebroussées $R\phi S$ en sens contraire en ϕ ; & les trois autres (*art. 13. 15. 19. Fig. 7. 8. 9. 14.*) de rebroussées $A E H$ en même sens en E . Les courbes de la première de ces trois sortes-ci, ont (*art. 14. Fig. 7. 8.*) chacune leur cercle osculateur $B E K$ en leur point E de rebroussement tout entier au dedans de la concavité de leurs branches; celles de la seconde sorte (*art. 16. Fig. 9.*) l'y ont, au contraire, tout entier au dehors d'elles; & celles enfin de la troisième sorte (*art. 20. Fig. 14.*) l'y ont, passant entre les deux branches de chacune par l'angle DEF que ces deux branches font entr'elles, en ce point E de rebroussement en même sens, au lieu que dans les deux autres sortes de rebroussées en même sens en E , dans les *Fig. 7. 8. 9.* aucun cercle ne sauroit absolument passer entre leurs branches, par les angles DEF que ces branches font entr'elles: ce qui fait voir que de ces courbes $A E F$ rebroussées en même sens en E , celles de la *Fig. 14.* ont cet angle DEF plus grand que celles des *Fig. 7. 8. 9.*

3.^o Qu'il y a de deux sortes de courbes contournées; les unes $H\phi K$ (*art. 25. Fig. 18.*) ont chacune en leur point ϕ de contour ou d'inflexion, chacun de leurs deux cercles osculateurs infiniment petits; & les autres $H E K$ (*art. 29. Fig. 19.*) l'ont infiniment grand en leur point E d'inflexion.

On pourroit encore adjoûter ici plusieurs autres remarques sur tout ce qui précède, par rapport aux propriétés différentes des courbes résultantes des différents développements d'autres courbes quelconques; mais outre que ce Mémoire n'est peut-être déjà que trop long, les principes qui y sont établis, de même que dans celui du 28. Juin 1712. pag. 148. &c. les présenteront si clairement au Géometre le moins attentif, qu'il seroit, ce me semble, inutile de m'y arrêter ici davantage.



O B S E R V A T I O N S

SUR LE VITRIOL ET SUR LE FER.

Par M. GEOFFROY l'Aîné.

LE Vitriol est une matière sur laquelle les Chimistes trouvent abondamment de quoi s'exercer, soit qu'ils ne s'appliquent qu'à examiner en Physiciens l'origine de ce minéral, les principes dont il est composé, les changements qu'il a soufferts avant que de paroître en Sel, & les différentes substances en quoi il se convertit; soit qu'élevant plus haut leurs idées, ils le regardent en Philosophes Hermetiques, comme la base & le premier principe des matières métalliques qu'ils espèrent purifier jusqu'au point d'en pouvoir former des métaux parfaits; soit enfin qu'ils le considèrent en Médecins, comme une des principales colonnes de la Pharmacie chimique, & comme une source presque inépuisable de remèdes très-efficaces pour un grand nombre de maladies.

Une infinité de gens ont travaillé sur le Vitriol dans ces différentes vûes. Je ne m'arrêterai point à détailler ici toutes les opérations qu'ils ont données sur ce minéral, je rapporterai seulement quelques observations que j'ai faites en travaillant sur ce Sel, qui peuvent servir à en faire connoître la nature & les propriétés.

On voit dans les boutiques trois sortes de Vitriol, le bleu; le verd & le blanc.

Tous sont composés d'un Sel acide, tel qu'il se trouve dans l'Alun & dans le Soufre, à cela près que dans l'Alun cet acide est mêlé avec une terre absorbante, ou une espèce de chaux, que dans le Soufre il est uni avec des parties grasses & bitumineuses, & que dans les Vitriols il est joint avec des parties métalliques.

Dans le Vitriol bleu ce sel acide est joint avec le cuivre;
dans

dans le verd il est joint avec le Fer, & dans le blanc, qu'on nomme autrement *Couperose blanche*, il est joint, ou avec la Pierre calaminaire, ou avec quelque terre ferrugineuse mêlée de plomb ou d'étain.

Je ne parle aujourd'hui que du Vitriol verd, ou du Vitriol dont le sel acide est joint avec du Fer.

Il faut d'abord remarquer que le Vitriol verd, qu'on nomme ordinairement *Couperose verte*, & qui se tire de Liege ou d'Angleterre, sont de certaines Marcaissites sulfurées, qui, dans l'analyse chimique, donnent toutes du soufre brûlant. Elles en sont quelquefois si chargées, qu'on est obligé de l'en séparer par la distillation ou la calcination, avant que d'en pouvoir faire le Vitriol. Ensuite on les expose à l'air, où on les laisse pendant un assez long-temps, afin qu'elles fermentent en quelque manière, après quoi elles s'ouvrent, elles fleurissent, & se réduisent en poussière saline vitriolique. La pluie qui survient, lave de temps en temps cette poussière, en dissout les sels, & coule ensuite dans des citernes, où on la réserve pour la cuire en Vitriol.

Il faut sçavoir de plus, que si l'on évaporoit ces lessives telles qu'elles sont, on n'en retireroit pas une grande quantité de Vitriol, mais une liqueur verdâtre ou brune, presque aussi acide que l'Eau forte, dont il n'y auroit qu'une très-petite portion qui prît la forme de sel, & dont le reste ne pourroit acquérir que la consistance du beurre ou de l'huile figée. Pour avoir donc une plus grande quantité de Vitriol, on fait bouillir dans cette liqueur tirée des citernes, beaucoup de morceaux de Fer, qui donnent aussi-tôt une effervescence considérable. Lorsque ce Fer est dissout, on fait évaporer la dissolution jusqu'à un certain point, & on la laisse cristalliser. Il se forme une grande quantité de cristaux verdâtres, & il reste une liqueur rougeâtre, épaisse & onctueuse, qu'on nomme l'*Eau-mere* de Vitriol.

Cette liqueur ne se cristallise jamais, elle ne se congèle pas même au froid, mais à la chaleur du feu elle s'épaissit considérablement, jusqu'à se dessécher en une masse jaunâtre, grasse

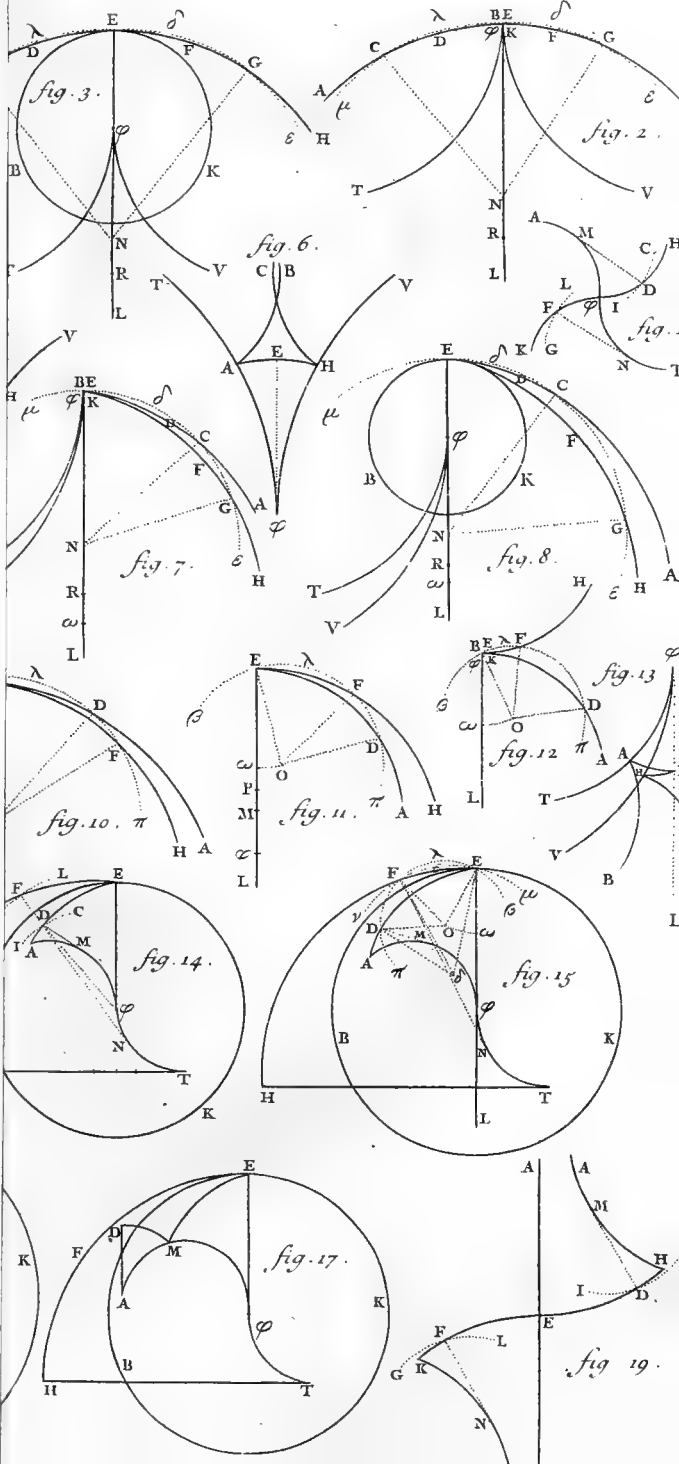
au toucher, d'un goût extrêmement stiptique, sans acidité ni corrosion, quand on a eu bien soin d'en séparer le Vitriol par la cristallisation. Cette masse jaunâtre est grasse, & se résout aisément en liqueur à la moindre humidité de l'air.

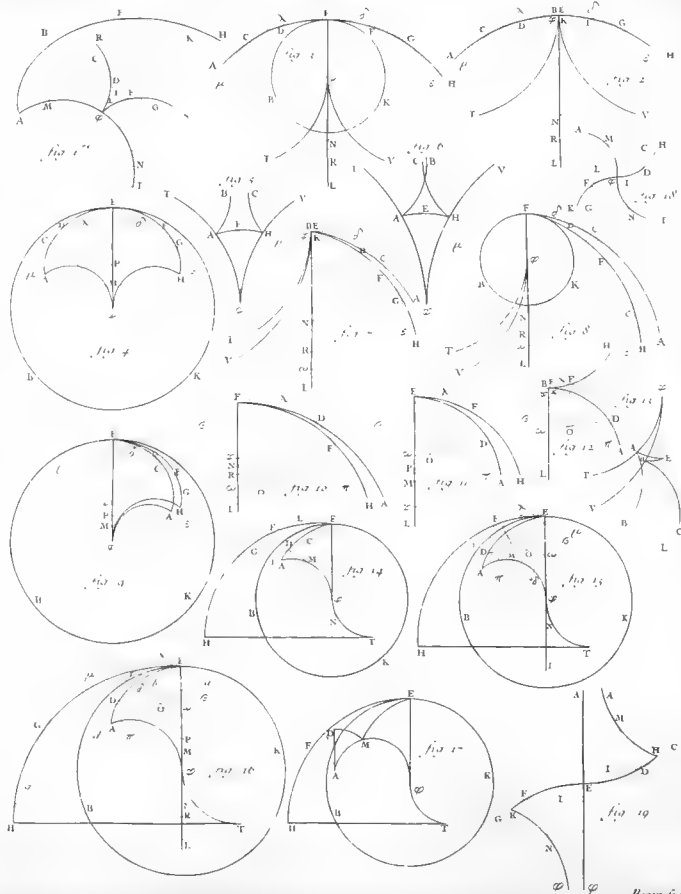
Tous les Sels fossiles laissent une semblable liqueur après leur cristallisation. Mais ce qui est plus remarquable, c'est que ces sels, comme l'Alun, le Salpêtre, le Sel Marin & le Vitriol, quelque dépurés qu'ils soient déjà, donnent dans toutes leurs cristallisations réitérées, quelque portion de cette Eau-mère ou liqueur saline onctueuse, & déposent en même temps quelque peu de terre fort subtile & fort fine.

Ces liqueurs, onctueuses en apparence, ont un fort grand rapport avec les liqueurs lixivielles, ou les dissolutions des sels alkalis, telles par exemple que l'Huile de Tartre, faites par défaillance. On a toujours cru jusqu'ici que ces liqueurs étoient produites par les sels alkalis de la terre, qui s'étant trouvés en plus grande quantité qu'il n'en falloit pour saouler les acides, restoit en forme de liqueur onctueuse; mais j'ai reconnu le contraire par mes observations; car si cela étoit, un sel une fois cristallisé & bien dépuré de sa graisse ou de ses sels alkalis, devroit se cristalliser dans la suite, sans donner la moindre goutte d'Eau-mère. Or il en arrive tout autrement, car tous ces sels donnent à chaque cristallisation quelque peu d'*Eau-mère*, tantôt en plus grande & tantôt en plus petite quantité, suivant les différentes circonstances de l'opération: & je crois que si on avoit assez de constance, à force de cristallisations, on réduiroit ces sels minéraux en ces sortes d'*Eaux-mères*, comme je l'ai fait sur le Vitriol.

Car j'ai observé que ce minéral dépose à toutes les dissolutions & digestions qu'on en fait, un peu de terre fort fine, que je regarde comme la base ou le premier principe du Fer, & qu'il donne ensuite à chaque cristallisation un peu d'*Eau-mère*: je l'ai même converti tout entier & assez promptement en cette liqueur, comme on le verra par la suite.

Je vais rapporter les différentes manières dont j'ai tiré ces





Eaux-meres de Vitriol, ou plutôt par lesquelles j'ai converti le Vitriol en *Eaux-meres*, ou en liqueurs grasses & stiptiques.

1.^o J'avois fait dissoudre, filtrer & cristalliser environ deux livres de Vitriol verd ou couperose verte. Je fis une seconde dissolution de ces cristaux, dans suffisante quantité d'eau, & je laissai le tout en digestion dans un vaisseau de verre ouvert par le haut & dans un lieu modérément chaud, pour quelque autre expérience que je prétendois faire sur cette dissolution. Au bout de quelques mois je m'aperçûs que la liqueur avoit pris une couleur rougeâtre plus foncée & un goût bien plus stiptique & moins acide, que n'avoit la dissolution de Vitriol recente, & qu'il s'étoit précipité au bas de la liqueur une assez grande quantité de terre jaunâtre. Ayant laissé ce vaisseau dans le même endroit pendant près de deux ans, je trouvai au bout de ce temps que toute l'humidité s'étoit évaporée, & que le vitriol s'étoit desséché en un pain de fort beaux cristaux verts, posés sur un limon fort fin : c'étoit une espèce d'argille de couleur cendrée, qui occupoit le fond du vaisseau en assez grande quantité. Il paroïssoit entre les cristaux, des efflorescences en manière de petits champignons jaunâtres d'une substance grasse ou butireuse, molle sous les doigts, & s'y fondant en quelque manière, qui exposée à l'humidité de l'air pendant quelques jours, s'y resolvoit en une liqueur rouge-brune, onctueuse, & d'un goût extraordinairement stiptique & sans acidité.

Première
opération.

2.^o La seconde opération qui me donna cette liqueur grasse & stiptique, fut celle-ci. Je pris du Vitriol verd que je fis dissoudre dans l'eau commune, puis filtrer & cristalliser. J'exposai ensuite ces cristaux au Soleil pendant l'été, où ils se calcinèrent d'eux-mêmes à la chaleur du soleil, & se réduisirent en une poudre blanche-aussi fine que de la farine : lorsque ce Vitriol me parut bien calciné, je versai dessus suffisante quantité d'eau de pluie pour le dissoudre ; je laissai pendant quelques jours digérer au Soleil cette dissolution, puis je la filtrai, & il resta sur le filtre beaucoup de terre jaune comme de l'ocre. Je fis ensuite évaporer l'humidité au Soleil ; une partie du sel se

Seconde
opération.

172 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
cristallisa, & une partie se dessécha en masse saline, à la réserve
d'un peu de liqueur rougeâtre & grasse au toucher. Je séparai
cette liqueur rouge-brune, & je laissai de nouveau calciner ce
sel au Soleil. Je recommençai à dissoudre cette chaux par l'eau
de pluie, je la laissai en digestion au Soleil, puis je la filtrai
& évaporai, séparant toujours la liqueur grasse, ce que je réité-
rai de la sorte pendant environ trois ans. A chaque fois il me
restoit un peu de terre sur le filtre, & de cette eau-mère ou li-
queur stiptique à la fin de la cristallisation, en bien plus grande
quantité que lorsque l'on fait ces dissolutions & purifications
du Vitriol, sans le laisser calciner au Soleil : enfin une grande
partie du Vitriol se réduisit en cette terre jaunâtre & en cette
liqueur huileuse & stiptique.

Troisième
opération.

3.^o La troisième manière d'extraire cette huile stiptique du
Vitriol, en fournit une plus grande quantité que les deux
précédentes.

Je distillai le Vitriol verd calciné jusqu'à la couleur jaune,
dans une cornuë sélée ou percée de quelques petits trous,
pour avoir l'esprit volatil sulfureux acide du Vitriol, suivant
le procédé de M. Stahl inferé dans les Journaux de Hall
en Saxe.

Dans cette opération, aussi-tôt que la distillation com-
mence, on sent une odeur de soufre très-forte qui s'exhale des
vaisseaux. Il sort des vapeurs subtiles de la cornuë, qu'on a
soin de recevoir dans un recipient, dont le uers doit estre rem-
pli d'eau.

L'opération étant finie, on sépare le recipient de la cornuë,
& l'odeur acide & subtile qui exhale de ces vaisseaux en les
délutant, est aussi pénétrante & toute semblable à celle du
soufre brûlant; de sorte qu'on diroit à l'odeur, qu'ils seroient
pleins de soufre enflammé. L'eau contenuë dans le recipient,
outre l'odeur sulfureuse, a une saveur acide toute semblable à
l'esprit de soufre.

Je ne m'arrêterai point à expliquer la cause de ces effets,
cela étant hors de mon sujet, & l'Auteur l'ayant très-bien fait

dans l'explication qu'il a donnée de son opinion dans les mêmes Journaux.

Ce qui reste dans la cornuë, est un *colcotar* beaucoup plus rarefié que le *colcotar* ordinaire, & d'un rouge plus vif.

Ayant laissé ce *colcotar* dans des terrines exposées à l'air, je m'apperçûs au bout de quelque temps, qu'il s'humectoit, & qu'il se réduisoit en bouillie; j'en fis une lessive, & j'en séparai par la filtration, une liqueur rouge, claire, d'une saveur fort stiptique & acide. Ayant fait évaporer cette liqueur jusqu'à pellicule; je la laissai cristalliser, j'en retirai de beaux cristaux verts, & il me resta dans la cristallisation, une grande quantité d'Eau-mere ou de liqueur grasse & stiptique.

Cette liqueur ou essence stiptique de Vitriol, est de couleur rouge-brune, fort pesante, douce ou huileuse au toucher, d'une saveur extraordinairement astringente, sans acidité ni acrimonie, pourvû que par les cristallisations réitérées, on l'ait séparée fort exactement du sel de Vitriol qu'elle pouvoit contenir.

Elle se dessèche ou par l'ardeur du soleil pendant l'été, ou au feu en une masse jaune saline, qui se résout très-prompement à l'humidité en une espèce de beurre, & ensuite en une liqueur rouge: elle a néanmoins quelque peine d'abord à se dissoudre dans l'eau à cause de son onctuosité.

Si on ne sépare pas soigneusement par la cristallisation, la partie du Vitriol qui se cristallise, d'avec cette liqueur qui ne se cristallise point, on s'apperçoit en la gardant quelque temps, qu'elle travaille sur elle-même, & qu'elle fermente sans cesse, quoique foiblement, ce qu'on découvre aux bubbles d'air qui s'élèvent de temps en temps du sein de la liqueur à sa surface, ce qui n'arrive point lorsqu'elle est parfaitement dépouillée de la partie du Vitriol qui se cristallise.

Cette liqueur fermente très-considérablement avec l'esprit de Nitre; elle s'échauffe seulement avec l'huile de Vitriol sans fermentation sensible.

Quand on la mêle avec l'huile de Tartre, il se fait en premier

lieu un *coagulum*, qui se dissout ensuite, en fermentant assez vivement; & lorsque la fermentation est cessée, il reste un léger *coagulum* mucilagineux.

J'ai dit que cette essence stiptique du Vitriol se desséchoit par une forte chaleur, en une masse jaune saline. Cette matière se réduit en colcotar d'une très-belle couleur rouge, en la calcinant au feu, & cette masse rouge se résout très-promptement en liqueur, étant exposée à l'air.

La liqueur grasse qu'on retire du Vitriol dans ces trois différentes opérations, & dans laquelle on peut convertir tout le Vitriol, est une substance saline, sulfureuse, composée en partie d'un sel acide, en partie d'un sel alkali, & de la substance bitumineuse du Fer unie à ces deux sels.

Nous avons déjà dit que le Vitriol verd étoit composé de sel acide vitriolique & de la substance du Fer, qui est lui-même formé d'une terre grossière & d'un bitume tous deux étroitement unis ensemble.

Quoique le Fer dans le Vitriol y soit dissous par l'acide, au point de n'être plus sensible à la vûë, ses molécules cependant y sont assez grosses, & il s'en faut beaucoup qu'il ne soit réduit en parties aussi petites qu'il le pourroit être: la raison en est que les molécules des acides vitrioliques qui constituent le Vitriol, sont fort grossières. Cette grossièreté, & peut-être même aussi la figure des sels vitrioliques, les empêche de pouvoir s'engager bien avant dans les pores du Fer: ils ne s'y attachent donc que très-superficiellement, en sorte qu'ils s'en séparent fort aisément, comme on en peut juger par la saveur acide du Vitriol, qui n'est produite que parce que ces pointes acides quittent le Fer pour picoter la langue; on s'en apperçoit encore lorsque faisant dissoudre une petite portion de Vitriol dans une grande quantité d'eau, on voit tomber au fond de l'eau le Fer en poudre subtile, comme une rouille, & dépouillé des sels auxquels il étoit uni: ou lorsqu'ayant dissout le Vitriol dans une médiocre quantité d'eau, on le met en digestion à une douce chaleur, car pour lors une partie des pointes acides, abandonne

les molécules ferrugineuses qu'on voit se précipiter au fond en poudre jaune.

Dans nos trois opérations, il arrive plusieurs choses tout à la fois ; sçavoir, la desunion d'une grande partie des acides du Vitriol d'avec les molécules ferrugineuses ; la séparation de la partie bitumineuse du Fer d'avec la terre la plus grossière, la rarefaction de cette partie bitumineuse & de la substance saline : enfin une nouvelle union qui se fait d'une partie de ces sels avec ce bitume ou huile de Fer rarefié, & une autre qui se fait de l'autre partie de ces mêmes sels avec quelques molécules terreuses du Fer, pour composer un sel alkali. Voici de quelle manière je conçois que tout cela se fait.

Lorsqu'on expose le Vitriol verd au feu ou au Soleil, & qu'on l'y laisse long-temps en digestion, soit à sec, soit dissout dans quelque liqueur, les particules de feu, ou, si l'on veut, le soufre principe pénètre la partie bitumineuse du Fer, la ramollit & la rarefie d'autant plus aisément, que le Fer dans le Vitriol est divisé en plus petites parties. Ce même feu rarefie en même temps les sels qui deviennent par-là trop foibles pour tenir en dissolution les parties métalliques qu'ils soutenoient auparavant dans le liquide, ou dans les cristaux. De-là, il arrive deux choses, 1.^o Le changement de couleur dans la dissolution qui devient rouge, & dans le Vitriol calciné, qui se réduit premierement en poudre blanche, puis jaune par la division des sels & l'épanouissement des soufres. 2.^o La précipitation d'une terre grossière qu'on voit tomber au fond de la dissolution, ou que l'on sépare du Vitriol calciné par dissolution & filtration.

Il arrive dans ce même temps une autre chose, qui est le changement d'une portion du sel acide vitriolique en sel alkali, ce qui provient de ce que quelque portion de la terre que les soufres ont abandonnée & qui se trouve assez subtile pour flotter quelque temps dans le liquide, donne une libre entrée dans ses pores à ceux des acides qui ne sont point encore liés avec les soufres ; & comme ces acides sont fort rarefiés, ils

pénètrent fort avant dans les pores de ces molécules, les char-
gent de tous côtés, & forment ainsi les pelotons hérissés des
sels alkalis, comme nous voyons ces sels se former dans nos
fourneaux, de l'union des acides avec les molécules terreuses.

Tous les acides du Vitriol ne se convertissent point en alka-
lis, parce que dans le même temps que les molécules de terre
engainent ceux-ci, des parties sulfureuses ou résineuses du
bitume du Fer embarrassent d'autres acides, les enveloppent,
& les mettent hors d'état de pouvoir pénétrer librement dans
les autres parties terreuses, qui tombent peu à peu au fond
de la liqueur.

Les nouveaux sels alkalis ne restent point inutiles : ils ne sont
pas plutôt formés qu'ils commencent à agir sur les soufres dont
ils sont les dissolvants naturels : ils les étendent, les divisent, les
détachent des parties terreuses avec lesquelles ils étoient étroite-
ment unis, & augmentent par ce moyen la précipitation de
la terre du Fer.

D'ailleurs ceux d'entre les sels acides qui n'ont point été
convertis en alkalis, parce qu'ils se trouvoient engagés dans les
parties rameuses du soufre, quoiqu'affoiblis par ces espèces de
liens, ne laissent pas d'agir sur les sels nouvellement produits,
foiblement à la vérité, mais assez néanmoins pour occasionner
la petite effervescence qu'on apperçoit dans cette liqueur lors-
qu'on en ramasse une quantité un peu considérable.

Quoiqu'il paroisse que cette liqueur ne dépose point ou du
moins ne dépose que très-peu de terre métallique, il ne faut
pas croire néanmoins qu'elle n'en contienne plus. Elle en
contient encore beaucoup ; mais ayant été, aussi-bien que les
autres principes, rarefiée très-considérablement, elle est en
état de flotter dans ce liquide, entremêlée avec les soufres &
les sels ; & c'est du mélange de cette terre, des soufres &
des sels, que dépend la stipticité de cette liqueur.

J'attribué ces changements des principes du vitriol aux parties
du feu qui pénètrent ce sel dans les digestions, dans les calcina-
tions & dans les distillations ; on n'en pourra pas disconvenir,
si on

si on considère que lorsqu'on expose du Vitriol en cristaux au Soleil, il s'y réduit en poudre blanche, non-seulement par la dissipation des parties d'eau qui tenoient les parties salines liées l'une à l'autre dans un certain ordre, mais encore parce qu'à la place des parties d'eau, il s'y introduit des parties de feu; la preuve en est prise de la volatilité de cette poudre, qui pour peu qu'on la remuë, étant nouvellement calcinée, répand une odeur de Vitriol dans le lieu où on l'agite, qui se fait aisément sentir par-tout. Une autre preuve encore plus convaincante est que si on jette dans de l'eau froide ce Vitriol nouvellement calciné à la seule chaleur du Soleil, il échauffe l'eau très-considérablement, ce qui ne peut provenir que des parties de feu restées dans cette poudre, puisque le Vitriol, si subtilement pulvérisé qu'il puisse être, jeté dans l'eau en augmente la froideur, bien loin de l'échauffer.

On ne peut point douter non plus que dans la distillation du Vitriol par la cornuë percée de quelques petits trous ou de quelques fentes, les parties de feu ne s'y insinuent, & que ce ne soit à elles qu'on doive rapporter cette subtilité & cette volatilité des particules acides du Vitriol, qui égale celle de ce même acide dans le soufre minéral lorsqu'on le brûle; avec cette différence que sa rarefaction est lumineuse dans le soufre, & qu'elle ne l'est pas dans la distillation de l'esprit volatile acide du Vitriol.

Qu'il y ait une portion de cette liqueur qui soit alcaline, on le juge de ce que mêlée avec l'esprit de Nitre, elle fermente très-vivement avec ébullition, petillement & chaleur, de la même manière que font les sels alkalis.

Cette même liqueur fermente aussi avec les alkalis, ce qui est une marque qu'elle contient des particules acides. On ne doit point estre surpris d'ailleurs de voir dans une même liqueur les acides & les alkalis confondus, & néanmoins tranquilles, puisque dans toutes les analyses des plantes & des animaux, nous trouvons des liqueurs qui donnent tout à la fois

des marques d'acide & d'alkali, & qui contiennent réellement l'un & l'autre ensemble, sans qu'ils agissent l'un sur l'autre, surtout lorsqu'il y a des parties huileuses ou bitumineuses qui y sont mêlées.

Les Chimistes, qui recherchent avec tant d'empressement l'exaltation des soufres des métaux, ont, dans cette occasion, celui du Mars aussi exalté qu'il est possible, sans estre néanmoins tout-à-fait dépouillé de sa terre métallique, ni dénué par conséquent, des vertus qu'on attribue ordinairement au Fer. Car on pourroit tellement séparer cette matière sulfureuse de la terre du Fer, qu'on la réduiroit à une huile subtile & pénétrante, telle à peu-près que l'huile de Thérébentine, comme M. Homberg l'a fait; mais pour lors le Fer est décomposé, & la substance huileuse qu'on en sépare, n'a plus rien des propriétés du Fer dont elle faisoit partie.

Je ne m'arrêterai point à examiner ici si ce soufre est le vrai soufre qu'ils imaginent dans le Mars, qu'ils croient être d'une nature solaire, & propre à teindre les métaux en or. J'ai déjà dit ma pensée sur ces fameux soufres métalliques dans les Mémoires précédents. Je dirai seulement que cette liqueur ne differe point essentiellement d'un grand nombre de préparations que les Chimistes ont faites du Vitriol, du Fer & de la Pierre Hématite, & dont ils nous ont si fort vanté les grandes propriétés sous les noms de *Soufres fixes & Anodins du Vitriol ou du Mars*, d'*Arcanes* & de *Magistres de Vitriol*, de *teintures* & d'*huiles de Vitriol*, de *Mars* ou de *Pierre Hématite*, qui n'ont toutes pour base que le Fer très-subtilisé & très-attenué.

Cette *Eau mere* de Vitriol est un très-bon stiptique dont je me suis servi avec succès, tant appliquée extérieurement dans les hémorragies des plaies extérieures, que prise intérieurement dans les pertes de sang. Cette liqueur stiptique est moins corrosive que l'Eau de Rabel, & beaucoup plus astringente; elle n'excite aucune nausée, prise intérieurement; elle arrête les

flux de ventre, les pertes de sang & les fleurs blanches; elle convient dans les crachements de sang, dans les ulcères de poulmon, des reins ou de la vessie, où je la préfère aux gouttes anti-phthisiques des Anglois. Elle a cela de commun avec les autres préparations du Mars, qu'elle provoque les regles supprimées des femmes.

Il faut avouer que cette liqueur tient toute la vertu du Fer; qu'on regarde tout à la fois comme un très-grand apéritif, comme un puissant astringent, & j'ajouterais de plus, comme un bon vulnérable; car cette liqueur n'est proprement que le Fer contenu dans le Vitriol, fort rarefié, séparé de la partie acide & surabondante du Vitriol, avec laquelle il n'étoit que foiblement uni, & joint beaucoup plus intimement avec l'autre portion de ce sel, sous la forme de sel alkali, & resout dans un peu d'eau.

La stipticité de cette liqueur, aussi-bien que celle du Vitriol, dépend principalement du Fer qui y est dissous, car le sel vitriolique séparé du Fer n'est point du tout stiptique, comme on le peut reconnoître en goûtant le sel fixe du colcotar bien dépouillé de sa terre métallique: & l'esprit de Vitriol n'est point stiptique, quoiqu'il puisse quelquefois arrêter le sang, ce qu'il fait par sa causticité en brûlant & desséchant le sang, les chairs & l'extrémité des vaisseaux.

C'est à la stipticité du Fer qu'il faut attribuer les vertus merveilleuses de ce métal, & qui paroissent tout-à-fait opposées, comme d'être apéritif & astringent, d'arrêter les pertes de sang des femmes, de provoquer leurs regles supprimées, d'arrêter les dévoiements, d'ouvrir quelquefois le ventre, de lever les obstructions des viscères, de remédier à leur trop grand relâchement, de subtiliser ces liqueurs trop épaisses & trop grossières, & de diminuer quelquefois leur trop grande fluidité; ce qui paroîtroit un paradoxe ou une fiction, si on n'éprouvoit pas tous les jours ces effets contraires dans la pratique ordinaire de ce remède.

Les Chimistes ont reconnu ces différentes propriétés du Fer, & ils ont cru qu'elles dépendoient de deux principes fort différens : C'est pour cela que dans les différentes préparations de ce métal, ils ont cherché à exalter dans les unes sa vertu apéritive & à faire un *Mars apéritif*, & dans les autres à faire un *Mars astringent*, en exaltant sa vertu astringente. De-là sont venus les chaux, les safrans, les sels, les teintures de Mars apéritives & astringentes ; les unes dans la vûë d'ouvrir, les autres dans l'intention de resserer. Mais ce qui est digne d'attention, c'est que souvent leurs préparations de Mars astringent ne laissent pas de pousser par les urines & les selles, que les préparations du Mars apéritif guérissent souvent des flux de ventre opiniâtres & invétérés : & de plus, c'est que toutes préparations de Mars rappellent les regles supprimées des femmes, & arrêtent leur flux immodéré.

Si je cherche quelle peut être dans le Fer ou dans ses préparations, la cause de deux effets si contraires, je n'y remarque que la seule astriction ou slipticité à laquelle je les puisse attribuer ; & en effet, elle peut fort bien elle seule produire ces différens effets ; c'est ce que l'on concevra aisément, si on fait réflexion que ces différens accidents sont produits pour l'ordinaire par une seule & unique cause, qui est la foiblesse du ressort des fibres des vaisseaux dans lesquels les liqueurs doivent circuler ou se filtrer, soit qu'elle provienne du relâchement de ces mêmes fibres, soit que les liqueurs étant devenues plus épaissies & moins fluides, opposent une plus grande résistance à la force de ressort des fibres qui doivent les pousser & les battre : car comme les suc du corps ne roulent dans les petits canaux des viscères, qu'autant qu'ils sont poussés par le battement vis des fibres de ces vaisseaux, si leur ressort vient à se relâcher par quelque accident, ou si les liqueurs devenues trop épaissies, résistent trop à l'impulsion des fibres des vaisseaux, la liqueur ne coulant que foiblement ou point du tout dans ces conduits, se grumelera & fera des obstructions ou de petites digues dans

les extrémités des canaux ou dans la glande, ou bien si ces suc^s arrêtés ne sont pas de nature à se grumeler & qu'ils restent fluides, ils gonfleront tellement les vaisseaux, qu'ils en écarteront les fibres suffisamment pour se glisser entr'elles & s'extrava^ser par leurs pores, ou même ils les déchireront & se feront ainsi de nouvelles issues. Il y a bien de l'apparence que c'est de cette manière qu'arrivent les flux immodérés de certaines évacuations ordinaires, ou leurs suppressions, aussi-bien que les épanchements de liqueurs qui surviennent contre nature.

Dans ces différens événements on concevra fort aisément que le Fer par sa stipticité, resserrant les fibres & raffermissant le tissu des vaisseaux, en rétablira le ressort ou l'augmentera ; que le ressort des solides augmenté, les liqueurs trop épaisses fortement battues dans les vaisseaux, se diviseront & reprendront leur fluidité naturelle, & qu'ainsi la circulation de ces mêmes suc^s, aussi-bien que leurs filtrations, se feront plus librement & plus parfaitement ; que par ce moyen les regles supprimées par l'obstruction des vaisseaux, reprendront leur cours naturel ; que les pertes de sang causées par l'épanchement du sang au travers des pores des vaisseaux gonflés outre mesure, ou causées par le déchirement de ces mêmes canaux, cesseront ; que les hidropisies occasionnées par de legeres obstructions dans quelques parties, ou par le défaut de ressort des fibres des parties, guériront par ce remede ; que les dévoyemens produits par un simple relâchement des fibres de l'estomac & des intestins, s'arrêteront de même, & ainsi des autres maladies qui se guérissent par l'usage du Fer.

A la vérité, il faut que les obstructions ne soient pas insurmontables, c'est-à-dire, qu'elles puissent céder à la force de ressort dont les vaisseaux sont capables, sans quoi le Fer non-seulement sera inutile, mais même nuisible, parce qu'augmentant la circulation des liqueurs, il les poussera avec plus de violence vers les digues insurmontables à cet effort, comme il arrive dans les hidropisies invétérées, dans les obstructions

squirreuses & dans les affections scorbutiques poussées au dernier degré. La même chose arrivera aussi si la consistance du sang est trop épaisse & trop forte pour être divisée par la trituration ou le battement des fibres, comme dans les fièvres hectiques ou dans les affections mélancoliques invétérées & portées à leur dernier degré: car dans toutes ces maladies, les remèdes calybes sont très-nuisibles & causent en quelques-unes des hémorragies mortelles, & en d'autres des sueurs & des dévoyemens qui emportent le malade.

A l'égard des préparations du Fer que l'on doit choisir, les Médecins sont fort partagés sur cela; les uns préfèrent l'acier au Fer, les autres le Fer à l'acier, les uns la simple limaille à toutes les autres préparations, d'autres le safran de Mars préparé à la rosée de May, d'autres le safran préparé avec le soufre, le sel & la teinture de Mars par le Tarte.

Dans les occasions où on veut donner le Mars en substance, je préfère le safran de Mars ouvert par la rosée, à la limaille & aux autres safrans, parce que dans cette préparation le Mars est plus rarefié & réduit en plus petites parties que la limaille, qu'il ne charge point l'estomac comme elle fait très-souvent; & que d'ailleurs, la salive & le suc stomacal qui est un dissolvant salin sulfureux, tire plus aisément la teinture de cette rouille, que du Fer en limaille.

Je crois par la même raison le Fer préférable à l'acier, parce que dans l'acier les parties du métal sont beaucoup plus compactes que dans le Fer.

A l'égard des safrans, je les crois tous fort inférieurs à la rouille préparée par la rosée, parce que dans celle-ci les parties du Fer sont seulement étendues & divisées en très-petites parties, sans être altérées, au lieu que dans les autres safrans, ou bien ils sont saoulés d'acides, ou bien si ces sels ont été emportés par le feu dans de fortes calcinations, la partie bitumineuse du Fer qui n'est pas la moins utile, a été enlevée, ou tellement desséchée, qu'elle est, pour ainsi dire, réduite

en charbon : ce qui empêche que ces parties métalliques ne puissent être aisément dissoutes par les levains de l'estomac.

Mais de toutes les préparations du Mars, je préfère celles qui sont en liqueur à celles où on le prend en substance ; parce que les parties du Fer réduites en liqueur, sont pour lors plus en état de se mesler avec tous les suc du corps, de se porter promptement dans toutes les parties, d'y répandre leur action, & d'y faire leur effet sans fatiguer d'ailleurs l'estomac.

La préparation dont je me sers le plus souvent, & avec beaucoup de succès, est le vin calybé, ou le vin dans lequel on a fait infuser de la limaille de Fer.

Ce métal étant un composé d'une terre & d'un bitume étroitement liés ensemble, trouve dans le vin un dissolvant très-convenable, composé d'un sel essentiel, acide, subtil, & d'une huile très-raréfiée. Pendant que cette huile se charge du bitume du Fer, le sel acide fait la dissolution de la terre métallique, & le métal se trouve par ce moyen rarefié autant qu'il le peut être, & réduit en parties assés petites pour être porté jusques dans les canaux du corps les plus deliés & les plus reculés. On en donne environ quatre onces le matin à jeûn dans quelqu'opozème apéritif, & autant l'après-dîner ; ou bien on l'étend dans beaucoup d'eau, qu'on fait boire au malade en guise d'eau minérale pour la suppression des regles & les maladies d'obstructions. Dans les foibleffes d'estomac & les dévoyements, le malade met une cuillerée de ce vin dans chaque verre de boisson qu'il prend.

Je préfère cette préparation à la teinture de Mars ordinaire faite avec le Tarte, parce que le Tarte étant infiniment plus grossier que le vin, ne divise pas le Fer en parties aussi fines & aussi subtiles.

Dans cette préparation du vin calybé, la partie terreuse du Fer l'emporte encore beaucoup sur sa partie bitumineuse ; & comme il y a des occasions où on a autant besoin de la

partie bitumineuse du Fer, que de sa partie métallique & astringente, comme dans les crachements de sang, les ulcères du poulmon, &c. Je préférerois, dans cette occasion, la teinture anti-phlogistique des Anglois, ou plutôt la teinture de Mars de Zuelser, qui est faite avec la *Terre foliée du Tartre* & le *Vitriol de Mars* broyés ensemble & digérés dans l'esprit de vin, qui prend une très-belle teinture rouge. Cette teinture est chargée de la plus grande partie du bitume du Fer & d'une médiocre portion de la terre métallique la plus subtile, parce que la terre foliée étant un menstree salin huileux, ne se charge presque que de la partie bitumineuse du Fer, qu'elle dépose ensuite dans l'esprit de vin, & cet esprit ne se charge lui-même que de la partie sulfureuse la plus rarefiée, à la réserve d'une très-petite portion de terre fort fine, qui se trouve inséparable de la partie bitumineuse; aussi cette teinture est-elle estimée très-propre à adoucir l'acreté de l'humeur qui entretient les ulcères des poulmons, des reins & de la vessie, & à déterger & consolider les mêmes ulcères.

Ce n'est pas dans cette seule occasion qu'on a reconnu la vertu balsamique & vulnérable du Fer; il y a long-temps que l'on a dit de lui, *Pungit & ungit, sauciat & sanat*. Il y a eu des Chirurgiens dans ces dernières guerres qui ont employé avec succès pour la guérison des plaies, les Pierres vulnérables préparées les unes avec le Tartre & le Mars simplement, les autres avec d'autres drogues balsamiques & vulnérables qu'ils y joignoient.

Pour la Pierre vulnérable simple, ils prennent égale partie de limaille de Fer & de Tartre blanc pulvérisé, ils en font une pâte molle avec le vin ou l'eau de vie, & on laisse la matière en digestion au Soleil durant l'été, la remuant de temps en temps jusqu'à ce que le tout soit entièrement desséché. On remet la masse en poudre, on la détrempe ensuite avec le vin, la faisant digérer de nouveau & puis dessécher; on réitère ces opérations jusqu'à ce qu'on n'appercevoit plus de grains

de grains de limaille, & que le tout se mette en poudre fort fine. Pour lors avec l'eau de vie on en forme des boules qu'on laisse dessécher à l'air & durcir : c'est la Pierre vulnenaire simple dont on vante fort les vertus pour la guérison des playes & des ulcères.

On fait tremper quelque temps cette Pierre dans le vin, l'eau de vie ou l'urine, & on lave avec cette dissolution les playes simples, ou bien on en seringue dedans, quelquefois on répand sur la playe, de la Pierre même réduite en poudre pour arrêter les hemorrhagies, & on applique dessus des compresses trempées dans la même dissolution, qu'on renouvelle de vingt-quatre en vingt-quatre heures. On fait la même chose pour les ulcères qu'elle dessèche & cicatrise très-promptement.

C'étoit de cette composition ou préparation du Mars que Willis faisoit aussi des eaux minérales artificielles, mettant tremper ces Pierres dans une grande quantité d'eau pour faire boire aux malades en manière d'eaux minérales. C'est aussi le *Mars potabilis* de Maëts.

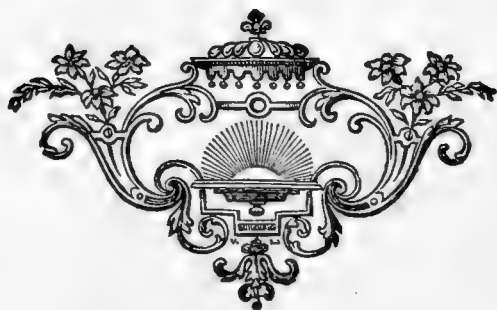
La Pierre vulnenaire composée se fait de différentes manières. On en voit plusieurs descriptions sous les noms de *Lapis medicamentosus*, *Lapis mirabilis*, & de *Lapis salutis*.

En voici une dont j'ai vu de fort bons effets.

Prenez limaille de Fer, & Pierre hæmatite pulvérisées de chacune trois onces, Crème de Tartre six onces; faites-en une pâte avec le vin que vous ferés digérer & sécher comme la précédente. Réitérés les digestions & exsiccations jusqu'à ce qu'on n'apperçoive plus de Fer. Alors mettez votre pâte sèche en poudre fort subtile : mêlez-y exactement du mastic en larmes & du safran bien pulvérisés, de chacun une demi-once. Faites dissoudre dans le vin une once d'aloës & autant de mirrhe. Arrosés vos poudres de cette dissolution, & versés par dessus du vin à la hauteur de quatre doigts. Laissez le tout en digestion, remuant de temps en temps, puis évaporés la liqueur jusqu'à siccité. Remettez la pâte en poudre, humectés-

la avec l'eau de vie, & en formés des boules que vous ferés sécher pour garder.

Dans ces Pierres le Tâtre divise le Fer & la Pierre hama-tite, qui est elle-même un fer ouvert. La partie sulfureuse du vin rarefie le bitume du Fer, & le rend par-là plus en état de consolider les playes & de les resfermer. Les gommés & résines qu'on y joint ne peuvent encore qu'étendre ce bitume du Fer & augmenter la vertu balsamique de cette Pierre par la leur propre.



DE LA FIGURE DE LA TERRE.

Par M. CASSINI.

Nous n'entreprenons point ici de rapporter les divers sentimens qui ont partagé les Philosophes touchant la Figure de la Terre.

On ne peut guères s'imaginer de Figure qu'ils ne lui aient attribuée ; car sans parler de ceux qui la crurent semblable à une colonne , à un tambour , à un cone , ou à un arbre dont la racine sur laquelle elle étoit appuyée , s'étendoit à l'infini ; il y en eut quelques-uns qui la jugerent plate , sans y admettre d'autre inégalité que celle qui y est causée par les montagnes.

D'autres craignant que les eaux de la mer ne vinssent à s'écouler si elles n'étoient resserrées par quelques limites , lui donnerent la Figure d'une Hemisphère concave.

D'autres enfin , considérant que le sommet des tours & des hautes montagnes s'appercevoit de loin , pendant que leur pied étoit caché sous l'horison ; que ceux qui étoient dans des lieux plus élevés voyoient le Soleil se lever plutôt & se coucher plus tard que ceux qui étoient dans des lieux plus bas ; que l'ombre de la Terre paroissoit avoir dans les Eclipses de la Lune une figure circulaire ; & que les personnes qui voyageoient du Septentrion au Midi , voyoient les Etoiles Australes s'élever sur l'horison à mesure que les Etoiles septentrionales s'abbaissoient , jugerent qu'elle étoit sphérique.

Ce sentiment qui étoit fondé sur des raisons solides , fut presque généralement reçu de ceux qui entreprirent avant nous de déterminer la grandeur de la Terre par des opérations géométriques. Ils employèrent la mesure d'une petite portion de sa circonférence , pour en conclurre toute son étendue , en supposant que tous les degrés des Méridiens de la

Terre étoient égaux entr'eux, & que les lignes perpendiculaires à l'horison, qui passent par le Zénit & mesurent les degrés dans le Ciel, étoient dirigées vers un même point qu'ils jugeoient être le centre de la Terre.

Plusieurs grands Géomètres de notre temps ont abandonné cette hypothèse de la sphéricité de la Terre. M. Newton dans ses Principes Mathématiques de la Philosophie naturelle, ayant considéré que la force qu'il nomme centrifuge, & qui résulte du mouvement journalier de la Terre, devoit élever, suivant l'Equateur, les parties qui tendent à s'éloigner de l'axe de la Terre, jugea qu'elle devoit être abaissée vers les Poles, & il trouva selon ses principes, que supposant la Terre d'une matière uniforme, aussi dense à sa circonférence que vers son centre, le diamètre de l'Equateur devoit être au diamètre qui passe par les Poles, comme 692 à 689.

M. Huygens dans son Discours de la cause de la pesanteur, ayant considéré qu'à Cayenne, qui n'est éloignée de l'Equateur que de quatre à cinq degrés, un pendule qui bat les secondes y est plus court qu'à Paris d'une ligne & un quart, d'où il suit que si on prend des pendules d'égale longueur, celui de Cayenne fait des vibrations un peu plus lentes que celui de Paris; jugea que la cause de ce Phénomène pouvoit être rapportée au mouvement journalier de la Terre, qui étant plus grand en chaque pays, selon qu'il approche plus de la ligne équinoxiale, doit produire un effort proportionné à rejeter les corps du centre, & leur ôter par conséquent une certaine partie de leur pesanteur. Il ajoute que cet effort, qui résulte du mouvement circulaire de la Terre, doit écarter de la perpendiculaire un plomb suspendu à une corde; & que comme la surface de tout liquide se dispose en sorte que la ligne de suspension lui soit perpendiculaire, parce qu'autrement il pourroit descendre davantage, il suit que la Mer a la figure d'un sphéroïde, & que la Terre a dû s'y conformer lorsqu'elle a été assemblée par l'effet de la pesanteur. Sur ces principes, il avance comme un paradoxe, que la Terre n'est pas

tout-à-fait sphérique, mais d'une figure de sphère abbaissée vers les Pôles, telle que seroit à peu près une Ellipse en tournant sur son petit axe, & il conclut que le diametre de l'Equateur excède l'axe de la Terre de $\frac{1}{578}$, au lieu que suivant M. Newton, cet excès n'est que de $\frac{1}{230}$ du diametre de l'Equateur.

Tout au contraire, M. Einsenschmid célèbre Mathématicien de Strasbourg, ayant examiné la grandeur du degré qui resuetoit de plusieurs dimensions faites sous différens parallèles par divers Mathématiciens, trouva que la grandeur du degré de la Terre tirée des mesures de Snellius faites en Hollande, étoit plus petite que celle que M. Picard avoit déterminée par ses observations faites en France qui est plus vers le Midi; que la grandeur du degré qui resulte des mesures de M. Picard faites aux environs de Paris, étoit plus petite que celle qui avoit été trouvée par le P. Riccioli à Bologne qui est plus méridionale que Paris, & que celle-ci étoit encore plus petite que la grandeur du degré qui avoit été autrefois déterminée par Eratosthenes entre la ville d'Alexandrie & celle de Syene qui étoit sous le Tropique du Cancer; cette inégalité de degrés qui augmentoient de grandeur en s'approchant de la ligne équinoctiale, lui fit juger que la Terre n'étoit point sphérique, mais qu'elle avoit la figure d'un sphéroïde allongé vers les Poles, dont les Méridiens sont représentés par des Ellipses & l'Equateur, & les parallèles par des cercles.

Il détermine sur ce fondement l'inégalité des degrés d'un Méridien de la circonférence de la Terre; mais il avoué qu'il seroit à souhaiter qu'on fît encore de ces observations près du Pole & de l'Equateur, pour déterminer plus exactement & avec plus de certitude la figure & la grandeur de la Terre; & que la ligne méridienne qu'on devoit tirer par l'Observatoire Royal de côté & d'autre jusques aux confins du Royaume seroit d'une très-grande importance pour décider cette question.

Il rapporte aussi dans son Traité de la Figure de la Terre

les sentimens de divers auteurs, qui ont, de même que lui, jugé que la Terre étoit allongée vers les Poles, & il cite entr'autres M. Burnet, qui considérant que par la révolution journalière de la Terre, la masse de l'eau reçoit un plus grand degré de vitesse vers l'Equateur que vers les Poles, où elle décrit de plus petits cercles, les parties de l'eau qui sont les plus agitées, font effort pour s'éloigner du centre de leur mouvement, & ne peuvent s'élever à cause de l'air qui les environne de tous côtés & qui leur résiste; de sorte qu'elles sont obligées de s'écouler de part & d'autre pour se mettre en équilibre: car, ajoute-t-il, les eaux qui trouvent quelque obstacle, s'écoulent du côté où elles trouvent un passage, & où leur mouvement est plus libre, de sorte que par la diminution des eaux de la Mer qui sont vers l'Equateur, le globe de l'eau s'est un peu allongé vers les Poles, & la croûte de terre qui s'est formée par-dessus, a dû prendre la même figure.

Dans cette diversité d'opinions touchant la Figure de la Terre, nous avons cru devoir examiner quelle est celle qui résulte des Observations que nous avons faites dans la partie méridionale de la France, comparées à celles que M. Picard avoit faites dans des lieux plus septentrionaux.

La mesure de la Terre de M. Picard s'étend depuis le parallèle d'Amiens, qui est de $49^{\text{d}} 54' 46''$, jusqu'au parallèle de Malvoisine, qui est de $48^{\text{d}} 31' 48''$, & dans cet intervalle qui est d'environ un degré & un tiers, la grandeur du degré d'un Méridien résulte de 57060 toises.

Nos mesures commencent à l'Observatoire Royal de Paris qui est sous le parallèle de $48^{\text{d}} 50' 10''$ & se terminent à Collioure, qui est vers l'extrémité méridionale de la France sous le parallèle de $42^{\text{d}} 31' 13''$. Dans cette étendue qui est de $6^{\text{d}} 18' 57''$ nous avons trouvé la grandeur de chaque degré, l'un portant l'autre, de 57100 toises. Ainsi si l'on suppose les observations de M. Picard & les nôtres, exactes dans toutes leurs circonstances, il résulte que les degrés qui sont vers le Septentrion sont plus petits que ceux qui sont vers le Midi,

& que par conséquent la figure d'un Méridien de la Terre doit être telle, que les degrés augmentent plus on s'approche de l'Equateur, & diminuent au contraire en allant vers les Poles; ce qui est la propriété d'une Ellipse dont le grand diamètre représente l'axe de la Terre, & le petit diamètre celui de l'Equateur, comme on le démontrera dans la suite.

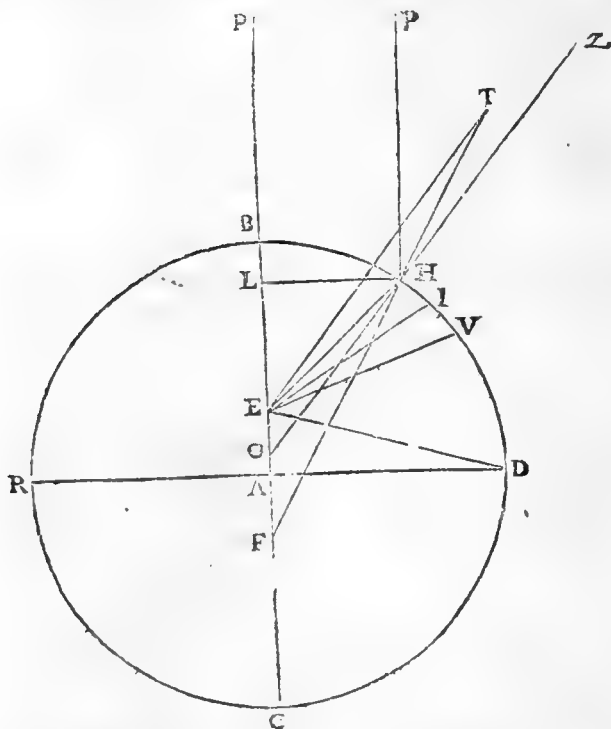
Cette Ellipse tournant autour de son grand axe forme par sa révolution un sphéroïde dont les Poles sont aux extrémités du grand axe, & dont l'Equateur & les parallèles sont représentés par des cercles. Cette Figure est celle que nous attribuons à la Terre, & nous donnerons, suivant cette hypothèse, une méthode fort simple pour diviser les Ellipses qui représentent les Méridiens de la Terre en degrés & minutes, & déterminer l'inégalité de ces degrés, qui sont terminés dans le Ciel par des perpendiculaires à l'horison, lesquelles passent par le Zénit & coupent tout l'axe de la Terre en des points différents. Soit *BDCR*, une Ellipse qui représente un Méridien de la Terre, dont les Poles *B* & *C*, soient à l'extrémité du grand axe *BC*, & dont les foyers *E* & *F*, soient pris à discrétion.

On veut diviser cette Ellipse en degrés, c'est-à-dire, trouver divers points *H*, *I*, *V*, tels que la distance du Pole au Zénit de chacun de ces points soit d'un certain nombre de degrés donnés tels que l'on voudra.

Soit mené d'un des foyers de l'Ellipse *E*, la ligne *ET*, qui fasse avec l'axe *BC*, un angle *BET* égal à la distance donnée du Pole au Zénit. Soit pris avec un compas un intervalle égal à l'axe *BC*, & de l'autre foyer *F*, comme centre, soit décrit à cet intervalle un arc de cercle qui coupe en *T* la ligne *ET*. Je dis que la ligne *FT* tirée du point *T* au foyer *F*, coupera l'Ellipse au point *H*, qui est tel que la distance du Pole au Zénit de ce lieu soit du nombre de degrés donnés.

D É M O N S T R A T I O N .

Du point H soit élevée HZ perpendiculaire à l'Ellipse qui passe par le Zénit Z , & étant prolongée en dedans



rencontre l'axe de la Terre en O , & divisé par la propriété de l'Ellipse, l'angle EHF en deux parties égales. Soit aussi mené du point H , HP parallèle à l'axe BC , & dirigé au Pole P qu'on suppose à une distance infinie. L'angle PHZ ou POZ mesure la distance du Pole au Zénit d'un habitant qui seroit sur la Terre au point H .

Par la

Par la construction FT est égale à l'axe BC ; mais BC par la propriété de l'Ellipse est égale à EH plus HF ; retranchant FH commun, on aura EH égal à HT . Les angles ETH , TEH , seront donc égaux, & par conséquent chacun la moitié de l'angle externe EHF ; mais l'angle EHO est aussi égal à la moitié de l'angle EHF ; les angles TEH , EHO , seront donc égaux entr'eux; & par conséquent les lignes ET , HO , seront parallèles entr'elles, & l'angle POZ qui mesure la distance du Pole au Zénit du point H , sera égal à l'angle BET qui par la construction a été fait égal à la distance donnée du Pole au Zénit; ce qu'il falloit démontrer.

Si l'on suppose présentement la proportion du grand diamètre de l'Ellipse BC à la distance EF entre les foyers telle que l'on voudra; on pourra déterminer par le calcul tous les points de l'Ellipse comme H , qui terminent les degrés, en faisant; comme FT , ou BC est à EF , ainsi le sinus de l'angle PET distance donnée du Pole au Zénit, est au sinus de l'angle ETF ou TEH , dont la valeur sera par conséquent connue. Cet angle TEH étant adjoint à l'angle PET , distance donnée du Pole au Zénit du point H , donne la valeur de l'angle BEH que la ligne tirée du foyer au point H cherché, fait avec l'axe de l'Ellipse.

Maintenant dans le triangle EHF dont le côté EF est connu, aussi-bien que l'angle EHF qui est le double de l'angle TEH , & l'angle FEH supplément de l'angle BEH , on aura la valeur du côté EH connu en parties de l'axe BC .

On trouvera par la même méthode les angles BEI , BEV &c. & la valeur des lignes EI , EV , pour la distance du Pole au Zénit de tous les degrés de la circonférence de la Terre; & dans les triangles HEI , IEV , rectilignes, dont les côtés HE , EI , EV sont connus aussi-bien que les angles compris entre les côtés HEI , IEV qui sont la différence entre les angles BEH , BEI , BEV déterminés ci-dessus, on connoîtra la valeur des cordes HI , IV comprises entre chaque degré.

On aura donc la proportion exacte des cordes de chaque degré de la circonférence de la Terre dans l'hypothèse Elliptique ; & comme la proportion de ces cordes entr'elles n'est pas sensiblement différente de la proportion qu'ont entr'eux les arcs des Ellipses qu'elles soutiennent , on aura en même temps la proportion entre les degrés de la circonférence de la Terre à telle distance du Pole que l'on voudra , supposant l'excentricité de la Terre d'une certaine quantité.

Pour une plus grande précision , on pourroit calculer la proportion qu'il y a entre les cordes des demi & quarts de degré de la circonférence de la Terre , afin que la différence qu'il peut y avoir entre la proportion des arcs & celle des cordes , fût moins sensible : mais si l'on considère que l'excès de l'arc d'un degré sur la corde qui le soutient , n'est que d'environ quatre pieds , il est aisé de juger que la différence qu'il y a entre la proportion des cordes de chaque degré & celle des arcs des Ellipses qu'elles soutiennent , est absolument insensible ; joint à cela que les mesures que nous avons employées pour déterminer la grandeur de la Terre , ont été faites suivant les lignes droites & non pas suivant la courbure de la circonférence de la Terre.

Ayant appliqué la méthode qu'on vient d'expliquer , à la Figure de la Terre , que nous avons d'abord supposée semblable à celle de l'Orbe de la Lune dans l'hypothèse Elliptique , & dont la distance entre les foyers est , suivant les Astronomes modernes , d'environ la vingt-troisième partie du grand diamètre ; nous avons trouvé que , selon cette hypothèse , les degrés augmentoient de grandeur en s'éloignant du Pole , & s'approchant de l'Equateur conformément à nos Observations , mais que cette augmentation d'un degré à l'autre à la distance du Pole de quarante degrés , n'étoit que de deux toises & quatre pieds , ce qui est trop peu pour représenter l'inégalité des degrés qui résulte de la comparaison de nos Observations avec celles de M. Picard.

Nous avons donc été obligés de supposer l'excentricité de

la Terre plus grande, & nous avons trouvé qu'en établissant la distance entre les foyers de l'Ellipse qui représente un Méridien de la Terre, double de celle qu'on attribue à l'Orbe de la Lune, en sorte que cette distance soit au grand diametre de la Terre comme 8724 à 100000, c'est-à-dire, à peu près comme 1 à 11, cette Ellipse représente parfaitement la figure d'un Méridien de la Terre, tel qu'il résulte de nos Observations comparées à celles de M. Picard.

On trouve par exemple, que le degré compris entre les paralleles de 49 & de 50 degrés, étant de 57060 toises, suivant qu'il a été déterminé dans la mesure de la Terre, celui qui est entre les paralleles de 50 & de 51 degrés, est de 57071 toises & deux pieds, plus grand de 11 toises deux pieds que le précédent; & que la somme de six degrés compris entre les paralleles des lieux dont nous avons déterminé la distance, est de 342600 toises, ce qui donne la grandeur de ces degrés, l'un portant l'autre, de 57100 toises, telle que nous l'avons observée.

On trouve aussi que, suivant l'hypothese de la Terre Elliptique, la plus petite inégalité d'un degré à l'autre, est vers les Poles & vers l'Equateur, où elle n'est que de deux à trois pieds. Cette inégalité dans les degrés augmente ensuite de côté & d'autre jusqu'au parallele de 45 degrés, où elle est la plus grande qui soit possible, & où on l'a calculée d'environ 11 toises & demi.

Il suit de-là que les lieux les plus convenables pour connoître s'il y a quelque inégalité dans les degrés d'un Méridien de la Terre, sont compris entre les paralleles de 40 & de 50 degrés, qui sont précisément ceux que nous avons déterminés par nos Observations. Cette même inégalité dans les degrés, devoit s'observer vers le parallele de 45 degrés, quand même on supposeroit la Terre abaissée vers les Poles; avec la différence que les degrés diminueroient de grandeur en s'approchant de l'Equateur, ce qui est contraire à nos Observations.

En continuant cette recherche, on trouve la grandeur du

196 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
degré d'un Méridien près du Pole, de 56785 toises & demie;
& celle du degré près de l'Equateur, de 57440 toises, de
forte que du plus grand au plus petit degré de la Terre, il y a
une différence de 655 toises.

Prenant la somme de tous les degrés d'un Méridien, on
aura la circonférence de 20, 560, 295 toises, plus grande
seulement de 4295 toises, que ne seroit la circonférence de
la Terre supposée sphérique, lorsque la grandeur du degré est
de 57100 toises.

A l'égard de l'axe de la Terre, on le trouvera de 6, 557,
040 toises, plus grand que dans l'hypothèse sphérique de 13856
toises, ou environ sept de nos lieux. On aura aussi la distance
entre les deux foyers de la Terre de 286, 018 toises ou 443
lieux; & dans le triangle rectangle *DAE* dont le côté *AE*
moitié de l'intervalle entre les deux foyers, est connu aussi-
bien que l'hypothénuse *ED*, qui par la propriété de l'Ellipse
est égale à la moitié du grand diamètre *BC*, on trouvera
AD de 3266020 toises, dont le double *DR* diamètre de
l'Equateur sera de 6, 532, 040 plus petit que l'axe *BC* de
25000 toises, ou douze à treize de nos lieux.

La différence entre l'axe de la Terre & le diamètre de
l'Equateur, sera donc la deux cens soixante & deuxième
partie de ce diamètre plus grande de la moitié que celle
que M. Huygens a déterminée, & à peu-près de même que
celle de M. Newton, mais en sens contraire.

Le diamètre de l'Equateur étant connu, on aura la circon-
férence de 20, 521, 006 toises, ce qui donne la grandeur
des degrés de l'Equateur, qui dans cette hypothèse sont égaux
entr'eux de 57003 toises, à peu-près de même que celui du
Méridien, qui est à la distance du Pole de 36 degrés.

Prenant la différence entre la circonférence d'un Méridien
qu'on a trouvé de 20, 560, 295 toises, & celle de l'Equa-
teur qui est de 20, 521, 006 toises, on aura 39289 toises
ou environ 20 lieux, dont le circuit de la Terre autour d'un
de ces Méridiens, excède son circuit autour de l'Equinoctial.

On peut, suivant ces mêmes principes, déterminer en toises ou lieues le diamètre & la circonférence de chaque parallèle : car dans le triangle rectangle ELH , l'angle LEH & l'hypothénuse EH étant connus, on trouvera la valeur du côté LH demi-diamètre du parallèle qui passe par le point H , dont la latitude est connuë.

La grandeur des Méridiens & des Paralleles de la Terre, étant ainsi déterminée par rapport à nos Observations, on pourra l'employer dans la construction des Globes terrestres & des Cartes Géographiques.

Pour en faciliter la description, nous avons dressé une Table où l'on a marqué en toises & en pieds la grandeur de tous les degrés des Méridiens depuis les Poles jusqu'à l'Équateur.

Cette Table servira à comparer non-seulement les Observations qui ont déjà été faites à diverses distances du Pole, pour déterminer la grandeur de la Terre ; mais même celles que l'on pourra faire dans la suite dans le même dessein, sous divers autres parallèles.

TABLE des Degrés des Méridiens de la Terre.

Hauteur du Pole.	Distance du Pole au Zénit.	DEGRÉS d'un Méridien.		Hauteur du Pole.	Distance du Pole au Zénit.	DEGRÉS d'un Méridien.		Hauteur du Pole.	Distance du Pole au Zénit.	DEGRÉS d'un Méridien.	
Degres.	Degrés.	Toises.	Pieds.	Degrés.	Degrés.	Toises.	Pieds.	Degrés.	Degrés.	Toises.	Pieds.
90	0	56785	3	60	30	56952	5	30	60	57280	1
89	1	56785	5	59	31	56962	5	29	61	57289	5
88	2	56786	4	58	32	56973	1	28	62	57299	2
87	3	56787	5	57	33	56983	3	27	63	57308	4
86	4	56789	3	56	34	56994	0	26	64	57317	5
85	5	56791	3	55	35	57004	5	25	65	57326	3
84	6	56793	5	54	36	57015	4	24	66	57335	1
83	7	56796	3	53	37	57026	3	23	67	57343	2
82	8	56799	4	52	38	57037	4	22	68	57351	2
81	9	56803	1	51	39	57048	5	21	69	57359	0
80	10	56807	0	50	40	57060	0	20	70	57366	2
79	11	56811	2	49	41	57071	2	19	71	57373	2
78	12	56815	5	48	42	57082	4	18	72	57380	1
77	13	56820	5	47	43	57094	0	17	73	57386	4
76	14	56826	1	46	44	57105	3	16	74	57392	5
75	15	56831	4	45	45	57117	0	15	75	57398	3
74	16	56837	5	44	46	57128	2	14	76	57404	0
73	17	56844	1	43	47	57139	4	13	77	57409	0
72	18	56850	5	42	48	57151	1	12	78	57413	4
71	19	56857	5	41	49	57162	2	11	79	57418	0
70	20	56865	0	40	50	57173	4	10	80	57422	0
69	21	56872	4	39	51	57184	5	9	81	57425	3
68	22	56880	3	38	52	57195	5	8	82	57428	4
67	23	56888	4	37	53	57206	5	7	83	57431	3
66	24	56897	1	36	54	57217	5	6	84	57433	5
65	25	56905	5	35	55	57228	3	5	85	57435	5
64	26	56914	5	34	56	57239	1	4	86	57437	3
63	27	56924	0	33	57	57249	4	3	87	57438	4
62	28	56933	4	32	58	57260	0	2	88	57439	3
61	29	56943	0	31	59	57270	1	1	89	57440	0
60	30			30	60			0	90		



EXPERIENCES ET REFLEXIONS

Sur la prodigieuse ductilité de diverses Matières.

Par M. DE REAUMUR.

L'ART, comme la Nature, a des merveilles que souvent nous n'apercevons pas, parce qu'elles sont continuellement sous nos yeux; contents de satisfaire nos besoins ou notre luxe, nous ne nous avisons guères d'aller chercher à quelles ingénieuses pratiques nous sommes redevables des choses dont nous faisons un usage ordinaire. L'art du Tireur d'or, que nous avons décrit depuis peu dans nos Assemblées particulières, le prouve assés. Ceux qui se parent des fils qu'il prépare d'une manière si surprenante, sont rarement ceux qui remarquent ce que ces fils d'or ont de véritablement admirable. Quelques Philosophes les ont examinés attentivement; ils en ont tiré d'excellentes preuves de la prodigieuse divisibilité de la matière, auxquelles ils eussent encore pu donner plus de force, s'ils eussent été plus instruits de tout ce que sçait faire l'art du Tireur d'or: ils ont aussi cherché à rendre raison de cette grande ductilité des métaux, mais c'est un des plus grands secrets de la nature. La cause de la ductilité tient à ce que la Physique a de plus obscur, je veux dire, à la cause de la dureté, & a outre cela ses difficultés particulières. Nous ne sommes pas plus en état que ces Philosophes, d'expliquer cette propriété des corps, mais nous sommes plus en état de faire voir jusqu'où l'art en sçait profiter. Nous avons eu occasion de faire diverses expériences sur cette matière, nous allons les rapporter; nous examinerons les effets de la ductilité de corps fort différents. On ne sera peut-être pas fâché de trouver réuni dans un même point de vûë, ce qu'il y a de plus singulier dans un sujet sur lequel

l'art & la nature semblent nous fournir à l'envi des choses remarquables.

En général, les corps ductiles sont ceux qui étant frappés, pressés ou tirés, s'étendent sans se rompre, dans un sens, à peu-près de ce qu'ils diminuent dans un autre; tels sont les métaux qui, sous les coups de marteau, acquièrent en longueur & en largeur, ce qu'ils perdent en épaisseur, ou qui étant tirés par une filière, deviennent plus longs à mesure que leur grosseur diminue. Nous avons encore une autre espèce de corps, qui, quoiqu'ils ne soient pas malléables comme les métaux, peuvent néanmoins être appelés ductiles; les colles, les gommes, les résines, & tous les corps qui ayant été ramollis par l'eau, par le feu, ou par quelque autre dissolvant, se tirent en fils, nous fourniront des exemples de cette sorte de ductilité. Les corps ductiles peuvent donc se diviser en deux classes, dont la première contient les corps ductiles, que nous nommerons *durs*, & qui sont malléables, ce sont ceux dont nous parlerons d'abord; la deuxième classe est composée des corps ductiles *mous*, qu'on peut étendre en les tirant, quoiqu'ils ne soient pas malléables, & ce sont ceux que nous examinerons ensuite.

La manière la plus commune d'étendre les corps ductiles durs, c'est de les étendre en les frappant à coups de marteau; avec de pareils coups bien ménagés, la plupart des ouvriers en or, en argent, en cuivre, en étain, donnent les figures qu'il leur plaît à des masses informes. Quoique ces sortes d'ouvrages méritent plus d'attention qu'on ne leur en donne communément, notre dessein n'est pas de nous y arrêter; à présent nous ne voulons considérer les corps ductiles que par rapport à la grande étendue qu'ils peuvent acquérir.

Il n'y a guères que les Batteurs d'or qui, avec le secours seul du marteau, rendent des lames de métal extrêmement minces. Ils nous préparent ces feuilles que nous employons dans la plupart de nos dorures; on sçait qu'ils les tirent d'un lingot assés gros, dont ils diminuent l'épaisseur à un tel point; que les

que les feuilles qui en sont formées, cedent au plus léger soufflé du vent. Pour sçavoir par une voye plus sûre que par le recit des ouvriers, auquel Rohault s'en est rapporté; pour sçavoir, dis-je, jusqu'où cet art sçait actuellement étendre l'or, j'ai pris une certaine quantité de feuilles des plus minces, sçavoir de celles qu'on met dans les livrets ordinaires; j'ai mesuré avec soin leur grandeur, & je les ai pesées dans des balances très-fines; j'ai vu qu'un grain d'or battu, (or qu'est-ce qu'un grain d'or?) avoit une étendue de 36 pouces quarrés & demi, & 24 lignes quarrées; c'est-à-dire, qu'une once d'or qui étant sous la forme d'un cube, n'auroit que 5 lignes & $\frac{1}{2}$ de ligne au plus, soit en largeur, soit en longueur, soit en hauteur, & qui ne couvriroit qu'une surface d'environ 27 lignes quarrées; que cette once d'or, lorsqu'elle a été étendue par les Batteurs d'or, couvre une surface de plus de 146 pieds quarrés & demi, étendue près de la moitié plus grande que celle qu'on sçavoit donner à l'or en feuilles il y a 90 ans. On regardoit avec surprise, du temps du Pere Mersenne, que d'une once d'or on pût former 1600 feuilles, qui toutes ensemble ne couvroient pourtant qu'une surface de 105 pieds quarrés. Il seroit long d'expliquer ici ce qui a le plus contribué à perfectionner cet art; nous ne voulons pas même nous arrêter à faire remarquer l'adresse des hommes, qui a été chercher dans les intestins des bœufs, ces feuilles d'un parchemin délié, sans lesquelles on ne sçauroit réduire l'or en feuilles si minces.

Après tout, quelque considérable que soit l'étendue de la surface de l'or en feuilles, elle n'aura plus rien de merveilleux, lorsque nous la comparerons avec celle que le même métal acquiert chés les Tireurs d'or. Il y a à la vérité telle feuille d'or battu, qui, dans certains endroits, n'a pas $\frac{1}{30000}$ de ligne d'épaisseur; mais $\frac{1}{30000}$ de ligne est une épaisseur assez grande, par rapport à l'épaisseur de l'or qui couvre les lames d'argent doré qui sont filées sur la soye.

Pour mieux connoître combien l'or est alors étendu, &

combien il est prodigieusement mince, il est nécessaire d'avoir du moins une idée grossière des procédés des Tireurs d'or. Ce fil que nous nommons communément du fil d'or, & qui, comme personne ne l'ignore, n'est que du fil d'argent doré, est tiré d'une grosse barre d'argent; on prend cette barre du poids d'environ 45 marcs; en l'arrondissant, on en forme un cylindre ou rouleau qui a 15 lignes de diamètre, & un peu moins de 22 pouces de hauteur; on dore ce lingot avec les feuilles que préparent les Batteurs; on en employe pourtant à cet usage, de plus épaisses que celles qui sont destinées à nos dorures ordinaires, & on en met souvent plusieurs les unes sur les autres: après tout, quoique la couche d'or qui couvre ce lingot soit considérablement plus épaisse que celle de nos autres dorures, elle est encore assez mince; il est aisé d'en juger par le volume d'or qu'on y fait entrer. Pour dorer ces 45 marcs d'argent, on n'employe jamais plus de six onces d'or, c'en est assez pour faire du surdoré; mais on n'y fait pas entrer deux onces, & souvent n'y en fait-on pas entrer beaucoup plus d'une, lorsqu'on veut du fil aussi légèrement doré que l'est le plus commun fil d'or de Lyon, c'est-à-dire, que la couche d'or qui enveloppe ce lingot, n'a jamais d'épaisseur plus de la 15.^{me} partie d'une ligne, que souvent elle n'en a que la 30.^{me} ou la 45.^{me} partie, & enfin qu'elle n'en a quelquefois que la 90.^{me} partie.

Cependant combien cette couche d'or déjà mince, doit-elle le devenir davantage? combien de fois, pour ainsi dire, doit-elle être divisée? On allonge le lingot qu'elle couvre jusqu'à la finesse égale, ou surpasse celle des cheveux. On le fait passer successivement par des trous plus déliés les uns que les autres, ou, ce qui est la même chose, par des filières. A mesure qu'il passe par un trou, son diamètre diminue, il gagne en longueur ce qu'il perd en grosseur, il augmente par conséquent en surface; l'or qui couvre ce lingot d'argent, ne cesse point de le dorer, quelque prodigieusement qu'on l'étende, il suit toujours l'argent, il ne le laisse point

à découvert. Cependant combien de divisions a-t-il souffert, lorsque le lingot réduit en fil a un diamettre environ 9000 fois plus petit que celui qu'il avoit en lingot? Mais pour nous faire une idée plus sensible de la prodigieuse ductilité de l'or, voyons la longueur à laquelle arrive le lingot tiré à la dernière finesse.

J'ai pesé avec soin un demi-gros de fil du plus délié, & j'ai mesuré avec le même soin la longueur de ce demi-gros de fil, je l'ai trouvée de 202 pieds; par conséquent, l'once de fil avoit 3232 pieds de longueur, & le marc ou 8 onces en avoient 23856. Notre lingot qui pesoit 45 marcs, & qui n'avoit d'abord que 22 pouces de long, étoit donc parvenu entre les mains des Tireurs d'or à une longueur de 1163520 pieds, ou réduisant les pieds en toises, & prenant la lieuë de 2000 toises, la longueur de 22 pouces, avoit été changée dans une longueur de 96 lieuës & 196 toises, étenduë qui surpasse beaucoup celle que le Pere Mersenne & Furetiere, ont donnée à l'allongement du lingot: celui-ci dit, après le premier, qu'une demi-once de fil s'étend à 100 toises & plus, ce plus est considerable; à 100 toises pour la demi-once, ce ne seroit que 1200 pieds pour l'once, & nous venons de la trouver de 3232 pieds. Rohault a trouvé aussi l'allongement beaucoup plus petit que nous.

Ce lingot tout long qu'il est, lorsqu'on l'a réduit en fil si délié, n'en reste pas-là, il a encore à s'allonger. La plus grande partie du fil d'or se file sur la soye, & avant que de l'y filer on l'applatit, on le fait passer entre des rouës d'acier extrêmement polies; les rouës en l'applatissant, l'allongent de plus d'un 7.^{me}; voilà donc la longueur de notre lingot encore augmentée de plus d'un 7.^{me}, c'est-à-dire, que le voilà parvenu à une longueur de 111 lieuës; aussi est-il alors réduit en lames bien étroites & bien minces: la largeur de ces lames, n'est que d'environ $\frac{1}{8}$ de ligne, d'où il suit que leur épaisseur n'a que $\frac{1}{256}$ de ligne. Le calcul en est aisé à faire; le poids d'un pied cube d'or & le poids d'un pied cube d'argent, étant connus

par des expériences affés exactes, nous supposons ici que le pied cube d'or pese 21220 onces, & que le pied cube d'argent en pese 11523. Nous ne nous arrêterons point à montrer le chemin qu'on doit suivre pour connoître que l'épaisseur de ces lames d'argent, n'est que d'un 256.^{me} de ligne: on aimera peut-être mieux considérer combien est mince la feuille d'or qui couvre des lames d'argent déjà fort minces. Il y a de quoi bien étonner l'imagination, si l'on se souvient de la petite quantité d'or qu'on a appliquée sur le lingot d'argent; supposons qu'on en ait mis deux onces, nous avons dit qu'on en employoit souvent moins; si l'on se donne la peine de calculer quelle est la surface que couvrent ces deux onces d'or, on trouvera qu'elle est de 2380 pieds quarrés, ou qu'une once enveloppe 1190 pieds quarrés, & tout ce que les Batteurs d'or savent faire, c'est de l'étendre à 146 pieds quarrés & quelques lignes quarrées.

Mais l'or si prodigieusement étendu, combien est-il mince? Le calcul précédent servira encore à montrer que son épaisseur n'a pas $\frac{1}{173000}$ de ligne; il faudroit afin que l'épaisseur de l'or qui couvre l'argent, fût d'un $\frac{1}{173000}$, que l'or fût par-tout également épais, c'est cependant une supposition qu'on auroit tort de faire; quelque soin qu'on se donne en battant les feuilles d'or, il est impossible de les battre également; on distingue d'une manière sensible par leur plus & leur moins d'opacité, qu'elles sont au moins une fois plus épaisses dans certains endroits que dans d'autres: ces feuilles lorsqu'elles dorent le lingot, le dorent donc inégalement, & de façon qu'il y a des endroits où l'or est une fois plus mince. Or si l'on cherche l'épaisseur de l'or dans ces endroits où il est le plus mince, on trouvera qu'elle n'est égale qu'à la 262500 partie d'une ligne. Qu'est-ce que la 262500.^{me} partie d'une ligne? C'est une petitesse si énorme, que l'imagination ne sauroit se la représenter; aidons-la néanmoins à s'en faire quelque idée, en disant que cette épaisseur de l'or est une aussi petite partie de la longueur d'une ligne, qu'une ligne est une petite partie de

1822 pieds 11 pouces, ou de près de 304 toises : or qu'est-ce que la longueur d'une ligne par rapport à celle de 304 toises ?

Ce n'est pourtant pas encore là le terme jusqu'où peut être poussée la ductilité de l'or ; au lieu de deux onces, on n'auroit pû n'en employer qu'une ; l'or qui auroit couvert les lames d'argent, n'auroit donc eu alors d'épaisseur dans certains endroits, que la 525000.^{me} partie d'une ligne. Enfin, les lames d'argent toutes minces qu'elles sont, peuvent rester dorées & devenir la moitié plus minces, il n'y a qu'à les presser davantage entre les rouës, en les applatissant doucement, de façon que le frottement ôte peu à des couches déjà si deliées, & ces lames certainement restent dorées, quoiqu'on leur donne une fois plus de largeur que nous ne l'avons dit ci-dessus, c'est-à-dire, quoiqu'on leur donne $\frac{1}{4}$ de ligne ; l'épaisseur de l'or qui les couvre, est donc réduite alors à n'avoir pas la millionnième partie d'une ligne, ou elle est une aussi petite partie d'une ligne, qu'une ligne est une petite partie de 1200 toises : l'imagination ne peut guères s'accommoder de cette affreuse petitesse, elle ne peut guere comprendre que l'art puisse diviser une ligne dans des parties aussi petites, qu'une ligne est petite par rapport à une étendue de plus d'une demi-licuë.

Peut-être aussi seroit-on disposé à croire que l'or qui couvre les lames d'argent, a beaucoup plus d'épaisseur que le calcul ne lui en donne ; & cela, parce que l'or pourroit être divisé en petits grains écartés les uns des autres, quoique pourtant assez proches pour donner leur couleur à l'argent ; en un mot, il seroit assez naturel de croire que l'or qui couvre les lames, ne forme pas une feuille continuë, mais l'expérience démontre le contraire. Si l'on met dissoudre dans de l'eau-forte des fils dorés traits, ou des lames dorées, quelque petits que soient ces fils, & quelque minces que soient ces lames, après que l'eau forte a dissous l'argent, les fils & les lames dorées changent en de petits tuyaux creux, parce que l'eau-forte

n'agit point sur l'or ; d'où on voit évidemment que l'or qui couvre l'argent, forme un corps continu. L'art est donc parvenu à sçavoir diviser un morceau d'or de l'épaisseur d'une ligne en un million de feuilles.

L'art n'est pas, à beaucoup près, allé si loin en travaillant les corps ductiles mous ; dans ce genre, il n'y a guères que le verre qu'on sçache étendre considérablement. Qu'on ne soit pas surpris, au reste, de ce que nous donnons le premier rang parmi les ductiles mous au plus cassant, & pour ainsi dire, au plus roide de tous les corps ; on sçait que lorsque la chaleur du feu l'a bien pénétré, l'ouvrier le peut figurer comme une cire molle. Mais ce qu'il y a de plus singulier, & ce qui regarde directement notre sujet, c'est qu'on le tire en filets d'une grande finesse & extrêmement longs ; les fileuses ordinaires ne forment pas aussi aisément leurs fils de chanvre ou de lin, que les fileurs de verre forment des fils de cette cassante matière.

On connoît ces aigrettes que l'on place pour l'ordinaire sur les bonnets des enfans, & que l'on employe à divers autres ornemens ; on sçait que ces sortes d'aigrettes ne sont que des houppes formées d'une infinité de fils de verre ; & quoiqu'on le sçache, on a peine à reconnoître le verre dans ces fils, qui, plus déliés que les cheveux, se plient comme eux au gré du vent. A un ouvrage si singulier, il ne manque, pour être fort cher & fort estimé, que d'être plus difficile à faire, mais rien n'est plus simple que la manière de l'exécuter ; il occupe en même temps deux ouvriers, & ne demande presqu'aucune adresse ni de l'un ni de l'autre.

Le premier tient un des bouts d'un morceau de verre ou d'émail sur la flamme d'une lampe ; lorsque la chaleur a ramolli ce morceau de verre, un second ouvrier applique contre le verre en fusion, le bout d'un crochet qui est aussi de verre ; il retire aussi-tôt ce crochet, qui entraîne un brin de verre qui n'est point séparé du reste de la masse ramollie : l'ouvrier engage ensuite ce crochet sur la

circonférence d'une rouë d'environ deux pieds & demi de diametre, elle est posée verticalement, & elle est la principale partie d'un rouet semblable aux rouets ordinaires; le crochet étant arrêté sur la circonférence de cette rouë, il ne reste plus au second ouvrier qu'à la faire tourner; à mesure qu'elle tourne, elle tire des parties du verre fondu, elle les oblige à s'éloigner du reste de la masse: ces parties toujours adhérentes à celles qui les ont entraînées, & à celles qu'elles entraînent ensuite elles-mêmes, forment un fil qui vient entourer la circonférence de la rouë; chaque tour de rouë s'enveloppe d'un nouveau tour de fil, & enfin après un certain nombre de revolutions, la circonférence de la rouë est couverte par un écheveau de fil de verre. La masse qui étoit en fusion sur la lampe, diminuë insensiblement; comme si elle étoit un peloton, elle se devide, pour ainsi dire, & passe sur la rouë; les parties qui sont éloignées de la lampe se refroidissent, elles deviennent plus adhérentes à celles qu'elles touchent, & ainsi par degrés, les parties les plus proches du feu sont les moins liées entr'elles; d'où il est clair que celles-ci doivent toujours céder à l'effort que font les autres pour les tirer vers la rouë.

Au reste, il ne faut pas croire que l'ouvrier soit obligé de faire tourner la rouë lentement, de crainte que le fil ne se rompe, il lui donne un mouvement aussi rapide qu'il veut, ou plutôt aussi rapide qu'il peut; plus la rouë tourne vite, plus on expedie d'ouvrage en un certain temps, & le fil ne s'en casse pas pour cela plus souvent.

Ces fils formés d'une maniere si simple, ne sont pas partout d'une égale grosseur, leur contour est un ovale fort applati je veux dire qu'ils ont au moins deux ou trois fois plus de largeur qu'ils n'ont d'épaisseur. Il y en a d'une grande finesse, & qui, autant qu'en peut juger la vûë simple, n'ont guères plus d'épaisseur qu'un fil de soye de vers; aussi ces fils si fins sont-ils flexibles à un point étonnant. Si on entrelace les deux bouts d'un de ces fils de verre, comme on entrelace les bouts

d'un brin de fil lorsqu'on veut le noïer, & qu'ensuite on tire les deux bouts, avant que ce fil se casse, on le plie à tel point que l'espace vuide renfermé au milieu du nœud, n'a pas une demi-ligne ni souvent même $\frac{1}{4}$ de ligne de diametre, comme je l'ai éprouvé un grand nombre de fois.

Quelque roide que nous paroisse le verre en masse, il n'est donc pas essentiellement aussi cassant & aussi peu flexible que nous nous l'imaginons; si nous avions l'art d'en tirer des fils beaucoup plus déliés, ils seroient aussi beaucoup plus flexibles, d'où il semble qu'on peut conclurre, quelque hardie que soit cette conséquence, que si nous sçavions faire des fils de verre aussi déliés que sont les fils dont les araignées enveloppent leurs œufs, nous pourrions faire des fils de verre propres à entrer dans les tissus, & que si le verre n'est pas malléable, il n'est pas vrai de dire, si on peut se servir de ce terme, qu'il ne soit pas textible. J'ai tenté diverses manières pour faire des fils de verre incomparablement plus déliés que ne le sont ceux que l'art travaille communement; mais il ne m'a pas été possible de parvenir à en faire de fort longs: il est difficile de ne pas donner un trop grand degré de fusion à une matiere déjà fort mince, telle que celle dont il faudroit se servir, & il est presque aussi difficile de tirer avec assez peu de force & d'une manière égale, des fils si fins; l'expédient qui m'a le mieux réussi a été l'expédient suivant. J'ai pris un brin de fil de verre de 7 à 8 pouces de longueur, je l'ai suspendu en l'air par un de ses bouts, & j'ai chargé son autre bout d'un petit morceau de cire qui ne pesoit peut-être pas la 10.^{me} partie d'un grain, ce petit poids suffisoit pour tirer enbas le fil de verre. Près de ce fil suspendu j'approchois une petite bougie, dès que la bougie en étoit proche à un certain point, je voyois le petit poids descendre par secousses: comme il tiroit le verre aussitôt qu'il étoit en fusion, il le contraignoit à s'allonger: par ce moyen, j'ai souvent donné plus de 9 ou 10 pouces d'étendue à une portion de fil, qui n'avoit peut-être pas 2 ou 3 lignes de longueur;

mais

mais rarement ai-je pû aller plus loin; le plus léger soufle de vent qui agitoit la flamme de la bougie, suffisoit pour l'approcher trop près du fil, elle le mettoit trop en fusion, alors il se cassoit. Il ne m'a pas même été aisé de faire assés de fils de la manière précédente, pour composer, de leur assemblage, un brin un peu gros. Cette expérience m'a du moins appris qu'avec le verre on peut former des fils plus deliés que ceux des Vers à soye; ceux que je tirois de la sorte me paroïssent presque aussi fins que des fils de soye d'Araignée; j'aurois bien voulu voir à quel point ils étoient flexibles, ils me le paroïssent prodigieusement, mais ils étoient trop fins, trop courts; & j'en avois trop peu pour les manier commodement.

Ce qui est certain, c'est que la matière même dont les Araignées & les Vers à soye forment leurs fils, est cassante lorsqu'elle est en masse, comme le sont les gommés sèches; c'est ce que j'ai expérimenté en laissant lécher de cette matière; & il est sûr, outre cela, que quand les fils qui en sont tirés, seroient moins flexibles qu'ils ne le sont, on pourroit encore en faire des tissus; d'où il semble qu'il ne nous manque que l'art de sçavoir allonger le verre, pour le pouvoir faire entrer dans des étoffes.

Au reste, si par leur finesse les fils de verre avoient acquis la flexibilité nécessaire pour être tissus, ils seroient naturellement assés forts. Pour essayer leur force, j'ai suspendu différens poids aux fils de verre les plus deliés que les ouvriers sçavent former, & j'ai trouvé qu'un seul fil pouvoit soutenir jusqu'à 15 gros sans se rompre, ou près de 2 onces: à la vérité, ces fils avoient trois ou quatre fois plus de largeur qu'un fil de soye de Ver, mais ils ne paroissent pas plus épais; d'où il suit, que quand ils seroient aussi deliés que des fils de soye de Ver, ils seroient considérablement plus forts, puisqu'un fil de soye des plus forts ne peut soutenir, sans se rompre, que deux gros & demi: leur force n'est donc, par rapport à celle des fils de verre les plus

deliés, que comme un à six, rapport plus petit que celui de leur solidité: aussi si l'on choisit les plus fins d'entre ces fils, & qu'en ayant formé un gros paquet, on divise ce paquet en différentes parties que l'on entrelace les unes entre les autres, à peu-près de la même manière que ceux qui portent de longs cheveux en forment des tresses; si, dis-je, on forme de pareilles tresses de fil de verre, on trouvera qu'elles ont beaucoup de force; divers fils pourtant se casseront pendant qu'on les entrelacera; après tout, il n'y a pas grande apparence que l'on tire des avantages considérables des fils de verre.

Les gommés, les résines, la cire, sont aussi des corps ductiles mous; mais la cire qui est de toutes ces espèces de corps, celui sur lesquels les arts s'exercent le plus, n'est guères travaillée comme ductile; il est vrai que les Ciriers font passer leurs bougies par des filières, mais ce n'est point pour les allonger, c'est pour les arrondir & pour les polir.

Si nous sommes peu habiles à travailler les corps ductiles mous, la nature nous a en quelque sorte dédommagés de ce que nous ignorons de ce côté-là; elle a instruit une infinité d'animaux à les étendre d'une manière merveilleuse, & nous n'avons qu'à mettre en œuvre les fils qu'ils nous ont préparés: on entend de reste, que c'est des fils de Vers à soye, dont je veux parler; ils ne sont formés que d'une espèce de matière visqueuse prodigieusement étendue, qui sortant du corps de l'insecte, prend de la consistance à peu-près comme les fils de verre deviennent durs en s'éloignant de la lampe, quoique pourtant par une cause différente, comme nous le dirons bientôt. Ce n'est pourtant pas à la soye des Vers que nous voulons nous arrêter pour faire voir jusqu'où la nature sçait étendre les corps ductiles mous; les animaux dont nous retirons le plus d'utilité, ne sont pas ceux où elle a rassemblé le plus de merveilles; il semble même qu'elle ait pris plus de soin à former ceux qui nous sont les plus incommodes; & pour lesquels nous avons le plus d'aversion. Les Araignées,

par exemple , ces vilains insectes , qui apparemment ne fileront jamais que pour nous incommoder , comme nous le fines voir en examinant ce qu'on pouvoit retirer de leur soye ; les Araignées , dis - je , sont incomparablement plus propres que les Vers à soye , pour faire voir jusqu'où la nature sçait allonger une liqueur gluante. Dans le discours que nous venons de citer , nous ne parlâmes qu'en passant , de l'extrême finesse de leurs fils , pour ne pas trop nous écarter de notre objet principal : nous allons à présent les examiner d'un peu plus près , & considérer la belle mécanique que la nature emploie pour les former.

*Mémoire
de 1710.
pag. 386.*

L'illustre Malpighi dans son Anatomie du Ver à soye , nous a décrit les parties d'où la soye se tire ; nous allons bien trouver un autre appareil dans le corps des Araignées. Près du derriere de l'Araignée , il y a six mammelons , * le bout de chaque mammelon est la filière par où sortent les fils de soye ; mais quelles filières ? Dans un espace plus petit que la tête de la plus petite épingle , il y a assez de trous différens pour donner sortie à une quantité surprenante de fils séparés ; on distingue ces trous par leurs effets. Si ayant choisi une grosse Araignée de jardin , prête à faire ses œufs , on applique le doigt sur une partie d'un de ses mammelons , en retirant le doigt on entraîne une quantité étonnante de fils séparés. * J'ai voulu examiner leur nombre en me servant d'un bon microscope , souvent j'en comptois plus de 70 ou 80 , mais je voyois qu'il y en avoit incomparablement davantage que je ne pouvois compter , quoique les fils que j'avois tirés , n'eussent pour base qu'une petite partie du mammelon ; enfin , quand je dirai qu'il n'y a pas de bout de mammelon qui ne puisse fournir mille fils , je dirai un nombre assés étonnant , mais qui me paroît trop petit pour exprimer le nombre de ces fils. On le pensera comme moi , si l'on veut se donner la peine d'examiner avec un excellent microscope , le bout d'un mammelon d'une Araignée de maison. Dans ce vilain insecte , on verra une partie d'une structure fort jolie ;

* Fig. 4.

* Fig. 4.
Ka, MN.

le bout de ce mammelon est divisé en une infinité de petites convexités plus petites, mais disposées à peu-près de la même manière que le sont les convexités des cornées des yeux de Papillons ou de Mouches : chaque convexité sert ici sans doute pour un fil différent, ou plutôt il y a apparence que chaque petit creux qui est entre les convexités, est percé par un trou qui donne passage à un fil, les petites élévations empêchent apparemment que les fils ne se joignent à leur sortie : ces petites convexités ne sont pas si sensibles sur le bout des mammelons des Araignées de jardin ; mais on y apperçoit une forêt de petits poils, qui servent apparemment aux mêmes usages que les convexités précédentes ; je veux dire, qu'ils séparent de même les fils les uns des autres. Quoi qu'il en soit, il paroît certain que de chaque mammelon d'Araignée il peut sortir des fils par plus de mille endroits différens ; de sorte que l'Araignée ayant six mammelons, elle a des trous pour donner passage à six mille fils. La nature n'a pas borné son travail à percer ces trous d'une petitesse immense ; les fils sont déjà formés lorsqu'ils arrivent au mammelon, ils ont chacun leur petit canal ou leur petite guaine particulière, on les trouve formés & séparés les uns des autres assez loin de l'origine des mammelons ; mais pour mieux comprendre toute cette admirable mécanique, il nous faut remonter jusqu'à la source de la liqueur dont les Araignées composent leurs fils.

Dans des insectes si petits & si mous, ces parties délicates ne seroient pas aisées à distinguer sans un peu d'attention : il est nécessaire de faire bouillir l'animal, ou de le faire sécher, ou de le laisser quelques heures dans l'esprit de vin. Après cette petite préparation, les parties les plus essentielles restent en place, & sont sensibles sans le secours du microscope. Près de l'origine du ventre, * on trouve deux petits corps d'une matière molle, ce sont-là les premières sources de la soye. Ces deux corps ont assez la figure & la transparence d'une larme de verre ; aussi pour nous exprimer

* Fig. 2.
D D.

commodement, les nommerons nous les larmes. * La pointe de chaque larme * va en serpentant, & en faisant une infinité de replis du côté des mammelons. De la base de la larme, part une autre branche beaucoup plus grosse * que celle qui sort de sa pointe; elle se recoude un plus grand nombre de fois, & fait de plus grands plis; elle forme ensuite divers lacs, & prend, comme l'autre, sa route vers le derrière de l'Araignée.

* Fig. 5.

* R.

* S.

J'ai quelquefois déployé de cette dernière branche jusqu'à 9 ou 10 pouces de long, & je n'en déployois qu'une partie. Les larmes & les branches qu'elles jettent, contiennent la matière propre à former la soye, mais une matière encore trop molle, & qui dans une Araignée qu'on n'a point fait sécher, ne se tire pas en filets fort longs. Le corps de la larme est une espèce de réservoir, & les deux branches sont deux canaux qui en partent. Lorsqu'on ne fait pas trop cuire l'Araignée, les branches sont visiblement enveloppées d'une membrane qui empêche de voir la transparence de la liqueur. Cette membrane mince s'enlève, si on frote le canal même doucement. Un peu plus près du derrière, il y a deux autres larmes plus petites; chacune de celles-ci ne jette qu'une branche, elle part de leur pointe; de sorte que de chaque côté de l'Araignée, il y a deux larmes qui par trois canaux sensibles portent la liqueur, & ces canaux la portent aux vrais réservoirs, d'où sort la liqueur propre à faire la soye.

De chaque côté de l'Araignée, * il y a trois corps que l'on doit regarder comme les derniers réservoirs où la liqueur s'assemble; nous les nommerons les grands réservoirs. * Ils sont beaucoup plus gros que les larmes; les trois, qui sont d'un même côté, sont arrangés de façon les uns auprès des autres, qu'ils ne semblent former qu'un seul corps. La figure de chacun en particulier est différente; ils ont pourtant cela de commun, qu'ils sont recoudés fix à sept fois; que dans toute leur étendue leur grosseur est à peu près égale; une de leurs extrémités est pourtant plus grosse que l'autre. La

* Fig. 2.
en EE.

* Fig. 6.

*VVV.

*TTT.

plus grosse * est la plus proche de la tête de l'insecte, & la plus petite la plus proche de l'anus. * Les trois extrémités deliées de ces reservoirs se terminent en pointe, & sont appliquées les unes près des autres, comme le sont les trois doigts du milieu de la main. C'est des trois pointes de ces reservoirs que partent les fils, ou que part la plus grande partie des fils qui sortent de trois mammelons : chaque reservoir est destiné à fournir un mammelon ; c'est ce qu'on découvre avec un peu de patience, non-seulement on voit toujours la pointe de chacun de ces corps terminée par un fil, mais si on ménage les parties voisines, on trouve quantité de fils distincts qui partent de l'extrémité de ces corps, & on suit les fils jusqu'aux mammelons.

Enfin à l'origine des mammelons, on distingue divers tuyaux charnus, il y en a apparemment autant que de mammelons. Si on enlève doucement la membrane ou la légère pellicule qui paroît couvrir ces tuyaux, on trouve qu'intérieurement ils sont remplis de fils, tous séparés les uns des autres, & qui par conséquent, sous une enveloppe commune, avoient chacun une enveloppe particulière, ou qui étoient comme des couteaux dans une gaine.

Il est vrai qu'en suivant la route de ces fils, on en trouve quantité qui viennent de plus loin que de la pointe des grands reservoirs. Les uns paroissent venir du milieu, les autres d'un peu plus bas, les autres d'un peu plus haut ; de sorte que je crois que cette immense quantité de fils qui se rassemble près des mammelons de l'Araignée, ne tire pas toute son origine des pointes de reservoirs. Il me paroît plus probable qu'il y en a qui sortent de tous leurs coudes, ou peut-être de différens endroits de ces corps ; ce qui est certain, c'est que ces corps paroissent avoir une enveloppe commune, & que l'on rencontre beaucoup de fils qui suivent leurs sinuosités.

Mais comment la liqueur s'assemble-t-elle dans les larmes ? Comment des larmes passe-t-elle dans les grands reservoirs ?

Elle a apparemment des routes que nos yeux ne peuvent appercevoir. Le célèbre Malpighi, tout clairvoyant qu'il étoit, quand il nous a donné l'anatomie du Ver à soye, s'est contenté de décrire le vaisseau où s'assemble la liqueur, d'où les vers tirent la soye. Il ne nous a expliqué ni la route par laquelle cette liqueur y entre, ni même, exactement parlant, la route par laquelle elle en sort. Que pouvons-nous faire dans un insecte plus petit que le Ver à soye, & où la nature a employé 6 ou 7000 fois plus de parties? Contentons-nous de faire quelques reflexions sur la prodigieuse ductilité de la matière dont les fils des Araignées sont composés, & sur la prodigieuse finesse des trous par où ils passent, & des tuyaux où ils se moulent. Nous avons dit, & nous n'avons pas craint de trop dire, que du bout de chaque mammelon, il peut sortir plus de 1000 fils. Ce bout de mammelon n'a pourtant pas plus de diamètre qu'une petite épingle, & les trous sont nécessairement séparés les uns des autres, par des intervalles qui doivent être beaucoup plus grands que les trous mêmes. Mais nous ne considérons encore que les plus grosses Araignées; si nous examinons les Araignées naissantes, produites par celles-ci, nous verrons qu'elles ne sont pas plutôt sorties de la coque de l'œuf, qu'elles filent: à la vérité, leurs fils ne sçauroient guères être apperçûs, mais on voit fort bien les toiles qui en sont formées; souvent elles sont aussi épaisses que celles des Araignées de maison; & cela, parce que 4 à 5 cens petites Araignées concourent ensemble à ce même ouvrage. Quelle est alors la petitesse des trous de leurs filières? C'est où l'imagination ne peut aller: à peine pourra-t-elle se représenter la petitesse de chacun de leurs mammons. Ces Araignées entières sont peut-être moins grosses que ne l'est un mammelon de celle qui leur a donné naissance; il est aisé de le voir. Chaque grosse Araignée fait 4 à 500 œufs; ces œufs sont enveloppés d'une coque, & dès que les petites Araignées ont rompu cette coque, elles commencent

à filer. Combien sont donc déliés chacun des fils qui sortent de leurs mammelons ? Il seroit inutile de faire voir que la nature sçait encore pousser beaucoup plus loin la ductilité de cette matière. Nous pourrions pourtant le montrer. Certaines Araignées sont si petites à leur naissance, qu'on ne sçauroit les distinguer sans le secours du microscope ; elles sont alors rouges, & comme elles sont jointes une infinité ensemble, elles ne paroissent à la vûë simple que comme diverses traînées de points rouges ; cependant sous ces Araignées presque imperceptibles, il se forme des toiles ; elles filent donc. Mais quelle est la ténuité des fils qui sortent de chacun des trous de leurs mammelons ? Un cheveu doit être plus gros comparé avec ces fils, que le lingot le plus gros n'est gros par rapport au fil d'argent trait. Enfin, ces fils qui se soutiennent cependant, ont moins de diametre que n'a d'épaisseur la legere couche d'or qui couvre l'argent le plus étendu. Ils sont certainement des ouvrages étonnans, aussi sont-ils des ouvrages du grand Maître.

La matière dont sont formés les fils de soye, est, comme nous l'avons dit, une matière visqueuse. Les larmes sont les premiers réservoirs où on la trouve assemblée, & ceux où elle a le moins de consistance ; elle en a beaucoup davantage dans les six grands réservoirs où elle a été portée par des canaux de communication ; elle en acquiert en chemin faisant ; une partie de l'humidité ou de la liqueur aqueuse qui y étoit mêlée, s'en dissipe pendant sa route, ou en est séparée par des parties destinées à cet usage. Enfin, cette liqueur en allant aux mammelons par des tuyaux particuliers, se sèche encore davantage, elle devient fil. Au sortir de la filière, ces fils sont cependant encore gluans ; ceux qui sont sortis de différens trous se collent ensemble à quelque distance de là. Cette matière n'est parfaitement sèche, que lorsque le reste de l'humidité s'est évaporé à l'air.

Tout cela se prouve parfaitement, si l'on fait sécher près du feu, ou si l'on fait bouillir dans l'eau, une grosse Araignée. Lorsqu'on

Lorsqu'on ne l'a pas fait cuire pendant long-temps, ou qu'on ne l'a pas fait beaucoup sécher, on trouve que les larmes ont plus de consistance, elles se tirent en fils, & la matière des grands réservoirs ne peut plus s'y tirer. Le même degré de chaleur qui a suffi pour sécher la première matière, ne suffit pas pour sécher la seconde. Enfin, si on fait cuire l'Araignée jusqu'à un certain point, la matière des larmes ne se laisse plus tirer en fils, elle paroît une espèce de colle dure; d'où il est clair que c'est précisément en séchant, ou parce que l'humidité inutile s'évapore, que la matière de la soie devient soye.

Une expérience assés séduisante m'avoit presque fait croire que ce n'est point par l'évaporation d'une matière aqueuse que les fils de soie prennent leur consistance. Ayant tiré des fils du derrière d'une Araignée, & les ayant entortillés sur un petit morceau de bois, comme sur une bobine, je plongeai l'Araignée & le morceau de bois dans l'eau, & faisant tourner le morceau de bois autour de lui-même, je devisa pendant aussi long-temps que je voulus, des fils de soie.

Je n'étois pas instruit alors de la mécanique par laquelle les Araignées filent. J'ignorois que les fils, avant que de sortir des filières, avoient déjà assés de consistance; à la vérité, il leur manque quelque chose, mais ce qui leur manque n'est pas suffisant pour empêcher qu'ils ne se devident. Au reste, ils n'achevent point de se sécher dans l'eau; ce qui le prouve décisivement, c'est que si on met tremper dans l'eau froide les larmes ou les grands réservoirs, ils n'y prennent aucune consistance, & aussi l'eau ne les dissout-elle point, ils restent dans l'état où on les y a mis.

Si au contraire on laisse pendant quelque temps une Araignée plongée dans l'esprit de vin, la matière des larmes & des grands réservoirs prend la même consistance qu'elle eût prise si on eût fait sécher l'Araignée; mais l'esprit de vin ne la dissout pas non plus que l'eau.

Au reste, la matière de ces réservoirs étant sèche, ressemble

à la soye par sa couleur, mais elle ne lui ressemble qu'en cela. Elle est semblable à une gomme ou à une colle transparente; elle se casse si on la plie jusqu'à un certain point ou un certain nombre de fois. C'est une matière qui ne peut, comme le verre, être flexible, que quand elle est divisée en des filets fort deliés; & peut-être que si la nature a si fort multiplié le nombre des trous des filières dans les Araignées, c'est parce que la matière de la soye qui se forme dans leurs corps, est plus cassante que la matière de la soye des Vers; elle a besoin d'être divisée en plus de parties: sans cela, à quoi bon former un grand nombre de fils séparés, qui ensuite se réunissent? Un seul canal auroit pû faire un fil plus gros.

Il y a apparence que la matière des réservoirs exposée à l'air, ne se sèche jamais parfaitement; je veux dire, que les parties du milieu restent un peu humectées; la surface extérieure doit sécher la première; cette surface étant sèche, ne peut plus être dissoute par l'eau, elle n'en peut plus être pénétrée; elle doit donc empêcher l'humidité qui est au milieu de la masse, de sortir, comme elle empêche l'humidité extérieure d'entrer; & c'est peut-être encore là une des raisons pour lesquelles la nature a rendu les fils d'Araignées si deliés. Pour être forts, il est nécessaire qu'ils soient secs, & ils n'auroient pas pû sécher assés s'ils eussent été moins deliés.

Enfin, il n'est pas surprenant que l'humidité s'étant une fois évaporée de la matière de la soye, elle n'y puisse plus rentrer pour la dissoudre; les intervalles qui sont entre les parties de cette matière, deviennent trop petits. La Physique nous fournit mille exemples semblables.

Il seroit temps d'expliquer d'où naît la prodigieuse ductilité de cette matière, de tâcher d'en faire connoître la nature, mais il est plutôt temps de cesser de lire; * ce seroit mal reconnoître l'attention qu'on a bien voulu me donner, que de faire acheter le récit de quelques faits, par le récit de raisonnemens toujours incertains.

* Ce discours fut lu dans une Assemblée publique.

EXPLICATION DE LA PLANCHE.

Figure premiere, est une des espèces d'Araignées qui filent de la soye, vûë par dessus.

Figure II. La même Araignée vûë en dessous. *AA* marquent l'endroit où le ventre se joint à la poitrine.

En *B* sont les mammelons & l'anüs.

DD montrent l'endroit où sont placés les premiers réservoirs que nous avons appelés larmes.

EE montrent de même l'endroit où sont les derniers réservoirs.

Figure III. est une partie du ventre d'une Araignée représentée plus grande que nature.

F est l'anüs.

GGGG sont les quatre grands mammelons seuls visibles quand l'Araignée les couche comme ils sont ici; ce qu'elle fait le plus souvent quand on la tient.

Figure IV. est encore une partie du ventre d'une Araignée représentée plus grande que nature, où l'on voit tous les mammelons disposés comme ils le sont lorsqu'on presse le ventre de l'insecte.

HH sont les deux mammelons les plus éloignés de l'anüs. Un paquet de fils *a* sort d'une partie d'un de ces mammelons.

II sont deux grands mammelons à peu-près égaux aux précédens.

KK sont deux mammelons plus petits, *L* est une partie charnuë qui recouvre le derriere de l'Araignée, elle la releve pour laisser sortir les excréments.

OMP sont trois mammelons représentés plus grands que nature; différentes espèces d'Araignées les ont faits différemment.

O est un des mammelons *H*.

M est un des mammelons *I*; on voit que d'une petite partie de celui-ci, il sort un nombre prodigieux de fils séparés *N*.

P est un des mainnelons du milieu *K*; les uns & les autres ont quantité de poils, mais on les auroit rendus trop confus, si on eût mis tous ceux que le microscope y fait voir.

Figure V. *RQS* est un des reservoirs que nous avons appellés larmes; la partie *Q* est la plus proche de *AA* dans la Figure seconde. *R* est partie de la larme qui se termine en pointe, *S* est celle qui fait un lacis avant que d'arriver aux grands reservoirs.

Figure VI. sont trois des grands reservoirs placés les uns auprès des autres, un peu moins proche pourtant qu'ils ne le sont naturellement. On a eu en vû de montrer qu'ils sont trois, dans l'animal ils ne semblent au premier coup d'œil faire qu'un même corps. *VVV* sont leurs bouts les plus proches de la tête de l'insecte.

TTT sont leurs bouts les plus deliés, & les plus proches de l'anüs.

Figure VII. est un de ces reservoirs, vû séparément.



PROPRIETES DES TRAPEZES.

Par M. DE LA HIRE.

ENTRE toutes les figures de quatre côtés, il n'y en a point de plus irrégulière que le Trapeze, car ses côtés n'ont aucun rapport entr'eux, ni ses angles non plus. Aussi nous ne trouvons dans les Anciens aucun Theoreme sur cette figure, & ils n'en ont donné seulement que le nom pour la distinguer des autres. Cependant on en a trouvé depuis quelque temps quelques propriétés fort singulières; en voici une qu'on dit avoir été découverte par M. de Roberval.

Si l'on divise chaque côté d'un Trapeze en deux également, & qu'on mene des lignes par les points de division, elles formeront un parallelogramme, & cela est aussi vrai de toute figure de quatre côtés, quels qu'en soient les angles.

La démonstration en est si simple & si facile, qu'elle ne méritoit pas d'être rapportée ici; cependant, comme il y a encore quelques remarques à y faire, je les donnerai à la fin de ce mémoire.

Voici d'autres propriétés de cette figure, lesquelles j'ai trouvées depuis peu.

Soit dans la premiere figure le Trapeze $ABED$ dont deux de ses côtés AD , BE se rencontrent en F . Ayant divisé AB en deux également en O soit tiré FO ; & par les points D & E ayant mené les lignes Db , Ea chacune parallele à AB & terminées en b & a aux deux lignes BE , AD . Il est évident que Db & Ea seront chacune coupée en deux également par FO en d & en h .

Maintenant si par les points h & d on mene hL parallele à AD , & dM parallele à EB :

1.^o Je dis qu'elles se rencontreront en K sur DE , & de plus que le point K coupera en deux également DE .

E e iij

D É M O N S T R A T I O N .

Dans le triangle EDa le côté Ea est coupé en deux également en h , & hK est parallèle à Da ; donc DE sera coupée en deux également en K par hK .

De même dans le triangle DEb le côté Db est coupé en deux également en d , donc dM qui est parallèle à EB coupera aussi DE en deux également en K ; donc le point K est la rencontre commune de hL & de dM sur DE : ce qu'il falloit démontrer.

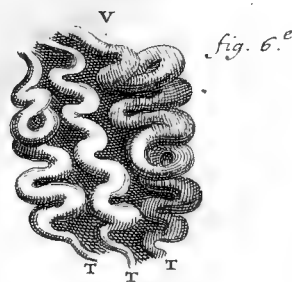
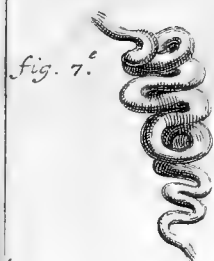
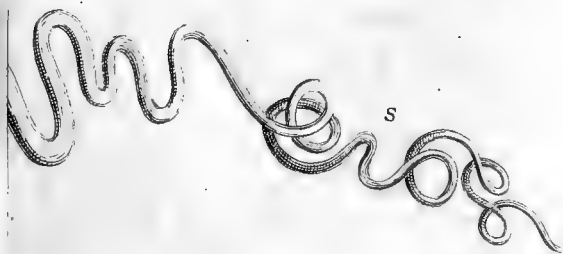
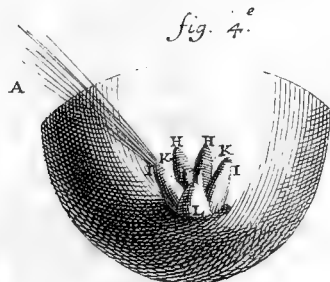
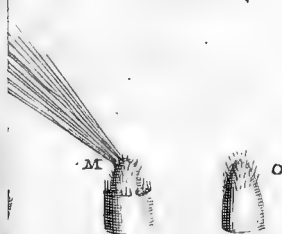
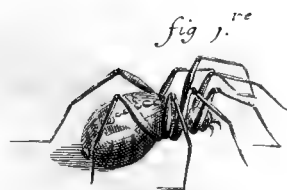
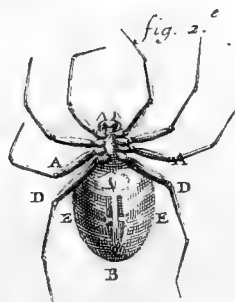
2.^o Mais si par les points A & h on tire la ligne Ah qui rencontre DE en T , & ensuite la ligne DL qui rencontre AT en H , je dis que AH est égale à HT .

D É M O N S T R A T I O N .

Si par le point L on mene LN parallèle à DE , & par le point K la ligne KS parallèle à AB , on formera les deux triangles LAN , KSD qui seront semblables & égaux au triangle EhK à cause de leurs côtés parallèles, & des côtés égaux LN , KD , EK ; donc NA sera égale à Kh à qui elle est parallèle: donc ayant tiré la ligne KN , il se formera le parallélogramme $KNAh$ & KN sera égale & parallèle à Ah . Mais il se forme aussi un autre parallélogramme $KDNL$ à cause des parallèles KD , NL & DN , KL , & dans ce dernier les deux diagonales DL , KN s'entrecoupent en deux également au point R , & comme KN est coupée en deux également en R par DL , aussi AT parallèle à KN le sera par la même DL en H : ce qu'il falloit démontrer.

Je dis encore que la ligne LE est parallèle à AT ou à KN ; car puisque DE est coupée en deux également en K & DL en R par KRN , aussi EL sera parallèle à KN .

Ce que je viens de démontrer du côté de D pour KL , se trouvera de même du côté de E pour KM ; car puisque dKM est parallèle à EB , si par les points d & B on tire la ligne dB



qui rencontre DE en r , & la ligne EM qui rencontre Bt en I , je dis que BI est égale à Bt .

D É M O N S T R A T I O N .

Car si par le point M on mène MP parallèle à DE qui rencontre EB en P , il est évident qu'on formera le triangle MBP égal & semblable, & semblablement posé au triangle $d d K$ puisque leurs côtés sont parallèles, & que l'un MP est égal à KE égal à DK . Il se formera donc le parallélogramme $KEPM$; mais dK & BP sont parallèles & égales; c'est pourquoi la diagonale EM coupera l'autre diagonale KP en deux également en V . Mais comme il se forme aussi l'autre parallélogramme $dKPB$; donc dB est parallèle à KP , & par conséquent Bt parallèle à PK , sera coupée en deux également en I par la même diagonale EM .

On démontrera aussi comme on a fait pour LE que la ligne MD sera parallèle à Bt ou à KP .

3.^o Je dis de plus que les deux lignes Ah , Bd se rencontrent en un même point T sur DE , ou, ce qui est la même chose, que les deux points T ne sont qu'un même point.

Ayant tiré EQ parallèle à DA , laquelle rencontre AB en X , on aura AL égale à LX , car DE est coupée en deux également en K , mais AT étant prolongée jusqu'à EQ en Q , on a EQ égale à EX , puisque AL est égale à LX , & que AQ est parallèle à LE . Donc $DA : EQ$ ou $EX :: DT : TE$. Mais aussi $DA : EX :: DG : GE$. Donc $DT : TE :: DG :: GE$, & composant DT plus TE ce qui est égal à $DE : TE :: DG$ plus $GE : GE$; & prenant la moitié des antécédens, on aura $KE :: TE :: KG : GE$, car KG est la moitié de DG plus GE , & divisant KE moins TE , ce qui est égal à $KT : KE :: KG$ moins GE , ce qui est égal à $KE : KG$. Donc enfin les trois lignes KT , KE , KG sont en proportion continuë.

On fera la même démonstration de l'autre côté en tirant par le point D la ligne YDZ parallèle à EB , laquelle

rencontre AB en Z , & l'on aura MB égale à MZ , car DE est coupée en deux également en K , & prolongeant Bt jusqu'à DZ en Y , on aura DY égale à DZ , car DE est coupée en deux également en K , & MD est parallèle à BtY ; donc à cause des triangles semblables formés par les parallèles on aura,

$EB : DY$ ou $DZ :: Et : tD$; mais aussi $EB : DZ :: GE : GD$; Donc $Et : tD :: GE : GD$, & composant, on aura,

Et plus tD , ce qui est égal à $DE : Et :: GE$ plus $GD : GE$, & prenant la moitié des antecédens on a,

$KE : Et :: KG$ qui est égale à la moitié de GE plus $GD : GE$, & divisant on a KE moins Et , ce qui est égal à $Kt : KE :: KG$ moins GE , ce qui est égal à $KE : KG$.

Donc enfin les trois lignes Kt , KE , KG sont en proportion continuë comme les trois lignes KT , KE , KG ; mais comme les deux KG , KE sont les mêmes, il faut aussi nécessairement que KT & Kt soient la même, ce qui est évident; & par conséquent les points Tt ne sont qu'un même point sur DE où se rencontrent Ah & Bd : ce qu'il falloit démontrer.

On démontrera la même chose pour les côtes AD , AB & BE que pour DE ; car les ayant divisés en deux également, & y ayant trouvé des points comme le point T sur DE , on aura aussi trois lignes en proportion continuë sur chacun, comme KT , KE , KG sur DE en commençant aux points comme K , ou sur AB comme au point O , où les trois lignes Og , OB , OG , sont en proportion continuë.

4°. Je dis maintenant que si l'on tire des lignes comme Tg par les divisions T & g des deux côtés opposés DE , AB , elles concourront au même point F de rencontre des deux autres côtes AD , BE .

Cette seconde Figure a été séparée de la première pour éviter la confusion des lignes.

D É M O N S T R A T I O N .

Ayant mené la ligne FT qui rencontre Db en n & AB FIG. II. en m , & comme nous avons vu que dB passe en T , il se formera deux triangles semblables Tdn , TBm , & de même deux autres TDd , TGB , & d'autres encore à cause des parallèles Db , AB , d'où l'on tire,

$dn : Bm :: Dd : GB$ ou bien alternant $dn : Dd$, ou $db :: Bm : GB$; mais aussi $dn : db :: Om : OB$. Donc $Bm : GB :: Om : OB$, & renversant en alternant $Om : Bm :: OB : GB$, & composant,

$Om : Om$ plus Bm , ce qui est égal à $OB :: OB : OB$ plus GB , ce qui est égal à OG ; donc les trois lignes Om , OB , OG sont en proportion continuë. Mais aussi on avoit les trois lignes Og , OB , OG en proportion continuë; donc le point m est le même que le point g , & par conséquent la ligne Tg passe en F : ce qu'il falloit démontrer.

Ce sera la même démonstration pour les deux autres côtés AD , BE ; car s'ils sont divisés chacun en deux également en l & en i , & ayant trouvé les points o & p , en sorte que lo , ID , IF & ip , iE , iF soient aussi en proportion continuë, la ligne op passera par le point G .

5°. Je dis encore que le point f étant la rencontre des lignes Tg , po , si l'on divise Tg en deux également en y , on aura yf , yT , yF en proportion continuë, & de même de la ligne po .

De plus je dis que si l'on mène dans le Trapeze les deux diagonales AE , DB , elles se rencontreront au point f où les deux lignes Tg , po se rencontrent, & si l'on prolonge ces deux diagonales jusqu'à la ligne FG comme AE en q , & qu'on divise AE en deux également en v , on aura aussi vf , vE , vq en proportion continuë. Mais si DB se trouvoit

parallele à FG , dans ce cas le point f diviserait DB en deux également, & les trois lignes qui devroient être en proportion continuë, se trouveroient être égales entr'elles, & à fD ou à FB .

Enfin je dis que si l'on mene les lignes oT , gp , elles se rencontreront sur la ligne AE au point q , & si on les divise chacune en deux également, elles donneront encore trois lignes en proportion continuë, dont celles du milieu seront déterminées par les rencontres des lignes FB , GD .

Il seroit trop long de démontrer chacun de ces cas en particulier, & il ne sera pas difficile, en se servant de la même methode que j'ai employée ci-devant pour les parties Og , OB , OG de la ligne AG : mais tous ces cas differents peuvent aussi se démontrer sans beaucoup de peine, en y appliquant les propositions élémentaires qui sont dans le premier livre de mon Traité des Sections Coniques, *in folio*, imprimé en 1685. car si l'on a trois parties d'une ligne, lesquelles soient en proportion continuë, & qu'on adjoûte à cette ligne la partie du milieu pour n'en composer qu'une seule ligne, comme dans la première Figure de ce Memoire, où KT , KE , KG sont en proportion continuë, à laquelle adjoûtant KD égale à KE , on aura alors une ligne DG divisée en trois parties aux points TE , en sorte que le rectangle fait de la route DG sur la partie du milieu, TE sera égal au rectangle fait des deux parties extrêmes DT , GE , & c'est cette division de ligne que j'ai appelée *en trois parties harmoniquement*, & au contraire: ce qui est très-facile à démontrer.

6°. Il reste encore une propriété du Trapeze, qui est que les trois lignes FO , DL , EM dans la première Figure concourront en un même point C au-dessous de DE comme dans cette Figure ou au-dessus, ou qu'elles seront toutes trois paralleles entr'elles.

DÉMONSTRATION.

La ligne KS parallèle à ha ou à Dd coupera dh en deux également en e , puisqu'elle coupe DE en deux également en K ; & à cause des triangles semblables deK , dOM , heK hOL , on aura $de : eK :: dO : OM$, & de même de ou $he : eK :: hO : OL$; donc $dO : OM :: hO : OL$, ou bien $dO : hO :: OM : OL$.

Mais ayant prolongé LK jusqu'à db en f , & Ea rencontrant DL en r , on aura à cause des triangles semblables $dO : hO :: Lf : Lh$ & :: Df ou ha ou hE qui sont égales entr'elles : hr ; donc $OM : OL :: hE : hr$; mais les lignes Er & LM sont parallèles entr'elles, & leurs parties étant en même raison, il s'ensuit que les lignes EM , FO , DL qui sont ces parties, concourront en un même point qui sera C : ce qu'il falloit démontrer.

COROLLAIRE.

Il s'ensuit de tout ceci, que les deux lignes GD , GA demeurant dans la même position, si au lieu de DA & de EB on tire d'autres lignes comme on voudra par les mêmes points D , E , lesquelles rencontrent GA en quelques points que ce soit, il s'en formera un autre Trapeze, mais les parties KT , KE , KG de la ligne DG demeureront toujours les mêmes, & dans la proportion continuë.

De plus si les côtés DA , EB menés comme on voudra par les points DE , sont coupés par quelqu'autre ligne que ce soit menée par le point G , ce qui formera encore d'autres Trapezes tout differents du premier; cependant les points KTE de la ligne DG ne changeront pas, & leurs parties seront toujours dans la même raison, puisque DE ne change pas non plus que DG , & que le point K doit aussi diviser DE en deux également, & KT étant la troisième proportionnelle après KG & KE .

Voici enfin ce que j'avois promis au commencement de

ce Mémoire sur la proposition de M. de Roberval.

FIG. III. En tout triangle ABC on peut former très-facilement une infinité de parallelogrammes tous égaux entr'eux, & chacun égal à la moitié du triangle.

Soit divisé chacun des deux côtés AB, AC en deux également en E & en F , & du sommet A ayant mené la ligne AD comme on voudra à la base, des points E, F ; soit mené jusqu'à la base les lignes EG & FH paralleles à AD , & soit tiré EF ; il est évident que la Figure $EFGH$ est un parallelogramme, & de plus qu'il est égal à la moitié du triangle; car par la construction le triangle AEF est le quart du triangle ABC , & le parallelogramme $EFGH$ qui a sa base commune avec le triangle & sa hauteur égale, en sera double : ce qu'il falloit démontrer.

FIG. IV. Maintenant en tout Trapeze $ABCD$ si l'on divise chacun de ses côtés en deux également aux points $EFGH$, & que par ces points de division on mène les lignes EF, EH, GF, GH , je dis que la figure qui s'en formera, sera un parallelogramme $EFGH$, & c'est la proposition de M. de Roberval.

La démonstration en est bien simple, car si l'on mène dans le Trapeze les deux diagonales AC, BD , il est évident que GH & FE seront chacune parallele à AC , à cause de la division égale des côtés; donc GH & FE seront paralleles entr'elles; & de même FG & EH seront paralleles à BD , & par conséquent paralleles entr'elles; donc la Figure $EFGH$ est un parallelogramme.

J'ajoute à cette proposition, que le parallelogramme $EFGH$ est égal à la moitié du Trapeze; car par la propriété du triangle que je viens de démontrer, le parallelogramme $EFIK$ est la moitié du triangle ADC ; donc, &c.

FIG. V. J'ajoute encore que si au lieu d'un Trapeze on pose un quadrilatre tel qu'on voudra $ABCD$, mais qui ait un angle rentrant ABC , on y formera aussi un parallelogramme par la même methode que la precedente, mais ce parallelogramme

EFGH sera égal à la moitié du quadrilatere *ABCD*, plus la moitié du triangle *ABC* excédent & formé dans l'angle rentrant *ABC* : car si l'on prolonge les côtés *FG*, *EH* du parallelogramme jusqu'à *AC* en *I* & en *K*, on aura par ce qui a été démontré du triangle, le parallelogramme *EFIK* égal à la moitié du triangle *ADC*, & si de ce triangle on retranche le triangle *ABC*, il restera le quadrilatere proposé *ABCD*; & si de la moitié qui est le parallelogramme *EFIK*, on en retranche la moitié du triangle *ABC* qui est le parallelogramme *HGIK*, il restera le parallelogramme *EFGH* égal à la moitié du quadrilatere *ABCD* joint à la moitié du triangle *ABC* : ce qu'il falloit démontrer.

NOUVELLE DECOUVERTE

DES FLEURS ET DES GRAINES

*D'une Plante rangée par les Botanistes sous le genre
du LICHEN.*

Par M. MARCHANT.

LA plupart de ceux qui ont travaillé sur l'Histoire des 26. Avril
Plantes, ont fait mention de celle qui fait le sujet de ce 1713.
Memoire; les uns l'ont décrite & en ont donné la figure,
les autres ont publié ses vertus, & il y a peu de pharmaco-
pées où cette plante ne soit employée dans des compositions
galeniques, ou dans des remedes topiques. Mais comme
entre les Botanistes, soit anciens, soit modernes, qui ont
donné des définitions des caracteres génériques des Plantes,
on n'en voit point qui ait véritablement connu les fleurs ni
les graines de cette Plante, on rapportera ici la découverte
de ses parties ci-devant inconnues.

Quelques-uns de ces Auteurs font consister le caractere
générique du Lichen en des plantes imparfaites, dont les

feuilles s'étendent sur la surface de la terre ou sur le tronc des arbres, & ils divisent ces herbes en plantes stériles & en plantes portant des semences. D'autres établissent le genre du Lichen en plantes qui ne portent point de tiges, & en plantes qui portent des tiges.

Enfin le plus moderne de ces Auteurs, *Inst. R. herb.* définit le Lichen un genre de plante qui ne porte point de fleurs, mais dont le fruit ressemble en quelque façon à un bassin rempli de folle farine, ou très-menuë semence, qui étant vûë au microscope paroît à peu-près ronde.

Après avoir rapporté le sentiment de ces Historiens sur la nature du Lichen, pour éviter tout équivoque, nous déclarons que notre observation est faite sur la Plante nommée dans le Pinax de Gasp. Bauh. *Lichen petreus stellatus*, & que notre dessein n'est pas de décider si les trois premières espèces de ce genre de Plantes, rapportées dans ce même Auteur, ne sont que des variétés de cette Plante, ainsi qu'il semble que J. Bauhin l'a cru, puisqu'il ne donne que la description & la figure du Lichen étoilé pour ces trois espèces, & qu'il reproche à plusieurs Auteurs célèbres de n'avoir décrit que le même Lichen, quoiqu'ils exposent trois figures différentes. Nous ne parlerons point aussi de ce que cette Plante a de commun avec les autres espèces de Lichen; mais nous tâcherons de faire connoître ce qu'elle a de particulier, & qui fait l'objet de cette dissertation.

Chaque tige de cette Plante (*Fig. 1.*) de grandeur naturelle: (*Fig. 2.*) la même vûë à la loupe ainsi que toutes les suivantes, porte à son extrémité une étoile ou rosette d'un demi-pouce de diametre, posée horizontalement, pour l'ordinaire composée de neuf rayons, qui, avec la tige, forment en quelque manière la charpente d'un parasol, & dont l'extrémité de chaque rayon est terminée en pointe obtuse un peu recourbée en embas & sillonnée en dessous. Le dessous de chacun de ces rayons (*Fig. 3.*) depuis leur origine jusques vers le milieu de leur longueur, est garni de plusieurs

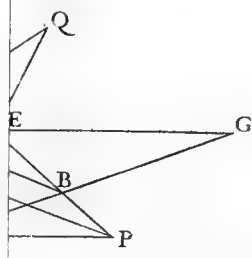
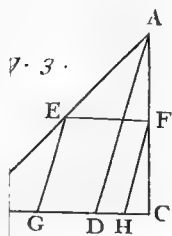
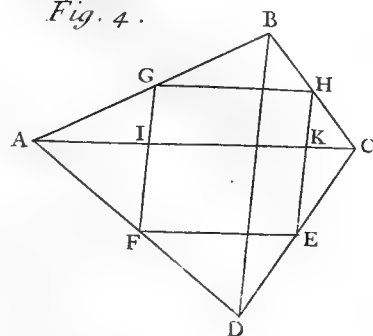


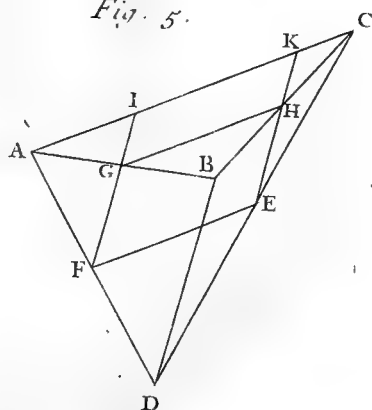
Fig. 4.



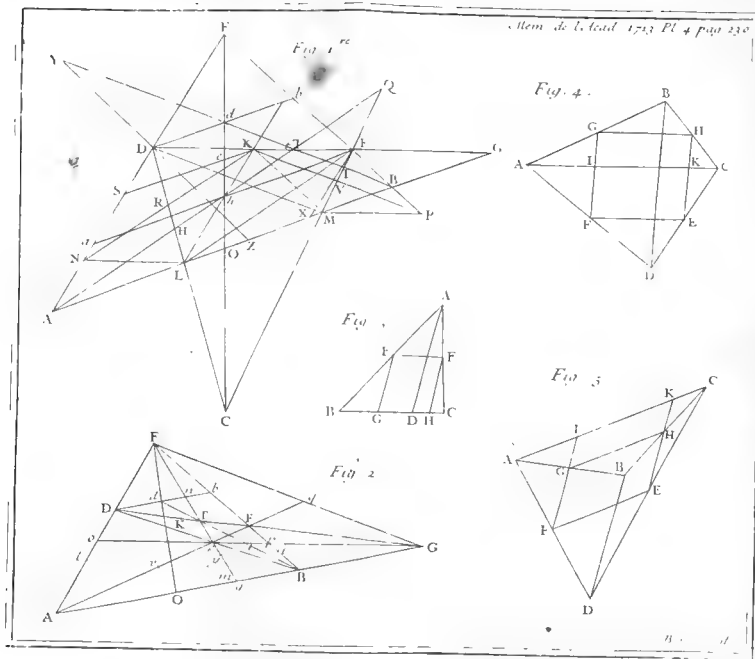
2.



Fig. 5.



Berzay sculp.



membranes *A*, un peu confusément rangées entre des lignes parallèles ; ces membranes sont fort minces, transparentes, de couleur verd-blanchâtre & godronnées par les bords. D'entre ces membranes sortent huit à dix boutons *B* aussi verd-blanchâtres membraneux, rayez, & à plusieurs pans terminez en pointe, & qui alors par leur figure ont un peu de rapport aux vessies de l'Alkckenge des Indes, mais ils sont moins ronds.

Chaque bouton étant ouvert *C* forme un calice en gobelet renversé, étroit par sa base, plus large & dentelé par le bord ; & de sa cavité, il sort un pedicule qui porte une fleur *D* de la figure d'une coupe ou tasse antique en manière de godet, de couleur citron tirant sur l'orangé, légèrement dentelée en ondes par le bord, qui se renverse en dehors, & cette coupe qui a tout au plus une demi-ligne de diametre, est ordinairement inclinée en embas.

Au même temps que cette fleur s'épanouit, on y découvre au dedans une touffe de filets soyeux très-fins *E* de couleur jaune-doré, fort serrez entr'eux, & qui ensemble représentent assés bien une houpe de soye, dont les brins seroient chiffonnez & repliciez, lesquels s'allongeant peu à peu & s'épanouissant visiblement, laissent échapper une infinité de très-petites particules jaunes à peu-près rondes *F*, qu'on apperçoit actuellement sortir par bouffées d'entre les filets soyeux de cette houpe, & se répandre dans l'air, ainsi que feroient les étincelles d'un tison enflammé qu'on frapperoit coup sur coup, lesquelles particules par leur extrême finesse s'évanouissent aux yeux & se perdent dans l'air. Ces fleurs ne s'épanouissent que successivement, & ayant été visibles pendant deux ou trois jours, elles deviennent de couleur rouille & se dessèchent entièrement.

Il est assés vraisemblable que les petites particules jaunes dont on vient de parler, sont les graines de cette Plante, puisqu'on voit naître des millions de jeunes Plantes de la même espece aux environs des anciennes ; ce qui arrive non-seulement sur la surface de la terre, mais aussi contre

des murs graveleux, dans des cours, entre les joints ou fentes du pavé, & même jusques sur des toits voisins exposés au Nord, & principalement pendant l'Automne ou autres temps frais, ce qui nous fait appeller ces semences graines errantes ou vagabondes, à cause qu'elles se dispersent dans l'air où elles sont invisibles.

On a souvent remarqué que dans des cours nouvellement pavées à chaux & à ciment, on voit tout à coup paroître quantité de cette Plante, quoiqu'on n'y en eût point observé ci-devant, ce qui pourroit faire conjecturer que la chaux par ses principes ne contribüé pas peu à faire germer ces graines.

Par ce qui vient d'être rapporté, il est certain que la structure de la fleur & de la graine du Lichen étoilé n'a point été connue des Botanistes, puisqu'on ne trouve rien de semblable dans tous les caracteres génériques qu'ils nous ont donnés des Plantes, joint à ce qu'ils disent que le Lichen ne porte point de fleurs; or il est de quelque importance en Botanique de connoître parfaitement le caractere générique d'une Plante, sur-tout lorsqu'elle est en usage en Medecine, & c'est ce que nous croyons avoir découvert par cette observation, qui donne lieu de croire que toutes les petites Plantes qui naissent sur les troncs des Arbres, sur les toits & sur des bâtimens, quoique fort élevés, ainsi qu'on y remarque plusieurs especes de moussë, de Lichen, de moisissures ou muscositez & autres végétations, sont vraisemblablement autant de Plantes qui ne s'y produisent aussi que par des graines vagabondes, entre lesquelles par la suite on découvrira peut-être une infinité de differens genres de Plantes par rapport à la structure de leurs fleurs ou de leurs graines, lorsqu'elles auront été bien examinées, ce qui prouve parfaitement l'immense fécondité de la nature & l'étendue de la Botanique.

Il résulte de notre observation en faveur du Lichen étoilé, qu'on découvre dans une des plus petites fleurs un mouvement continuel de plusieurs parties, ce que je ne
sçai

sai point qu'on ait remarqué, même dans les plus grandes fleurs.

Il est vrai que les Plantes appelées *Sensitives*, resserrent leurs feuilles quand on les touche, comme font aussi les étamines de la fleur de l'*Opuntia*, qui étant frappées lorsque le Soleil donne dessus, se contractent; mais ces parties de Plantes n'ont un mouvement visible que lorsqu'elles sont touchées, au lieu qu'on découvre très-visiblement dans la fleur de notre Plante, que ses filets soyeux se développent & s'allongent ainsi que feroient un peloton de vermicelles exposés à la chaleur du Soleil, & que les semences de cette même Plante se répandent continuellement comme des atomes dans l'air, ce qui fait la merveilleuse mécanique de cette fleur.

Le caractère générique de cette Plante étant donc de porter une fleur en coupe ou tasse antique remplie d'une houppe composée de filets soyeux d'où sortent par bouffées quantité de très-ménues semences, & ainsi la structure de cette fleur ne convenant point au caractère du Lichen ci-devant rapporté, & extrait des plus célèbres Botanistes modernes, nous établirons pour cette Plante un nouveau genre, que nous appellerons *Marchantia*, du nom de feu M. Marchant mon pere, qui le premier eut l'honneur d'occuper une place de Botaniste dans cette Académie, lorsque le Roy en 1666 créa cette Compagnie.

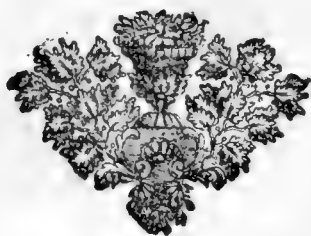
Nous avertissons ceux qui voudront se donner le plaisir de voir la fleur de la *Marchantia stellata*, de la chercher après un temps d'orage ou de pluie chaude, car quoique cette Plante fleurisse presque pendant tout l'Été, toutefois ses fleurs ne s'épanouissent bien que dans un temps chaud & humide, & l'on a remarqué que le mois d'Aoust est souvent le plus convenable pour observer ce phénomène, dont la découverte a si long-temps été cachée aux Botanistes, puisque M. Tournefort même, qui a défini le caractère générique du Lichen, ainsi qu'il a été dit, n'a fait nulle mention

Mem. 1713.

. G g

de cette Plante dans aucun de ses ouvrages; ce qui a augmenté l'envie que j'avois toujours eüe de m'assurer parfaitement de la structure de cette fleur, que j'avouë n'avoir pû découvrir qu'après une suite d'observations faites pendant plusieurs années, à cause de la difficulté qu'il y a de trouver le moment où cette fleur s'épanouit, de son peu de durée, & de l'extrême délicatesse des parties qui la composent.

Quant à ce qui regarde les vertus de cette Plante, nous dirons qu'on l'employe dans le sirop de Chicorée, si excellent contre les maladies du foye & de la rate, dont il dégage puissamment les obstructions, & qu'on le donne contre la jaunisse & pour ramollir les duretés du ventre. On se sert aussi avec succès, de la décoction simple de la *Marchantia stellata*, ou de son eau distillée dans les maladies de la peau, ainsi que plusieurs Auteurs le confirment.

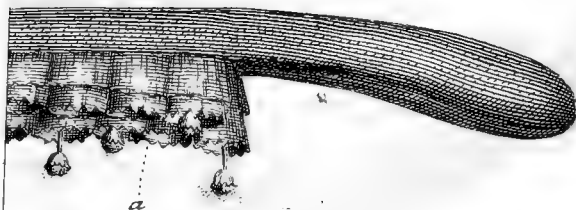


Marchantia Stellata.

Lichen petræus Stellatus Casp. Bauh.
Pin. 362.



fig. n° 2

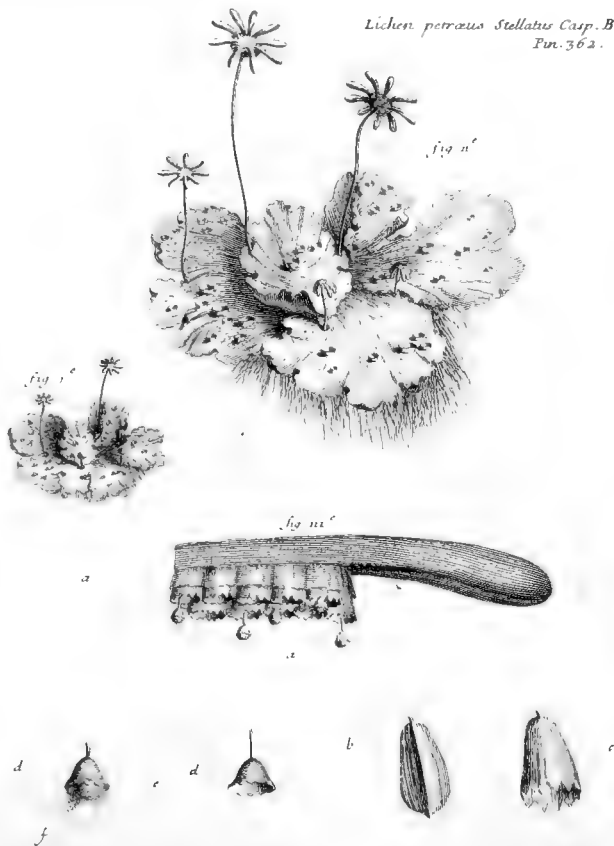


b



Marchantia Stellata.

Lichen petraeus Stellatus Casp. Bauh.
Pin. 362.



SUR L'HYDROPIsie

Appellée TYMPANITE.

Par M. LITTRE.

L'Air que nous respirons, si nécessaire à notre conservation, nous cause souvent des maladies & quelquefois la mort. Nous avons déjà vu dans mon dernier Memoire, comment il produit une espece d'enflûre nommée *Emphyseme*; nous allons voir dans celui-ci, qu'il est la véritable cause d'une autre espece d'enflûre qui est beaucoup plus à craindre.

19. Juillet
1713.

L'espece d'enflûre dont je veux parler, est nommée par les Auteurs *Hydropisie Tympanite*, & cela, parce que dans cette maladie le ventre extrêmement enflé & tendu, lorsqu'on le frappe, raisonne à peu-près comme un tambour.

Les Auteurs qui ont traité de l'*Hydropisie Tympanite*, ne conviennent entr'eux ni de la cause qui la produit, ni du lieu où cette cause a son véritable siège. Les uns prétendent que cette maladie est l'effet d'une convulsion, d'autres veulent que l'air seul la produit; & d'autres assurent que de l'air & de l'eau en sont ensemble la cause.

Les premiers croient que dans l'*Hydropisie Tympanite* les muscles du ventre sont en convulsion, & que ces muscles étant en convulsion, soulèvent & tendent les tegumens du ventre: Opinion tout-à-fait insoutenable, puisque les muscles du ventre, suivant leurs attaches & leurs dispositions naturelles, ne peuvent absolument, en se contractant, que resserrer & abaisser le ventre.

Les Auteurs qui regardent l'air comme la cause totale; ou comme la cause partielle de l'*Hydropisie tympanite*, different entr'eux lorsqu'il s'agit de déterminer l'endroit que

cet air occupe. Les uns le placent uniquement dans la capacité du ventre, & les autres le logent partie dans la poitrine, partie dans le mésentère, & partie dans l'épiploon. Quant à ceux qui prennent l'eau pour cause partielle de cette maladie, ils veulent unanimement qu'elle soit contenue dans la capacité du ventre.

J'ai eu occasion de faire un grand nombre d'observations sur des hommes morts d'Hydropisie tympanite. Je n'en vais rapporter celles qui me paroissent les plus considérables; les premières feront voir qu'on a peu connu la cause de cette maladie, & les dernières nous en donneront une parfaite connoissance.

PREMIÈRE OBSERVATION.

Le ventre de ces fortes d'Hydriques est aussi dur, aussi tendu & aussi sonore, ou rend les mêmes sons après la ponction, que devant.

SECONDE OBSERVATION.

Pour découvrir si dans l'Hydropisie tympanite il y avoit de l'air renfermé dans la capacité du ventre, j'ai porté un Troiquarts jusques dans cette capacité, en plusieurs corps qui étoient morts de cette maladie. Ayant retiré le poinçon du Troiquarts & laissé la canule, j'ai présenté une bougie allumée à son embouchûre pendant qu'on pressoit le ventre tout autour, & la flamme n'en a été nullement agitée. Cette observation renverse entièrement l'opinion de ceux qui prétendent que la cause de l'Hydropisie tympanite est de l'air contenu dans la capacité du ventre.

TROISIÈME OBSERVATION.

Lorsque les Hydriques étoient recentes, je n'ai trouvé que quelque humidité dans la capacité du ventre de ces Hydriques, & qu'environ trois chopines d'eau dans les inveterées, quantité peu considérable par rapport à la vaste

cavité du ventre & à la grosseur excessive où il parvient dans ces maladies. On ne doit donc regarder cette quantité d'eau, que comme une chose accidentelle à la maladie, & non comme une chose essentielle.

QUATRIÈME OBSERVATION.

J'ai examiné avec soin le péritoine, l'épiploon & le mésentère, dans ces sortes d'Hydropiques, & je n'ai point aperçu d'air dans aucune de ces parties : ce n'est donc point encore là qu'il faut chercher la cause de l'Hydropisie tympanite.

CINQUIÈME OBSERVATION.

J'ai toujours trouvé dans les cadavres des Tympanites ; l'estomac & les intestins fort gros & fort tendus, & sur-tout les gros intestins. J'ai souvent vu le cæcum & le colon gros comme la cuisse d'un homme ; je n'ai jamais remarqué de grosseur extraordinaire dans les autres parties qui sont contenues dans la même capacité. C'est donc uniquement l'enflure de l'estomac, & principalement des gros intestins des Tympanites, qui produit l'enflure extraordinaire de leur ventre.

SIXIÈME OBSERVATION.

Les membranes qui composent l'estomac & les intestins des Tympanites, sont toujours fort minces ; leur tissu cependant est encore assez serré pour ne pas laisser échapper à travers leurs pores, l'air qu'elles renferment, & assez ferme pour résister aux efforts que ce même air fait pour s'échapper en déchirant ces membranes. L'estomac & les intestins, quoique fort gros, sont fort légers, aussi contiennent-ils beaucoup d'air ; le reste qu'on y trouve, est peu de chose, & pour l'ordinaire glaireux. De cette observation on peut conclure, que c'est de l'air, & de l'air contenu dans la cavité de l'estomac & dans celle des intestins, qui produit l'Hydropisie tympanite.

Essayons à présent d'expliquer comment de l'air enfermé dans la cavité de l'estomac & des intestins, peut produire une enflûre aussi considérable que celle qu'on observe dans les Hydropisies appellées tympanites.

Le même canal qui conduit les alimens, la boisson & la salive dans l'estomac, je veux dire l'œsophage, y porte aussi de l'air avec eux. L'œsophage est toujours plein d'air, parce qu'il est toujours ouvert par en haut & qu'il y communique avec le nés & la bouche, & par conséquent avec l'air extérieur, & quoique ce canal ne soit vraisemblablement ouvert par en bas, que lorsque les alimens passent de sa cavité dans celle de l'estomac, il en passe alors assés dans ce viscere pour qu'il n'en manque point.

L'air reçu dans la cavité de l'estomac, peut y avoir trois usages.

Le premier est de contribuer à la digestion des alimens, soit par son ressort, soit par des sels & des soursies volatils qu'il contient entre ses parties.

Le deuxième est de donner prise aux membranes de l'estomac sur les alimens, lorsqu'ils sont en très-petite quantité, parce que ces membranes par leur contraction ordinaire ne s'approchent pas d'assés près entr'elles pour presser, écraser, &c. immédiatement ce peu d'alimens, & pour les pousser dans la cavité des intestins après qu'ils sont digérés. *Actio enim non datur in distans*. Il faut donc qu'il y ait un autre corps entre les alimens & ces membranes, qui en occupe l'intervalle; or ce corps est l'air contenu dans la cavité de l'estomac.

Le troisième usage est de soutenir les parois de l'estomac, & d'empêcher par ce moyen, que par leur poids & par leur contraction elles ne s'approchent entr'elles, de sorte que la cavité en devienne si petite, qu'elle ne puisse contenir la quantité d'alimens qui est nécessaire pour la nourriture du corps.

Il y a lieu de présumer que l'air qu'on trouve aussi dans les

intestins ; vient de l'estomac, & qu'il a à peu-près les mêmes usages dans les intestins que dans l'estomac.

L'estomac & les intestins sont de vrais muscles creux ; dont l'air, qui est enfermé dans leur cavité, est l'antagoniste. On peut regarder cet air & les parois de ces viscères, comme deux ressorts qui agissent sans cesse l'un contre l'autre. L'action de l'air tend toujours du dedans en dehors, & l'action principale des parois musculieuses tend toujours au contraire du dehors en dedans.

Tant que ces deux ressorts se contrebalancent alternativement l'un l'autre, l'estomac & les intestins se contractent & se relâchent alternativement, & leur cavité ne devient ni trop grande ni trop petite. Dans cet état ces viscères peuvent accomplir les fonctions auxquelles ils sont destinés. Mais si le ressort des parois du canal l'emporte absolument sur celui de l'air qui y est contenu, il resserrera ce canal ; en chassera l'air par la bouche ou par le fondement, & empêchera le cours des matières qui y doivent couler. Si au contraire le ressort de l'air l'emporte absolument sur celui des parois du même canal, il les dilatera & augmentera la cavité ; cependant les matières n'y couleront pas facilement, parce qu'elles ne seront presque point poussées par les parois, quoique musculieuses, à cause de leur relâchement.

Or pendant le cours des grandes & longues maladies ; auxquelles succède ordinairement l'Hydropisie tympanite, le sang se gâte & perd ce qu'il a de fin & de subtil, & il s'amasse dans la cavité de l'estomac & des intestins, des sucs, qui venant à s'y aigrir par leur séjour, y excitent des fermentations extraordinaires.

D'où il suit, que le ressort des parois de ces viscères, qui dépend d'une abondance d'esprits, & d'esprits bien conditionnés, doit être foible & énervé ; & que le ressort de l'air au contraire, dont la force consiste dans sa grande raréfaction, doit être fort & vigoureux ; car d'un côté cet air doit être fort échauffé à l'occasion des fermentations extraordinaires

qui se font dans le canal ; & de l'autre son antagoniste est presque sans résistance. L'air doit donc l'emporter de beaucoup sur les parois de l'estomac & des intestins, se raréfier extraordinairement, dilater à proportion le canal, étendre à mesure les tégumens du ventre, qui pour lors sont aussi minces & lâches, & produire enfin une enflûre qu'on appelle Hydropisie tympanite.

On pourra objecter, que le ressort de l'air extérieur devoit contrebalancer celui de l'air intérieur, s'opposer à la dilatation extraordinaire de l'estomac & des intestins, aussi bien qu'à celle des tégumens du ventre, & par conséquent empêcher la production de l'Hydropisie tympanite. A quoi je réponds, que l'air extérieur est condensé, & que l'intérieur est raréfié par la chaleur des viscères où il est contenu, & qu'un air raréfié a incomparablement plus de force qu'un air qui ne l'est point.

Les observations & les reflexions précédentes étant supposées, il n'est pas bien difficile de rendre raison des accidens qui accompagnent l'Hydropisie tympanite, & dont voici les principaux.

Dans l'Hydropisie tympanite, les malades jettent peu & difficilement des vents par la bouche, & encore moins & plus difficilement par le fondement. Ils jettent peu & difficilement des vents par la bouche, parce que la dilatation excessive des membranes de l'estomac, aussi bien que des tégumens du ventre, & même du diaphragme, met ces parties hors d'état de se contracter assez pour chasser par la bouche l'air qui est enfermé dans la cavité de ce viscère, & qui étant d'ailleurs très-raréfié, résiste beaucoup à leur effort. Outre cela, le diaphragme peut s'opposer à la sortie de cet air, principalement lorsqu'il se contracte, parce qu'alors il serre la partie inférieure de l'œsophage qui le traverse pour se rendre à l'estomac.

Les Tympanites rendent encore moins & plus difficilement des vents par le fondement, parce qu'outre que les organes
qui

qui les doivent chasser par cette voye, sont très-foibles, il y a un muscle situé à l'extrémité de l'intestin *rectum* qui la ferme constamment, & qu'il faut forcer pour que cette issue soit libre.

On ne sent point de fluctuation en frappant le ventre des Tympanites, de même qu'on en sent une en frappant celui des Ascitiques : la raison en est aisée. Le ventre des Ascitiques est une espèce de vase qui contient de l'eau ; mais qui n'en est pas entièrement rempli ; au lieu que l'estomac & les intestins des Tympanites, sont comme un vase tout-à-fait plein d'air. En agitant un vase que l'eau ne remplit qu'en partie, on oblige cette eau à aller choquer les parois du vase en plusieurs endroits, & à y faire une impression sensible ; mais l'air incomparablement plus rare, & qui, outre cela, remplit tout le vase où il est contenu, ne sçauroit exciter une fluctuation dans l'estomac ni dans les intestins, comme l'eau fait dans le ventre des Ascitiques.

Il est facile de comprendre pourquoi dans l'Hydropisie tympanite, le ventre frappé rend un son à peu-près semblable à celui d'un tambour ; les parois de l'estomac & celles des intestins sont devenues extrêmement minces, & elles sont fort tendues par l'air qu'elles renferment. Ces viscères sont donc semblables alors à une espèce de tambour, ou plutôt à ces vessies de porc que les enfans remplissent d'air. Or ces vessies frappées rendent un son, l'estomac & les intestins frappés doivent donc aussi en rendre un.

Dans l'Hydropisie tympanite les malades ne ressentent point de douleur dans le ventre, comme ceux qui ont une colique venteuse ; c'est que dans l'Hydropisie tympanite, les membranes de l'estomac & des intestins sont étendues au point que le cours des esprits y doit être intercepté ; de sorte que les impressions des objets sur ces membranes ne peuvent être transmises jusqu'au cerveau, pour que l'ame s'en apperçoive. Il n'en est pas de même dans la colique venteuse, où les membranes de l'estomac & des intestins sont incomparablement moins étendues ; par conséquent, le cours des esprits

y peut être encore assez libre pour que les impressions des objets soient portées jusqu'au cerveau, & qu'elles y excitent le sentiment de douleur.

De ce que l'air enfermé dans la cavité de l'estomac & des intestins est la cause de l'Hydropisie tympanite, il est clair que pour la guérir, on ne doit point avoir recours à l'opération de la paracentèse; car par la ponction, on pourroit percer les intestins, d'où il pourroit résulter dans la capacité du ventre, un épanchement de matières, soit nourricières, soit excrémenteuses, ou bien de l'air, qui sont contenus dans leur cavité. Or les matières épanchées dans cette capacité y séjourner, se corromproient & ne manqueroient pas de causer la gangrene, & par conséquent la mort du malade; & quand il n'y auroit que l'air qui s'échappât dans la même capacité, ne pourroit-il pas s'y en accumuler assez pour comprimer les parties, principalement l'intestin percé, empêcher leurs fonctions, & conséquemment causer aussi la mort dans la suite?

Enfin l'Hydropisie tympanite est pour l'ordinaire mortelle, parce que cette maladie consistant dans une dilatation démesurée des membranes de l'estomac & des intestins, ces viscères ont perdu la plus grande partie de leur ressort. Ils ne peuvent donc se contracter que fort faiblement, ni par conséquent exercer leurs fonctions que fort imparfaitement, d'autant que c'est par leur contraction qu'ils les accomplissent. Or ces fonctions sont absolument nécessaires à la vie.



REMARQUES SUR UN PARADOXE
DES EFFLECTIONS GEOMETRIQUES.

Par M. ROLLE.

LA Regle que j'ai donnée dans les Memoires de 1711, ^{12 Juillet 1713.} pag. 88 & 89, n'est pas exempte de paradoxe. Il suit de cette regle qu'une portion de Courbe aussi petite qu'on voudra, & par-tout cave vers son axe générateur, se peut couper ou être touchée par autant de Courbes qu'on voudra, & en autant de points qu'on voudra : de maniere que toutes ces Courbes soient caves vers ce même axe dans l'étendue qui renferme tous ces points; & que toutes leurs appliquées soient de celles qui vont toujours en augmentant ou toujours en diminuant dans une suite non interrompue, le long de cette étendue. En cela il n'y a rien qui révolte la raison, mais quand on compare les Lunules qui se forment des rencontres de toutes ces Courbes, aux portions de ces mêmes Courbes, qui sont comprises entre le premier & le dernier point de rencontre, on ne laisse pas de trouver une espèce de paradoxe dans un changement de cavités relatives qui arrive à ces Lunules.

Pour mieux marquer en quoi consiste ce paradoxe, & pour en donner les premiers éclaircissements, j'ai fait deux sortes de Remarques. Les unes ne regardent que des Courbes du premier genre, & les autres sont prises des Courbes de tout genre. On peut les voir ces remarques, dans le Memoire de 1711 pag. 92 & suivantes; mais l'on y peut voir aussi qu'elles demandent des explications, & c'est pour ce premier besoin que j'ai fait d'autres Remarques que l'on va voir ici. Ensuite viendront les preuves.

Sur les Courbes du premier Genre.

REMARQUE I. Lorsque les racines d'une égalité du 4.^e degré sont toutes réelles & positives, elle est toujours un cas de celle qui est ici en *A*.

$$A \dots x^4 - ax^3 + bxx - cx + d = 0.$$

Et si dans le dessein de la construire, on prend pour le premier lieu $xx = hy$; on a d'abord pour le second lieu, ou une Ellipse ou une Hyperbole.

Quand on ne fait la substitution que dans les deux premiers termes de *A*, on a le lieu à l'Ellipse marqué *B*.

$$B \dots hhy - ahx + bxx - cx + d = 0.$$

Et quand on substitue dans les trois premiers termes, on a le lieu à l'hyperbole marqué *C*.

$$C \dots hhy - ahx + bhy - cx + d = 0.$$

En construisant l'Ellipse de *B*, l'hyperbole de *C* & la parabole de $xx = hy$, sur un même axe & une même origine, les trois Courbes se rencontreront en autant de points qu'il y aura de différentes racines dans *A*. Mais si ces racines sont toutes réelles, toutes positives ou toutes négatives, & si avec cela elles sont toutes inégales entr'elles; alors on verra que les trois Courbes seront caves vers l'axe des *y* dans l'intervalle des quatre points d'intersection. C'est ce qu'il faut expliquer pour préparer & conduire à l'intelligence du paradoxe en question.

Eclaircissmens & Preuves.

Si l'on prend 1, 2, 3, 4, & si l'on en fait les racines d'une égalité du 4.^e degré, cette égalité sera comme on le voit en *D*.

$$D \dots x^4 - 10x^3 + 35xx - 50x + 24 = 0.$$

Et comparant cette égalité *D* à l'égalité *A*, on aura

$$a = 10, b = 35, c = 50, \& d = 24.$$

Substituant ces valeurs dans *B* & dans *C*, on aura les lieux particuliers *E*, *G*.

$$E...yy - 1oxy + 35xx - 5ox + 24 = 0.$$

$$G...yy - 1oxy + 35y - 5ox + 24 = 0.$$

En cela je prens $h = 1$ pour déterminer $xx = hy$, alors on aura $xx = y$.

Construisant le lieu $xx = y$ avec le lieu E sur un même axe & une même origine, la parabole coupera l'Ellipse en quatre points dans le sens marqué par Fig. 1. où l'on peut voir que cette parabole entre dans cette Ellipse au point A : qu'elle en sort au point B : qu'elle y rentre au point D , & qu'elle en sort de nouveau au point E pour continuer son chemin vers L .

Construisant aussi le lieu $xx = y$ avec le lieu G sur un même axe & une même origine, on verra que l'hyperbole coupe la parabole en quatre points comme en Fig. 2. que cette hyperbole entre dans l'espace parabolique au point A : qu'elle en sort pour la première fois au point B : que sa seconde immersion se fait au point D : que sa seconde sortie se fait en E , & qu'elle continue son chemin vers δ .

Comme ces Courbes ont été fort examinées, & sont aussi fort connues, on verra d'abord que les quatre intersections forment trois Lunules: que la première est terminée par le point A & par le point B ; la seconde par les points B & D , & la troisième par D & par E .

On verra aussi que dans la Fig. 2. par exemple, la parabole est plus cave que l'hyperbole dans la première Lunule: qu'elle est moins cave que l'hyperbole dans la seconde Lunule, & qu'elle se trouve plus cave que l'hyperbole dans la troisième Lunule. Et comparant la parabole à l'Ellipse dans Fig. 1. on verra une semblable suite alternative du plus & du moins cave. En cela il ne paroît point de difficulté. Car menant une droite par les deux points qui terminent une Lunule, il paroît évident que le segment de Courbe le plus cavé, est celui qui s'éloigne le plus de cette droite. Mais les portions entières de la parabole, de l'Ellipse & de l'hyperbole comprises entre le point A & le point E , sont

par-tout caves vers l'axe des y . Et comme ces portions renferment les Lunules où le cave reçoit le plus & le moins, il est bon de s'assurer de la cavité de ces mêmes portions vers cet axe.

Pour cela il me paroît qu'il faut donner ici une partie du calcul qui sert à la génération des trois Courbes.

Axe.	Parabole.	Hyperbole.	Ellipse.
$y=0$.	donne $x=0$.	$\dots : x=\frac{12}{25}$.	$\dots x$. imaginaire.
$y=1$.	$\dots x=1$.	$\dots : x=1$.	$\dots x=1$.
$y=4$.	$\dots x=2$.	$\dots x=2$.	$\dots x=2$.
$y=9$.	$\dots x=3$.	$\dots x=3$.	$\dots x=3$.
$y=16$.	$\dots x=4$.	$\dots x=4$.	$\dots x=4$.
$y=100$.	$\dots x=10$.	$\dots x=12\frac{154}{275}$.	$\dots x$. imaginaire.

Ainsi l'on voit que l'intervalle où les Courbes se rencontrent, est terminé d'un côté par $x=1$ & de l'autre par $x=4$. Et comme l'on a des regles fort précises pour s'assurer que dans cet intervalle il n'y a aucun *Maximum*, on peut déjà voir que les appliquées vont en augmentant, & dans une suite non interrompue le long de cet intervalle.

REMARQUE II. On sçait aussi que dans les Courbes du premier genre, il n'y a jamais de points d'inflexion, ni aucun de ceux qu'on appelle de rebroussement & recourbement; ainsi l'on pourra s'assurer de la cavité des portions totales AE , vers l'axe des y , par le moyen de la petite regle qui prescrit de prendre des abscisses en progression arithmétique, & de les comparer à leurs appliquées. Nous avons ici $x=1$, $x=2$, $x=3$, $x=4$, qui sont quatre abscisses de l'axe des x , & qui sont aussi en progression arithmétique. Si l'on prend les trois premières $x=1$, $x=2$, $x=3$; on a vu que leurs appliquées sont $y=1$, $y=4$, & $y=9$. On voit aussi que la somme des extrêmes $1+9$ surpasse 8 double de la moyenne, ainsi l'on peut conclure, suivant la regle, que la portion AE de chaque Courbe est convexe vers l'axe des x , & que

par conséquent elle est cave vers l'axe des y .

En prenant les trois dernières $y=2$. $x=3$. $x=4$. leurs appliquées seront $y=4$. $y=9$. $y=16$ dont la somme des extrêmes surpasse le double de la moyenne. Donc selon la règle, la Courbe est convexe vers l'axe des x & cave vers l'axe des y .

D'où il suit, par la même règle, que les trois Courbes sont caves vers l'axe des y , depuis $x=1$. jusqu'à $x=4$, c'est-à-dire, dans toute l'étendue de l'intervalle dans lequel se font les quatre intersections de ces Courbes, fig. 1 & 2. On a vû aussi que les appliquées vont toujours en augmentant le long de cet intervalle, & que leur suite n'est point rompue.

Mais l'on a encore pû voir par les portioncules qui forment les Lunules, que chacune des trois Courbes est tantôt plus cave & tantôt moins cave que les deux autres Courbes dans ce même intervalle; & rappelant ici la première idée que j'ai donnée du paradoxe dont il s'agit, on voit en quel sens deux Courbes qui se couperoient en mille en un point avec les trois conditions ci-dessus marquées, formeroient mille Lunules où chacune de ces Courbes seroit alternativement plus & moins cave que l'autre Courbe dans l'intervalle qui renferme tous ces points, quoique chacune de ces Courbes prise à part, soit par-tout cave vers l'axe générateur commun à l'une & à l'autre, quoique leurs appliquées soient de celles qui vont toujours en augmentant, quoique ces appliquées soient d'une suite continuë. Ainsi cette espèce d'uniformité du cave dans les portions entières, & le changement du cave dans les Lunules, contribuent de quelque chose à fixer l'idée du paradoxe, & serviroient en quelque manière à l'expliquer, mais avant que d'en venir là, il est bon de marquer d'autres faits.

Que les trois Courbes se coupent ici sans se toucher, cela est si facile à voir par les tangentes, qu'il seroit inutile de s'y arrêter.

En poussant le calcul un peu davantage que je ne l'ai fait

ici, on verroit comment le côté de l'Ellipse marqué $tVNI$, Fig. 1, se trouve entre l'axe des y & le côté de la parabole qui est coupé par cette Ellipse, & l'on verroit aussi la détermination de son grand diamètre de r vers S par les formules de la transposition des axes. On peut trouver par les mêmes formules, le sommet de l'hyperbole, Fig. 2, & celui de son opposée, & il est d'ailleurs facile de voir comment cette hyperbole coupe l'axe des y au point C , pour s'approcher de son asymptote λM . &c. Je laisse de semblables recherches, parce qu'il m'a paru qu'elles seroient inutiles au dessein de ce Memoire, après le détail que l'on vient de voir ici.

En prenant les trois Courbes deux à deux, on peut faire trois constructions pour éviter la confusion des segmens curvilignes dans les Lunules, mais j'ai cru qu'il suffisoit d'en donner deux pour marquer les cavités relatives de ces segmens, & que cela désigne assés celles qui se forment en construisant l'Hyperbole & l'Ellipse sur un même axe & une même origine.

REMARQUE III. De tout ce que je viens de dire, & de la théorie des Effections Géométriques, on peut voir que si l'on construit sur un même axe & une même origine, le lieu $xx=y$ avec les lieux E, G , leurs trois Courbes se couperont en quatre points; qu'elles seront caves vers l'axe des y dans l'intervalle de ces points, & que leurs appliquées augmenteront toujours sans interruption le long de cet intervalle.

En combinant les lieux $xx=y, E, G$, on aura autant d'autres Ellipses & d'autres hyperboles qu'on voudra, qui étant construites sur l'origine O & sur l'axe des y , couperont les précédentes & la parabole aussi, dans les quatre points A, B, D, E , & chacune y coupera aussi toutes les autres: de maniere que toutes ces Courbes se trouveront caves vers l'axe des y dans l'intervalle de tous ces points. Quelques-unes des combinaisons ne donneront que des lignes droites; mais il y en a peu de cette sorte, & il est facile de les reconnoître. Il est facile aussi d'éviter celles qui ne donnent que des lieux imaginaires.

Cette

Cette infinité de Courbes résulte de $h = 1$, & des quatre racines 1, 2, 3, 4 : ainsi, un changement si grand ou si petit qu'on voudra dans la valeur de h ou dans les racines, donnera une autre infinité de Courbes ; de manière qu'en prenant successivement tous les nombres pour h sans changer les racines, on concevra une infinité d'infinités de Courbes du premier genre qui s'entre couperont aux mêmes points A, B, D, E , & seront toutes caves vers l'axe des y .

Si l'on fait du changement aux racines, il est évident que les Courbes se rencontreront en d'autres points. De-là d'autres exemples, d'ailleurs semblables aux précédents, & dont la multiplicité me paroît inexprimable. Entre tous ces exemples, les plus simples seroient ceux qui donneroient les quatre racines 0, 1, 2, 3, mais alors le sommet de la parabole seroit un des points de rencontre.

Comme l'on peut prendre une portion de parabole aussi petite qu'on voudra, & prendre aussi quatre appliquées de cette portion, pour les introduire dans une égalité du 4.^e degré, on peut par conséquent trouver autant de Courbes du premier genre que l'on voudra, qui couperont cette portion en quatre points ; & si elle est par-tout cave vers son axe générateur ; toutes ces Courbes se trouveront caves vers ce même axe dans l'intervalle de tous ces points. Cela me paroît évident après ce qui a été dit ici, & d'ailleurs, il faut ménager l'étendue qui m'est donnée pour les Remarques qui regardent les Courbes de tous les genres, & qui doivent servir à l'éclaircissement du paradoxe en question.

Sur les Courbes de tout genre.

Entre les Courbes qui sont au-delà du premier genre ; je n'en vois pas de plus simples que la parabole $x^3 = y$. Elle est commode pour quantité de constructions, & convient à mon sujet. Car si l'on prend cette parabole pour le premier lieu d'une égalité dont toutes les racines sont positives, alors toutes ces racines se trouveront dans un de ses rameaux, &

les Courbes seront caves d'un même côté dans l'intervalle des points de rencontre. Mais en cela, il n'y a pas beaucoup d'exemples où l'on puisse faire que le second lieu soit du premier genre. On aura un indice de la difficulté, en rappelant ici l'égalité marquée D .

$$D. x^4 - 10x^3 + 35xx - 50x + 24 = 0.$$

Le premier lieu étant $x^3 = y$, on aura le second lieu F .

$$F. yx - 10y + 35xx - 50x + 24 = 0.$$

Construisant l'hyperbole que donne ce lieu avec la parabole $x^3 = y$, sur un même axe & une même origine, une des branches de cette parabole sera coupée en 4 points par un rameau de l'hyperbole, & ce rameau avec cette branche se trouveront par-tout caves vers l'axe des y dans l'intervalle de ces quatre points. On verra aussi que les appliquées vont en augmentant dans une suite non interrompue le long de cet intervalle.

En prenant $x^3 = fy$ pour le premier lieu de D , l'hyperbole du second lieu changera à mesure qu'on changera la valeur de f . De-là une infinité d'hyperboles telles que chacune coupe toutes les autres, & coupe aussi la parabole dans les quatre mêmes points aux mêmes conditions que dessus.

Multipliant D par $xx + 10x - 75$, & prenant $x^3 = fy$ pour le premier lieu, la variété de f fournira une autre suite infinie d'hyperboles, qui couperont une des branches de la parabole en cinq points, qui seront par-tout caves vers l'axe des y , & qui couperont encore cette parabole en un point au-dessus de l'inflexion, pour la racine -15 .

Mais si l'on multiplie l'égalité D par $xx + 10x + 65$. Et si l'on prend $x^3 = fy$ pour le premier lieu pour avoir un cercle dans le second lieu, alors il faut faire $f = \sqrt[2]{1799}$, & le cercle ne coupera qu'en quatre points une des branches de la parabole.

Ainsi, dans le dessin qu'un des lieux soit toujours du

premier genre pour la construction d'une égalité quelconque, & pour avoir des points de rencontre autant qu'on en voudra, ce ne seroit que rarement un avantage de prendre les premiers lieux au-delà du second degré. Si l'on prend la voye des indéterminées & des problemes auxiliaires, dont j'ai parlé dans les Mémoires de 1708 pag. 359, on trouvera des exemples du paradoxe, dont les lieux seront plus simples dans le degré, & plus composés dans les coefficients, (le nombre des points étant le même) que par la voye ordinaire que j'ai entrepris de perfectionner dans les Mémoires de 1711. Mais je suis obligé de suivre ici cette voye ordinaire, & il me paroît qu'il vaut mieux pour ce dessein, prendre les premiers lieux du premier genre, & c'est aussi ce que j'ai fait pour former deux suites infinies d'exemples qui serviront à l'explication du paradoxe dont il s'agit, comme on l'a pû voir par les deux Projets inserez dans les Mémoires de 1711 pag. 94. Je les répéterai ici, puisqu'il faut les éclaircir, & prouver les vérités qu'ils renferment.

PREMIER PROJET. Si l'on forme une égalité d'autant de racines qu'on voudra, toutes réelles & toutes positives, aussi grandes & aussi petites qu'on voudra, & si l'on prend la parabole $xx = ay$ pour le premier lieu de cette égalité; alors la Courbe du second lieu rencontrera cette parabole en autant de points qu'il y a de différentes racines, & les deux Courbes se trouveront caves vers l'axe des y dans l'intervalle qui renferme tous ces points. Les appliquées de cet intervalle iront toujours en augmentant, & leur suite ne fera point rompuë.

SECOND PROJET. L'égalité proposée étant formée comme dans le premier Projet; si l'on prend $xx + yy = ff$ pour le premier lieu, & si l'on donne au rayon f une valeur qui surpasse la plus grande racine de la proposée; alors le cercle rencontrera la Courbe du second lieu en deux fois autant de points qu'on aura mis de différentes racines dans la

proposée, toutes les rencontres se feront dans un demi-cercle; & la Courbe du second lieu se trouvera cave le long de l'intervalle où se font ces rencontres, dans le sens que ce demi-cercle est cave vers le diametre qui le termine.

Dans ces deux Projets, les Courbes ne se rencontreront que de trois manières; elles se couperont & auront diverses tangentes dans chaque point que déterminent les racines inégales de la proposée; elles se couperont & auront une même tangente dans chaque point qui est déterminé par des racines égales, dont la multitude est exprimée par un nombre impair. Elles se toucheront & auront une même tangente dans chaque point que déterminent les racines égales, dont la multiplicité est de nombre pair.

Si l'on fait dans le second Projet, que le rayon f soit plus petit qu'une des racines; alors cette racine ni toutes celles qui surpassent, ne se trouveront pas dans la construction.

Et si l'on fait que le rayon soit égal à une des racines laquelle on voudra, cette racine se trouvera dans la construction; mais les Courbes se toucheront, & auront même tangente au point qu'elles déterminent; soit que cette racine ait son égale ou non dans la proposée.

Je suppose dans ces deux Projets, qu'en formant le second lieu, on ait soin de pousser les substitutions jusqu'à ce que l'inconnue de la proposée ne se trouve qu'au premier degré dans le second lieu.

On peut démontrer l'un & l'autre Projet en deux manières. La première suppose que l'on ait l'image des Courbes, ainsi elle demande que les exemples soient pris un à un: la seconde manière détermine tout ce qui est nécessaire de cette image des Courbes, pour la démonstration générale des deux Projets, sans obliger de tracer ces Courbes, si ce n'est en deux ou trois exemples pour soutenir l'esprit dans ses abstractions. Je ne me propose dans ce premier Mémoire, que la première manière de démontrer, & comme il ne peut pas avoir l'étendue qui seroit nécessaire en cela, pour ces deux Projets, je me suis

déterminé au second ; parce que les preuves qu'il demande portent avec elles presque tout ce qui doit servir à la démonstration du premier Projet.

On a encore un avantage dans le second Projet. Car l'on sçait que la courbûre d'un cercle est par-tout très-uniforme. D'où il suit , que les changemens de courbûre qui sont nécessaires pour former les Lunules , ne peuvent être attribués qu'à la Courbe du second lieu dans chaque Exemple. Ce qui facilite l'explication du paradoxe dans ce Projet.

Les proposées qui se présentent les premières ici , sont des égalitez du second degré , mais elles sont trop simples pour s'y arrêter : Ce qui m'a déterminé à prendre pour mon premier Exemple , une égalité du troisième degré.

PREMIER EXEMPLE.

La Proposée est celle qu'on voit ici en *A*.

$A \dots x^3 - 6xx + 11x - 6 = 0$,
dont les racines sont 1, 2, 3.

Le premier lieu soit *D*. $xx + yy = 10$. alors on aura le second lieu *E*, dont la courbe est celle de Fig. 3.

$$E \dots x = \frac{6yy - 66}{yy - 21}.$$

Construisant ce lieu *E* avec le lieu au cercle marqué *D* sur un même axe & une même origine , les Courbes se couperont en six points , & seront caves vers l'axe des *y* dans l'intervalle de tous ces points ; mais des six appliquées à cet axe , il n'y en a que trois qui vont en augmentant , & les trois autres vont en diminuant.

Pour expliquer , & pour démontrer les cavités dans cet Exemple , d'une manière qui puisse servir à tous les Exemples du second Projet , il faut deux sortes de calcul : l'un regarde les deux Courbes , & l'autre le second lieu seulement.

Il suffira pour le premier calcul , de donner ici les valeurs qui suivent.

Abcissés Appliq. de D . . . Appliq. de E .

$$y = \theta \dots x = \pm \sqrt[2]{10} \dots x = 3\frac{1}{7}.$$

$$y = \pm 1 \dots x = \pm 3 \dots x = 3.$$

$$y = \pm \sqrt{6} \dots x = \pm 2 \dots x = 2.$$

$$y = \pm 3 \dots x = \pm 1 \dots x = 1.$$

$$y = \pm \sqrt[2]{10} \dots x = \theta \dots x = \frac{6}{10}.$$

Comme le second calcul doit fournir les principales déterminations de la Courbe du second lieu, désignée par Fig. 3, & comme il suffit d'avoir celles qui contribuent à la démonstration des cavités pour le paradoxe; on peut se contenter des valeurs que l'on va voir ici, sçachant que l'axe des y est $BO L$, & que l'origine est au point O .

$y = \pm \sqrt{11}$ donne les points A & I , où la Courbe coupe cet axe.

$y = \sqrt{21}$ donne les points K & V , & pour chacun on a x infini, c'est-à-dire, l'asymptote MKH , & l'asymptote GVP .

$y = \pm 4$ donne $x = -6$ qui marque l'usage de ces deux asymptotes & leur direction, l'un de K vers H , & l'autre de V vers P .

$y = \pm \sqrt{22}$ donne $x = 6$, ainsi l'un de ces asymptotes passe encore de K vers M , & l'autre de V vers G . On voit par ces dernières déterminations que chacun est pour deux rameaux infinis.

$x = 6$ donne $y = \pm \sqrt{\infty}$ pour l'asymptote MG parallèle à BL , & commun aux rameaux NR , & λ .

La Courbe n'a aucun *Minimum*, & n'a que le seul *Maximum* OF que donne $x = 3\frac{1}{7}$.

La tangente au point F est parallèle à l'axe BL , & dans cet exemple, comme dans tous les autres du second Projet; toutes les appliquées font un angle droit avec leur axe générateur.

Le premier Calcul avec le second fournissent une image de la Courbe, qui suffira avec des raisons pour prouver que la portion AFI est coupée en six points par le demi-Cercle, & qu'elle est par-tout cavé vers l'axe des y dans l'intervalle de ces six points. Pour les intersections, il ne faut pour s'en assurer que le premier Calcul & quelque connoissance des tangentes; mais pour démontrer les cavités, je me fers des propositions suivantes.

PROPOSITION I.

Si une portion de Courbe AFI terminée par une droite AI qui fait partie de son axe générateur BL , Fig. 3. si les appliquées à cet axe vont toujours en diminuant depuis le point O jusqu'au point A , & depuis le même O jusqu'en I ; & si une ligne droite placée en tout sens sur cette portion AFI , ne peut la couper en plus de deux points: alors je suppose que cette même portion AFI est par-tout cave vers la droite AI ; que le circuit AF est par-tout cave vers la droite AO & vers OF , & que le circuit FI l'est aussi par-tout vers les droites AI , OF .

Ainsi je ne donne pour première proposition qu'une hypothèse, mais cette hypothèse est très-conforme à la notion ordinaire des cavités. A cela je pourrois adjoûter que les appliquées de l'axe des x , OF , vont toujours en augmentant depuis le point F jusqu'au point A , & depuis F jusqu'en I ; puisqu'il n'y a ni *Maximum* ni *Minimum* sur cet axe.

PROPOSITION II.

Il est impossible qu'une ligne courbe soit coupée ni touchée par une ligne droite, en plus de points qu'il n'y a de dimensions dans le lieu qui renferme cette courbe.

Cette Proposition est reçûe par de sçavants Géomètres, & même ils en ont parlé comme d'un axiome; ainsi il n'est pas nécessaire de donner ici le détail des preuves. Je dirai seulement que l'on peut la démontrer par les formules

générales de la transposition des axes. On peut aussi en donner la démonstration par le moyen du lieu indéterminé $rx = ay + mr$ qui exprime toutes les positions d'une ligne droite dans le plan d'une courbe quelconque. Car en le comparant au lieu de cette courbe pour faire évanouir x ou y , il est évident que le nombre des dimensions de la réduite, ne surpassera jamais le nombre des dimensions du lieu de cette même courbe; & comme les racines de cette réduite, déterminent tous les points où la droite rencontre la courbe à chaque fois que l'on prend arbitrairement des valeurs connues pour a, m, r , on voit que le nombre de ces points ne surpassera jamais le nombre des dimensions du lieu qui exprime la courbe, puisque le nombre de ces racines ne surpassera jamais le nombre de ces dimensions.

PROPOSITION III.

Il n'est pas possible qu'une ligne droite coupe la portion *AFI* en plus de deux points. Car la droite seroit parallèle à l'axe *OE*, ou à l'axe *BL*, Fig. 3. ou se confondroit avec l'un des deux, ou bien elle seroit oblique à l'un & à l'autre.

Il est évident par la génération de la courbe, que l'axe *OE* & toute droite qui lui est parallèle, ne peut couper la portion *AFI* qu'en un point. Il est encore clair par la même génération, que chaque droite parallèle à l'axe *BL*, ne peut pas couper cette portion *AFI* en plus de deux points. Mais il faut démontrer qu'elle ne peut pas être coupée en plus de deux points par aucune droite oblique aux axes.

Pour cela, supposons qu'une droite coupant la portion *AFI*, Fig. 3. coupe aussi l'axe *BL*, & que ces deux lignes font des angles obliques au point de leur intersection. Alors cette droite coupera l'axe *EO* & l'asymptote *MG* qui lui est parallèle : elle coupera aussi les deux asymptotes *MH*, *GP* parallèles à *BL*. Tout cela suit d'Euclide & du dernier calcul. Donc la même droite coupera un des quatre rameaux asymptotiques $\delta\phi, \delta\lambda; NS, NR$. Donc une droite oblique

oblique à l'axe BL , coupant la portion AFI , coupera encore la courbe en un point qui est hors de cette portion. Donc dans la supposition que cette droite coupe cette portion en plus de deux points, elle coupera la courbe entière en plus de trois points. Mais le lieu E qui exprime cette courbe, n'a que trois dimensions; donc cette courbe ne peut pas être coupée par une droite en plus de trois points, par Prop. 2.

Donc il n'est pas possible qu'une droite coupe la portion AFI en plus de deux points.

COROLLAIRE. De-là il suit qu'une droite ne peut pas couper en plus de deux points la demi-portion AF , ni son égal & semblable FI .

PROPOSITION IV.

La portion AFI , (de la Courbe du second lieu E , Fig. 3.) est par-tout cave vers AI , qui fait partie de l'axe BL .

Car cette portion ne pouvant pas être coupée en plus de deux points par une droite, elle est alors par-tout cave vers AI , suivant la Propos. 1.

Or cette portion ne peut pas être coupée en plus de deux points par une ligne droite, selon la 3.^e Proposition. Donc elle est par-tout cave vers AI . Ce qu'il falloit démontrer.

COROLLAIRE. Il suit de cette 4.^e Proposition, & du Corollaire de la 3.^e que chaque demi-portion AF , FI , prise séparément, est par-tout cave vers OF & vers AI .

REMARQUES. Pour aider la raison par les sens, j'ai réduit la portion AFI de Fig. 3. à celle qui est marquée $MEDBFZR\delta N$ dans la Fig. 4. avec le demi-cercle $GEDBSZR\delta H$ que fournit le premier lieu D . Où l'on peut voir que les six intersections de ces deux Courbes se font aux six points E , D , B , Z , R , δ , & que les racines de la Proposée sont FE , CD , AB , répétées en VZ , SR , & $\lambda\delta$.

On y peut voir aussi que la Courbe entre dans le demi-cercle au point E , qu'elle en sort au point D , qu'elle y

rentre au point *B*. Ainsi de suite alternativement jusqu'au point *δ*, où elle en sort pour n'y plus entrer & pour continuer son chemin vers *N*.

De la définition du Cercle, de ces entrées, de ces sorties, & de la cavité déjà prouvée, on peut conclurre que la Courbe du second lieu est moins cave que le Cercle dans la Lunule que terminent les points *E*, *D*; qu'elle est plus cave que le Cercle dans la Lunule de *DB*; ainsi de suite du moins cave au plus cave jusqu'à la Lunule *Rδ*.

Si l'on prend la voye des développées pour avoir une idée plus précise des curvités de la Courbe dans chaque Lunule & dans chaque point d'intersection, il suffira de faire quelque calcul pour les rayons de la développée de cette courbe; puisque le rayon de la développée d'un cercle, est toujours égal au rayon qui est propre à ce même cercle.

Comme la démonstration précédente & ces remarques s'appliquent aisément à tous les exemples du second projet, quand on a l'image de la courbe du second lieu; j'insisterai peu sur les deux exemples suivans, & j'y suis encore obligé, parce que j'approche du terme où je dois finir ce Memoire.

S E C O N D E X E M P L E .

La Proposée est l'égalité *G*.

$$G \dots x^4 - 10x^3 + 35xx - 50x + 24 = 0.$$

C'est la même que l'égalité *D* des premiers exemples, mais le premier lieu est ici le lieu *L*. $xx + yy = 16$. Ainsi l'on aura le second lieu *T*. $x = \frac{y^4 - 67yy + 840}{210 - 10yy}$ dont la Courbe est désignée par la Fig. 5.

Construisant le Cercle que fournit le premier lieu sur l'origine *O* & sur l'axe *DC*, il rencontrera en sept points la portion du second lieu marquée *AFI*. Ce Cercle touchera cette portion au point *F* sans la couper, & donnera en ce point *OF* pour la racine 4 de *G* qui est égale au rayon du même Cercle. Il coupera en trois points la demi-portion

AF pour les trois racines 1, 2, 3 de *G*, & encore en trois points la demi-portion *FI* pour ces mêmes racines.

La démonstration des Cavités s'abrege lorsque la Proposée est de degré pair, & c'en est ici un exemple. Aussi peut-on voir par la génération même de la Courbe, que les quatre racines du Numerateur de *T*, donnent les quatre points où l'axe *DC* coupe la courbe; c'est-à-dire, que cet axe la coupe en autant de points qu'il y a de dimensions dans le lieu *T*. Ce qui fournit un abbregement. On peut encore voir que les deux racines du dénominateur donnent les deux asymptotes *KH*, *VP*, &c.

REMARQUE. Si l'on résout analytiquement le probleme des lieux, & si l'on se détermine à faire évanouir *y*, alors on ne trouvera point de racines égales dans la réduite. Mais en faisant la substitution rétrograde, on verra que la résultante de *L* renferme deux racines égales de *y* par $x = 4$. On trouvera aussi des racines égales de *y* dans la réduite des lieux & sans substitution rétrograde, si l'on fait évanouir *x*, & que la multitude de ces égales est de nombre pair; ainsi l'on pourra se servir de l'analyse pour expliquer l'attouchement des Courbes au point *F*, quoique la Proposée n'ait que des racines inégales. Le semblable arrive dans tous les exemples du second Projet, lorsque le rayon du cercle est égal à une des racines de la Proposée.

TROISIÈME EXEMPLE.

La Proposée est *B*.

$$B \dots x^5 - 8x^4 + 24x^3 - 34xx + 23x - 6 = 0.$$

Le premier lieu est *S*. $xx + yy = 10$. Ainsi le second lieu est celui qu'on voit en *D*.

$$D \dots x = \frac{8y^4 - 194yy + 1146}{y^4 - 44yy + 363}.$$

Les quatre racines du Numerateur de *D*, donnent les quatre points *M*, *A*, *I*, *N*, où la Courbe coupe l'axe *TH*, Fig. 6.

Les quatre racines du Dénominateur donnent les quatre points T, K, V, H , pour les quatre asymptotes perpendiculaires à cet axe TH .

$x=8$ donne l'asymptote GP parallèle au même axe.

Ainsi l'on peut prouver, comme dans l'exemple du 3.^e degré, que dans celui-ci la portion AFI est par-tout cave vers la droite AI ; que chaque demi-portion AF, FI est par-tout cave aussi, vers cette droite AI , & encore vers OF .

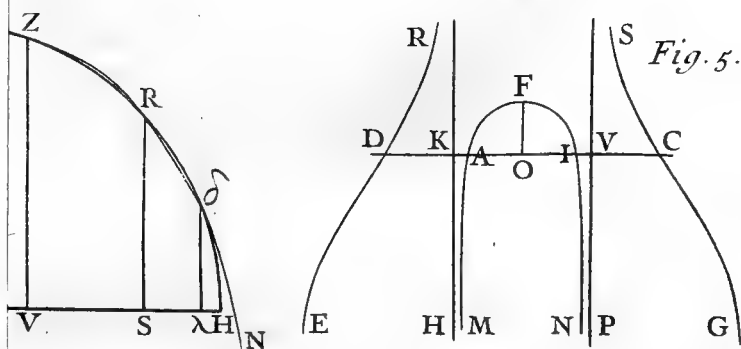
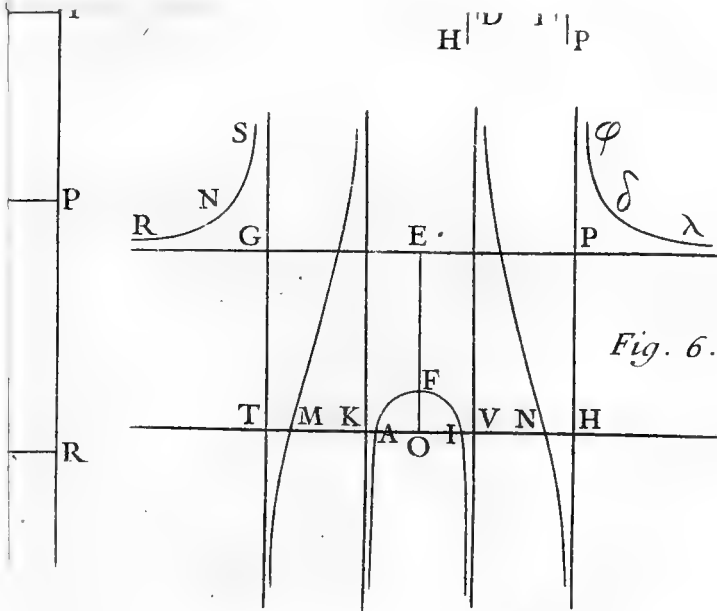
En construisant le lieu D avec le lieu S sur un même axe & une même origine, la portion ne rencontrera le Cercle qu'en six points. Cette portion la coupe en deux points, un de chaque côté de OF , pour $x=3$ racine de B . Elle le coupe en deux autres points pour la racine $x=2$.

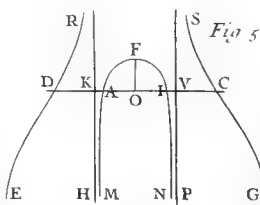
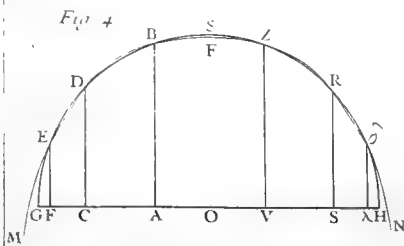
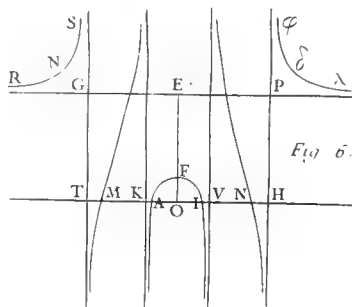
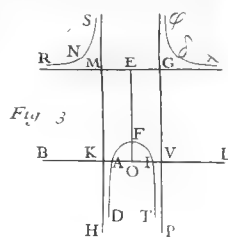
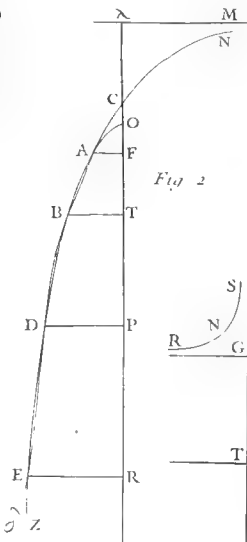
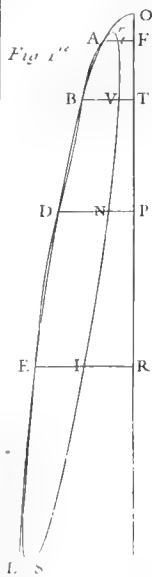
Mais elle coupe & touche ce Cercle en deux autres points pour $x=1$ qui est une des trois racines égales de la proposée B . Ainsi le Cercle & la portion AFI sont d'égale courbure dans ces deux points.

REMARQUE I. Il est clair par l'énoncé des deux Projets, que l'on peut avoir aisément autant d'exemples qu'on voudra pour chacun de ces Projets, & faire aussi que dans chaque exemple, il y ait des points autant qu'on voudra, où les deux Courbes se touchent en se coupant. Mais si l'on veut les exemples les plus simples de cette sorte, pour l'un & pour l'autre Projet, on peut se servir d'une Remarque que j'ai donnée dans les Mémoires de 1709 pag. 334. C'est sous l'indice de 1.^o de cette Remarque, que se trouve la manière de former ces Exemples: Ce qui suit au même endroit sous l'indice de 2.^o ne regarde pas les deux Projets dont il est ici question. Et même l'on y peut voir qu'il y a des exemples où deux rameaux se touchent sans se couper, quoique la Proposée n'ait point de racines égales, & que les racines égales d'une des réduites soient en nombre impair (pag. 335.) Pour s'assurer de l'attouchement de ces rameaux, il est bon de rappeler la règle qui est dans la pag. 330 de ces Mémoires. Par exemple, si la Proposée est $x^4 - 2a^3x + a^4 = 0$ &

le premier lieu $yx + a^3 = ax$, alors le second lieu le

—I... f... ..





le premier lieu $yxx + a^3 = aax$, alors le second lieu le plus simple est $axx - 2aax + a^3 = 2yyx - ayy$. Construisant ces lieux sur un même axe & une même origine, alors un des rameaux du second lieu touche un des rameaux du premier lieu, au point que donnent $x = a$ & $y = 0$, quoique la Proposée n'ait point de racines égales, & que $x = a$ soit une des trois racines égales de la réduite, dont l'inconnuë est x .

REMARQUE II. Une portion de Courbe peut se couper ou être touchée par autant d'autres Courbes qu'on voudra, & en autant de points qu'on voudra; mais ce n'est pas en cela que consiste le Paradoxe, il consiste principalement dans les cavités sur lesquelles j'ai insisté. Mais comme il devient plus considérable à mesure que l'on augmente le nombre des points de rencontre, il faut des exemples plus composés que ceux que l'on a vus ici, pour donner de plus forts indices de ce Paradoxe, & pour préparer à la seconde démonstration. C'est ce qui fera le sujet d'un autre Mémoire.

SUR UNE OBSERVATION

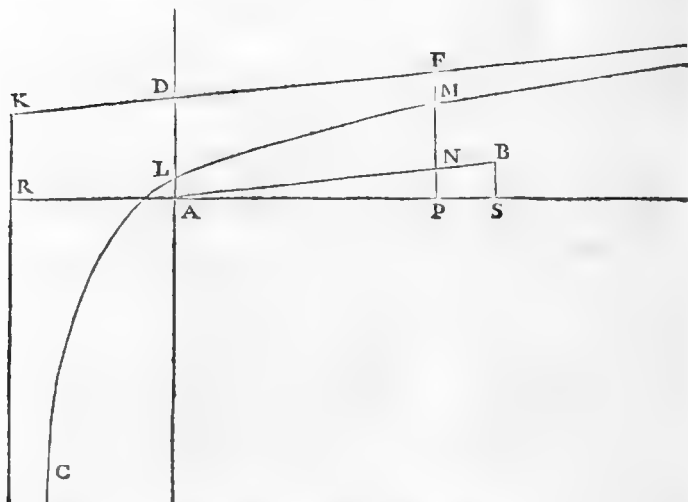
DE M. ROLLE,

*Par rapport aux Constructions Géométriques ; proposée
à l'Académie comme un Paradoxe.*

Par M. SAURIN.

J'AI examiné le Paradoxe que M. Rolle proposa la semaine ^{19 Juillet} passée, & l'exemple qu'il apporta pour l'établir. J'ai trouvé ^{1713.} l'exemple bon, & le Paradoxe vrai. Quand on répand sur les choses un air de mystère, souvent ce qu'il y a de plus commun paroît surprenant; mais quoique le merveilleux que M. Rolle a jeté sur sa découverte, s'évanouisse en partie, lorsque le Paradoxe est bien entendu; ce qui reste ne laisse pas d'être encore digne de remarque.

On ſçait que deux Sections coniques peuvent ſe rencontrer en 4 points, & que ces 4 points peuvent varier à l'infini par la différente poſition des deux Courbes : mais je ne ſçai ſi l'on avoit encore obſervé que ces points peuvent ſe trouver tous quatre d'un même côté par rapport aux axes principaux : c'eſt ce qu'il y a de ſingulier dans l'Obſervation de M. Rolle, & ce qu'il démontre par l'exemple propoſé, dans lequel en effet une portion de la moitié d'une Hyperbole, rencontre en quatre points la moitié d'une Parabole. Le lieu à l'Hyperbole eſt $xx - 10xy - 50y + 35x + 24 = 0$; & en voici la conſtruction.



Ayant mené les lignes AD , AS qui font un angle droit; & pris ſur AS le point A pour l'origine des coordonnées; ſur la même ligne du côté oppoſé au point S , je prends $AR = 5$, & par le point R , je mene l'indéfinie KR parallèle à DA . Je mene auſſi du point A la droite AB , faiſant avec AS un angle tel que $AS : SB :: 10 : 1$. je fais $AD = 3$; je mene par le point D la droite indéfinie KF parallèle à AB ; & ayant pris ſur DA , $DL = 3 - \frac{12}{25}$, je décris par

le point L , entre les droites KF , KR , comme asymptotes, l'Hyperbole CLM , & je dis que cette Hyperbole est le lieu requis.

Car nommant AP, x ; PM, y ; & KD , qui est connuë, e ; l'analogie $AR (5) : KD (e) :: AP (x) : DF$, donnera

$$DF = \frac{ex}{5}; \text{ \& l'on aura } KF, \text{ ou } KD + DF = e + \frac{ex}{5}.$$

$$\text{On a d'ailleurs } FM = FN + NP - PM = 3 + \frac{1}{10}x$$

$$- y; \text{ Donc } KF \times FM = e + \frac{ex}{5} \times 3 + \frac{1}{10}x - y = 3e$$

$$+ \frac{3ex}{5} + \frac{1}{10}ex + \frac{1}{10}x \frac{ex}{5} - ey - \frac{exy}{5} = KD \times DL$$

$$(\text{par la propriété de l'Hyperbole}) = e \times 3 - \frac{13}{2}; \text{ ou mul-}$$

$$\text{tipliant par } 5, \text{ \& divisant par } e; 15 + 3x + \frac{5}{10}x + \frac{1}{10}xx$$

$$- 5y - xy = 15 - \frac{13}{2}; \text{ \& enfin multipliant}$$

$$\text{par } 10, \text{ \& mettant tout d'un côté, } xx - 10xy - 50y$$

$$+ 35x + 24 = 0: \text{ ce qu'il falloit démontrer.}$$

Cette construction posée, il est évident, ainsi que M. Rolle

l'a montré, que dans l'Equation construite x étant pris $= 1$,

$= 4, = 9, = 16$, donne $y = 1, = 2, = 3, = 4$; que

ces quatre points sont de même dans la moitié d'une Parabole

qui auroit pour axe la droite AS , pour sommet le point A ,

& pour parametre l'unité; & par conséquent, qu'elle seroit

rencontrée dans ces quatre points par la portion de cette moitié

d'Hyperbole, où se trouvent les mêmes points.

Si la Parabole étant donnée avec les quatre points déjà mar-

qués, on vouloit trouver le lieu à l'Hyperbole qui passe par ces

quatre points, il n'y auroit qu'à prendre l'Equation du lieu

cherché en exprimant les quantités qui doivent être constantes,

par des indéterminées; elles se détermineroient par la substi-

tution des valeurs données de x & de y dans les quatre points,

& il viendrait le même lieu que nous avons construit.

Car la moindre attention fait d'abord connoître que l'Hy-

perbole que l'on cherche, ne peut avoir d'autre position que

celle qu'on voit dans la Figure; c'est-à-dire, que le sommet de

cette Hyperbole, ne sçauroit être au point A qui est le sommet

de la Parabole, qu'il en doit être éloigné du côté opposé à S ; qu'il ne sçauroit être sur la ligne AS prolongée, ni au-dessus; qu'il ne peut être qu'au dessous. La supposant donc dans la position qu'elle a dans la Figure, prenant les droites KF, KR pour ses asymptotes; & menant la droite AB parallèle à l'asymptote KF ; on nommera les constantes, mais indéterminées, AR, r ; AD, d ; DL, c ; AS, n ; SB, L ; & les

variables AP, x ; PM, y ; on aura $KD = \frac{r}{n} \sqrt{n^2 + 1}$,

& $DF = \frac{r}{n} x \sqrt{n^2 + 1}$; $FM = d + \frac{r}{n} x - y$; &

$KD + DF \times FM = \frac{r}{n} \sqrt{n^2 + 1} + \frac{r}{n} x \sqrt{n^2 + 1}$.

$\times d + \frac{r}{n} x - y = \frac{r}{n} dr \sqrt{n^2 + 1} + \frac{r}{n} dx \sqrt{n^2 + 1}$.

$+ \frac{rx}{n^2} \sqrt{n^2 + 1} + \frac{xy}{n^2} \sqrt{n^2 + 1} - \frac{r}{n} ry \sqrt{n^2 + 1}$.

$- \frac{r}{n} xy \sqrt{n^2 + 1} = KD \times DL = \frac{r}{n} \sqrt{n^2 + 1}$.

$\times c$; ce qui étant divisé par $\sqrt{n^2 + 1}$, & multiplié par n^2 .

donne cette Equation, $ndr + ndx + rx + xx - nry - nxy = cnr$; ou $xxx - nxy - nry + ndx + rrx + ndr - cnr = 0$.

Comme il n'y a dans cette Equation que quatre indéterminées, r, d, c, n ; il est évident qu'elles seront déterminées par les quatre égalités que fournira la substitution des valeurs de x & de y données dans les quatre points; d'où naîtra le même lieu que l'on a déjà construit.

L'observation de M. Rolle peut s'étendre, & il l'étend en effet à tous les lieux plus élevés. Le fondement de toute cette recherche est connu; mais il y a un détail où M. Rolle est entré & où nous pourrions entrer ici, s'il ne nous paroîssoit injuste de le prévenir, & de ne lui pas laisser tout l'honneur de ce qu'il a trouvé.



OBSERVATION

O B S E R V A T I O N
S U R
UNE SUBLIMATION DE MERCURE.

Par M. H O M B E R G.

PARMI les matières minérales, le Mercure est une des plus volatiles, qui se lie facilement avec toutes sortes de sels, & se sublime avec eux. Tous ces sublimés paroissent en forme sèche quand ils sont hors du feu ; mais quelques-unes d'entr'eux se tiennent long-temps fondus dans une médiocre chaleur, ce qui fait qu'en les sublimant on a de la peine de les séparer entièrement de leurs têtes-mortes, parce que la voute du matras sublimatoire, n'étant pas par-tout assés froide pour que le sublimé s'y puisse figer, il recoule continuellement dans le fond du vaisseau, qui par là se casse fort aisément ; & la sublimation ne s'y fait qu'à demi dans le sommet seulement du matras, ce qui demande une opération fort longue, & encore faut-il la réitérer dans d'autres vaisseaux, si l'on veut séparer de la tête-morte tout ce qu'elle peut contenir de sublimé corrosif. Cet inconvénient m'est arrivé depuis peu dans un mélange de parties égales de sublimé corrosif & de sel décrepité, que j'ai voulu sublimer plusieurs fois ensemble ; j'ai cru y remédier parfaitement en mettant ce mélange dans une cornuë, pour faire couler le sublimé dans un recipient par le moyen de la distillation, comme je l'avois vû couler le long des parois du matras sans se figer, pendant les sublimations ; mais je me suis apperçû que la plûpart du sublimé sortoit en vapeurs par les jointures, parce que n'y ayant point d'autres ouvertures, le recipient seroit crevé ou la cornuë. J'ai donc éteint le feu, & j'ai percé le ballon d'un petit trou près de son fond ; j'ai radapté

6 Septembre
1713.

Mem. 1713.

. LI

ce ballon, en le plaçant de manière, que le petit trou se trouvoit dans sa partie supérieure. J'ai remis le feu sous la cornue sans luter les jointures, & ma sublimation a passé dans le ballon, sans qu'il se soit perdu la moindre fumée par la jointure ni par le petit trou. Tout le sublimé s'est trouvé dans le fond du ballon, en partie congelé comme du beurre d'antimoine sec, & en partie comme de la neige, & rien ne s'est sublimé au haut du ballon.

Il y a beaucoup d'apparence que le sublimé est sorti en fumée par les jointures dans la première opération, plutôt que d'entrer dans le ballon, parce que l'air froid dont le ballon estoit rempli, se raréfiant peu à peu par la chaleur de la cornue, en est sorti par ces jointures à mesure qu'il s'est échauffé; & a entraîné avec lui le sublimé qui estoit encore en vapeurs: mais ce même air froid contenu dans le ballon, ayant trouvé une issue par le petit trou au haut du ballon dans la seconde opération, il en est sorti seul, & la vapeur mercurielle est entrée dans le ballon sans aucun obstacle; & comme elle y a trouvé un lieu assez froid pour se condenser promptement, elle ne s'est pas élevée jusqu'à la hauteur du trou dont j'avois percé le ballon; & par conséquent, il ne s'y est point fait de sublimation, mais elle s'est déposée au fond du ballon en forme de flocons comme de la neige, & a rempli plus de la moitié du ballon, en sorte que ces ouvertures n'en ont causé aucune perte.

La raison pourquoi dans cette opération le sublimé est plus fusible, & se tient plus long-temps en liqueur que dans les sublimations du sublimé corrosif ordinaire, & encore moins dans celle du Mercure doux, est apparemment, parce que le Mercure y est plus chargé de sels que ne le sont ces autres sublimés; & comme ce surplus de sel, qui s'élève dans cette opération, ne trouve pas assez de Mercure pour s'y loger, & pour en être absorbé dans la grande chaleur, il s'y joint un esprit acide, qui l'entretient liquide pendant qu'il est encore chaud: cet esprit acide n'est pas en trop grande

quantité dans les premières de ces opérations, ce qui fait qu'il se condense aisément avec le Mercure dans un lieu froid, mais en réitérant sept ou huit fois cette même opération, sur du nouveau sel décrepité, comme j'avois fait ici, il s'en sépare à la fin une si grande quantité d'esprit acide, que le Mercure n'est plus capable de l'absorber même dans le froid; & il paroît alors en huile épaisse, ou comme du beurre d'antimoine fondu.

Toute cette opération s'est achevée en deux heures de temps sur six livres de sublimé, au lieu que par la manière ordinaire je n'avois pas achevé la sublimation en douze heures sur trois livres de sublimé. La raison en est que dans cette dernière opération le sublimé a pû sortir de la cornue à mesure qu'il s'est élevé en vapeurs; au lieu que dans l'opération ordinaire, ne trouvant pas de lieu assez froid dans le vaisseau sublimatoire pour se figer, il retombe dans le fond de son vaisseau à mesure qu'il s'élève, & y circule pendant long-temps.

REFLEXIONS.

SUR

LES OBSERVATIONS DES MAREES.

Par M. CASSINI.

LES Philosophes n'ont point été jusqu'à présent d'accord ² Août 1713. ensemble touchant la cause & les effets du Flux & du Réflux de la Mer.

Possidonius, au rapport de Strabon, dit que le mouvement de l'Océan imite la révolution des corps célestes, & qu'il y a dans le flux de la Mer un mouvement journalier, un mouvement qui suit la révolution des mois lunaires, & un mouvement annuel.

Que le mouvement diurne est celui que la Mer fait en

montant & descendant deux fois le jour ; que celui des mois se remarque par les différentes hauteurs des Marées qui sont grandes vers les nouvelles Lunes , diminuent jusqu'au premier quartier , & augmentent ensuite jusqu'aux pleines Lunes , après quoi elles redescendent. Qu'à l'égard du mouvement annuel , il a appris des habitants de Cadix , que vers les solstices d'été , les flux & reflux de la Mer étoient les plus grands , ce qui lui faisoit conjecturer qu'ils diminueoient jusqu'à l'équinoxe d'automne ; qu'ils augmentoient ensuite jusqu'au solstice d'hiver , après quoi ils diminueoient , & ainsi successivement.

Pline prétend que le Soleil & la Lune sont la cause du flux & du reflux ; il paroît être du même sentiment que Possidonius en ce qui regarde le mouvement journalier du flux & du reflux de la Mer , & en celui qu'on observe dans chaque révolution de la Lune ; mais il assure au contraire que les plus grandes Marées arrivent dans les équinoxes , & les plus petites dans les solstices , & qu'elles sont encore plus grandes dans l'équinoxe d'automne , que dans celui du printemps. Il adjoute que les Marées sont plus petites lorsque la Lune est septentrionale & qu'elle s'éloigne de la Terre , que lorsqu'elle est méridionale & que sa force agit de plus près , & que dans l'espace de huit années , après cent révolutions de la Lune , on observe les mêmes principes du mouvement des Marées , & les mêmes augmentations. Il remarque enfin que tous ces changements n'arrivent point précisément dans les temps marqués ci-dessus , mais quelques jours après , l'effet des choses qui se passent dans le Ciel , ne se faisant pas sentir sur la terre aussi-tôt qu'on les apperçoit à la vûe.

Divers Philosophes modernes , ont aussi reconnu dans le flux & le reflux de la Mer , trois sortes de mouvements , l'un qui se fait deux fois tous les jours , l'autre qui suit les périodes de la Lune , & le troisième dont on s'apperçoit tous les ans au temps des équinoxes & des solstices.

Ils s'accordent avec Pline , en ce qu'ils supposent tous que les Marées sont plus grandes dans les équinoxes que dans les

solstices, mais ils sont différents entr'eux en ce qui concerne la cause de ces phénomènes.

Galilée prétend que la cause principale du flux & du reflux de la Mer, vient du mouvement de la Terre autour de son axe, qui se fait en 24 heures, pendant qu'elle est entraînée en même temps par son mouvement annuel qu'elle fait autour du Soleil dans l'espace d'une année. Quoique ces deux mouvements se fassent de l'occident vers l'orient, chaque point de la surface de la Terre doit avoir des degrés différents de vitesse par rapport à un point fixe pris dans le Ciel. Car par la révolution journalière de la Terre, les parties exposées au Soleil, sont emportées d'un sens différent à celui dont la Terre est mue par son mouvement propre, & tout au contraire les parties de la surface de la Terre, qui sont dans l'hémisphère opposé au Soleil, sont emportées par la révolution journalière du même sens dont elles sont entraînées par son mouvement propre; d'où il résulte un mouvement composé dont la vitesse est plus grande que dans le cas précédent, & qui varie suivant les différentes directions de ces deux mouvemens. Les parties de la surface de la Terre étant donc mûes, tantôt plus lentement, tantôt plus vite dans l'espace de 24 heures, il suit que les eaux contenues dans la Mer, qui ne peuvent pas suivre exactement le mouvement de la surface de la Terre, sont obligées de fluer & de refluer dans l'espace d'un jour, de même que feroit l'eau contenue dans un vaisseau, qui étant emportée avec un certain degré de vitesse d'un certain côté, refluerait du côté opposé, & retourneroit ensuite vers l'autre bord lorsque cette vitesse viendroit à se rallentir considérablement. Il conclut de là, qu'il doit y avoir un flux & un reflux dans l'espace de 24 heures; mais qu'à cause de l'eau qui tend toujours à se mettre en équilibre, & de divers accidens qui peuvent survenir, comme des différentes profondeurs de la Mer, & de la direction des côtes de la Mer, qui interrompent son mouvement, le flux peut accélérer de 2, 3, 4, 5 à 6 heures, ce qui fait qu'on observe ordinairement dans la Méditerranée le flux de la Mer

270 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
de 6 heures en 6 heures, quoiqu'en d'autres endroits on puisse
le trouver différent.

A l'égard du mouvement des Marées qui suivent les périodes des mois lunaires, il prétend qu'elles sont produites par l'inégalité du mouvement de la terre, qui acquiert un plus grand degré de vitesse lorsque la Lune est en conjonction, que lorsqu'elle est en opposition. Il suppose pour cela que la force émanée du Soleil agit de même à égale distance de cet astre, & meut avec plus de vitesse les corps qui sont plus proches du centre de leur mouvement, que ceux qui en sont plus éloignés; d'où il suit que la Lune doit avoir un plus grand degré de vitesse dans la conjonction, où elle est plus près du Soleil, que dans son opposition, où elle en est plus éloignée, ce qui contribué aussi à accélérer ou retarder le mouvement de la terre; semblable à un pendule qui fait des vibrations plus promptes ou plus lentes, suivant que l'on place un plomb plus proche ou plus loin du centre de son mouvement. Cette inégalité du mouvement de la terre dans les conjonctions & oppositions, dont la période est la même que celle de la révolution de la Lune, est la cause, à ce qu'il prétend, des inégalités que l'on observe dans les Marées dans le cours d'un mois.

Pour ce qui regarde les inégalités que l'on observe dans les Marées dans le cours de l'année; Galilée juge qu'elles proviennent de la différence qui résulte de la composition du mouvement annuel & du mouvement journalier, suivant les différentes situations de la terre sur l'Ecliptique. Car la révolution journalière se faisant autour des Poles de l'équateur, & la révolution annuelle autour des Poles de l'Ecliptique, qui en est éloigné de $23^{\text{d}} \frac{1}{2}$, il suit que lorsque la terre est dans les Tropiques, le cercle de déclinaison concourt avec le cercle de latitude qu'on appelle *Colure*, & ces deux révolutions se font suivant la même direction; au lieu que lorsque la terre est dans les Equinoxes, les directions de ces deux mouvements sont inclinées l'une à l'autre de $23^{\text{d}} \frac{1}{2}$.

d'où il suit une composition de mouvements différente de celle qui arrive lorsque la Terre est dans les tropiques. Il résulte, suivant cet Auteur, de la différence de ces deux mouvements composés, des inégalités qui sont la cause de celles que l'on observe dans les solstices & dans les équinoxes.

Il conclut de-là, que les périodes des marées qui sont réglées suivant les jours, les mois & les années, ont toutes pour cause première & principale, le mouvement de la Terre annuel, & son mouvement journalier, & que le Soleil & la Lune n'y entrent que par accident.

Descartes qui paroissoit mieux informé que Galilée des phénomènes que l'on observe dans les Marées sur les côtes de l'Océan, & qui sçavoit qu'on y observe régulièrement le flux & le reflux de la Mer deux fois le jour dans l'espace de 24 heures 48 minutes ou environ, de sorte que la Mer employe assés exactement 6^h & 12' à monter, & autant à descendre, attribua les principales causes de ce phénomène au mouvement de la Lune.

Il jugea que la matière celeste qui environne la Terre, étant mue par le mouvement journalier avec plus de vitesse que la Terre, se trouvoit resserrée entre la Terre & la Lune, ce qui obligeoit la Terre à céder un peu du côté opposé. Que ses eaux étoient par cet effet comprimées de côté & d'autre suivant la direction de la Lune à la Terre, ce qui les faisoit refluer de côté & d'autre à la distance de 90 degrés, où étoit la plus grande hauteur de la Mer. Que la Lune étant arrivée 6^h & 12' après à la distance de 90 degrés du lieu où elle étoit auparavant, les eaux qui y avoient été élevées, s'y trouvoient comprimées par l'interposition de la Lune, & la Mer y étoit par conséquent plus basse qu'en aucun autre endroit. Qu'ainsi il devoit y avoir dans un même lieu, une vicissitude de haute & de basse Mer dans l'espace de 12^h 24' semblable à celle que l'on y observe.

A l'égard des Marées, qui, dans chaque lunaison, sont les plus hautes dans les nouvelles & pleines Lunes, & les plus

bassés dans les quadratures, il prétend que cela provient de la direction du tourbillon de la Terre, qui, suivant son système, est elliptique, & a son petit axe toujours dirigé vers le Soleil. Que dans les conjonctions & oppositions la Lune se trouve dans cette direction; & que par conséquent, le flux & le reflux de la Mer doit être plus grand que dans les quadratures, où la Lune est située dans la direction du plus grand axe de l'ellipse.

Il ajoute enfin que la Lune étant toujours dans un plan qui est près de l'Ecliptique, & la Terre faisant sa révolution journalière, suivant le plan de l'Equateur, ces deux plans se coupent dans les équinoxes, au lieu que dans les solstices ils sont fort éloignés les uns des autres, d'où il suit que les plus grandes Marées doivent arriver vers le commencement du printemps & de l'automne.

Képler dans son *Astronomie Lunaire* (pag. 70.) attribue la cause du flux & du reflux de la Mer aux corps du Soleil & de la Lune, qui attirent les eaux de la Mer par une vertu à peu-près semblable à celle de l'Aimant. Il avoue qu'il est difficile d'expliquer par ce moyen comment le flux de la Mer est aussi grand à minuit lorsque le Soleil & la Lune sont absents, qu'à midi lorsqu'ils sont présents. Il conjecture cependant que le flux de la nuit peut être produit par la réflexion qui se fait contre la côte de l'Amerique, des eaux que la Lune entraîne avec elle, & réciproquement par la réflexion qui se fait contre les côtes de l'Europe & de l'Afrique, des eaux que la Lune amène à son retour.

M. Newton dans ses *Principes mathématiques*, adopte le sentiment de Képler, en attribuant la cause des Marées à l'attraction produite par le Soleil & par la Lune. Il trouve; suivant ses principes, que la Mer doit s'élever deux fois tous les jours, tant Solaires que Lunaires, & que la plus grande hauteur de la Marée doit arriver moins de six heures après le passage du Soleil & de la Lune par le Méridien, comme on l'observe dans la partie Orientale de la Mer Atlantique & Ethiopique,

Ethiopique, entre la France & le Cap de Bonne-Espérance, & sur les côtes du Chilly & du Perou de la Mer Pacifique, où le flux de la Mer arrive environ sur la troisième heure.

Ces deux mouvements que le Soleil & la Lune produisent, ne s'apperçoivent point distinctement, mais font un mouvement mixte. Dans les conjonctions & oppositions ces deux effets sont joints ensemble & forment le plus grand Flux & Reflux. Dans les quadratures le Soleil élève l'eau dans l'endroit où la Lune l'abaisse, & les flux & reflux de la Mer qui résultent de cette différence, sont les plus petits qui puissent arriver dans le cours d'un mois; & parce que, suivant les expériences, l'effet de la Lune est plus grand que celui du Soleil, la plus grande hauteur de la Mer doit arriver à la troisième heure Lunaire. Il appelle heure Lunaire la vingt-quatrième partie du temps que la Lune employe à retourner au Méridien du même lieu.

M. Newton juge aussi que les effets du Soleil & de la Lune sont plus grands dans leurs plus petites distances à la Terre, que dans leurs plus grandes, & cela en raison triplée des diamètres apparents : que par conséquent, toutes choses égales, le Soleil étant l'Hyver dans son Périgée, les Marées doivent être un peu plus grandes que dans l'Eté; & que la Lune étant dans son Périgée, les Marées doivent être plus grandes que quinze jours avant ou après, où elle est dans son Apogée.

Il adjoute que l'effet du Soleil & de la Lune dépend de sa déclinaison ou distance à l'Equateur : que si ces deux Planetes étoient dans la direction du Pole, elles attireroient toutes les eaux uniformément ; de sorte qu'il n'y auroit aucun mouvement réciproque, & qu'ainsi le Soleil & la Lune en s'éloignant de l'Equateur vers les Poles, perdent peu à peu leur effort, & causent des Marées plus petites dans les sizygies des Solstices que dans celles des Equinoxes ; mais dans les quadratures des Solstices, les Marées doivent être plus grandes que dans les quadratures des Equinoxes, parce que l'effet de la Lune qui est alors dans l'Equateur, surpasse celui du Soleil.

Les plus grandes Marées arrivent donc dans les sizygies, & les plus petites dans les quadratures qui sont vers le temps des Equinoxes, & la plus grande Marée d'une sizygie est suivie de la plus petite d'une quadrature, ce qu'il dit s'accorder à l'expérience. Il résulte aussi de la distance du Soleil à la Terre, qui est plus petite dans l'Hyver que dans l'Été, que les plus grandes & les plus petites Marées précèdent plus souvent l'Equinoxe du Printemps qu'elles ne le suivent, & suivent plus souvent l'Equinoxe d'Automne qu'elles ne le précèdent.

M. Newton trouve ensuite que les effets du Soleil & de la Lune dépendent aussi de la latitude des lieux; qu'on peut considérer la Mer comme partagée par le flux de la Mer en deux hémisphéroïdes, dont l'un est vers le Nord, & l'autre vers le Midy; que les Marées de ces deux hémisphéroïdes opposés passent successivement par le Méridien de chaque lieu dans l'espace de douze heures; que les Pays septentrionaux participent davantage de la Marée Boréale, & les Méridionaux de la Marée Australe, & qu'ainsi hors de l'Equateur les Marées de chaque jour sont alternativement plus grandes & plus petites. La plus grande Marée arrive trois heures après le passage de la Lune par le Méridien lorsque cette Planète décline de l'Equinoctial vers le Zénit, & la Lune changeant de déclinaison la Marée sera plus petite.

La plus grande différence entre les Marées d'un même jour, doit arriver dans les temps des Solstices, principalement lorsque le Nœud ascendant de la Lune est au commencement d'Ariès. Aussi on a trouvé par expérience que dans l'Hyver la Marée du matin est plus grande que celle du soir, & dans l'Été celle du soir plus grande que celle du matin, à Plymouth d'environ un pied, & à Bristol de quinze pouces.

Les autres sentiments des Philosophes touchant la cause & les effets du flux & du reflux de la Mer, se réduisent presque tous à ceux que je viens de rapporter; c'est pourquoi l'on a cru devoir examiner quels sont ceux qui s'accordent aux expériences, & quels sont ceux qui leur sont contraires.

A l'égard de ce qui nous est rapporté de Possidonius, il a fort bien distingué les trois mouvements des Marées qui suivent les périodes des jours, des mois & des années; mais il suppose que les Marées sont plus grandes vers les Solstices que vers les Equinoxes, ce qui n'est pas conforme aux expériences. Il se pourroit faire qu'on eût observé dans le solstice d'Été la Marée dans le temps que la Lune étoit fort près de la terre, auquel cas la Mer auroit dû s'élever à une grande hauteur, ce qui auroit donné lieu de conjecturer que les plus grandes Marées arrivent toujours dans les solstices, & les plus petites dans les équinoxes. En effet, Strabon qui rapporte le sentiment de Possidonius, dit que cet Auteur ayant été à Cadix dans le Temple d'Hercule vers le solstice d'Été, n'avoit point remarqué de Marées extraordinaires dans la pleine Lune, mais que vers la nouvelle Lune il étoit arrivé dans le Fleuve Boëtis ou Guadalquivir un si grand débordement d'eaux, que le rez-de-chaussée du Fanal d'Hercule & le rempart du Port de Cadix avoient été couverts jusqu'à la hauteur de dix coudées.

Le sentiment de Pline touchant les Marées des équinoxes & des solstices, paroît plus conforme aux observations, puisqu'il assure que les plus grandes Marées arrivent dans les équinoxes, & les plus petites dans les solstices; mais il avance que les Marées sont encore plus grandes dans l'équinoxe d'Automne que dans celui du Printemps, ce que nous n'avons pas pu reconnoître par les observations. Ce qu'il y a de singulier est qu'il a reconnu que les Marées sont plus petites lorsque la Lune s'éloigne de la terre, que lorsqu'elle s'en approche, & que sa force agit de plus près: ce qui est conforme à nos observations. Il remarque aussi que dans l'espace de huit années après cent révolutions de la Lune, on y observe les mêmes principes du mouvement des Marées, & les mêmes augmentations; ce qui a beaucoup de rapport au mouvement de l'Apogée de la Lune, qui dans l'espace de huit à neuf années revient au même point du Zodiaque après 118 révolutions de la Lune, que l'on peut prendre par con-

séquent pour la période des principales inégalités que l'on observe dans les Marées. Il adjointe enfin que les effets produits par les mouvements des corps célestes ne se font point sentir sur la terre aussi-tôt qu'on les apperçoit à la vûe : ce qui s'accorde parfaitement avec nos observations.

A l'égard de Galilée , qui prétend que la cause principale des Phénomènes que l'on observe dans le flux & le reflux de la Mer , doit être attribuée au mouvement de la terre , il seroit difficile de concilier son sentiment avec les observations. Il convient lui-même que , suivant ses principes , il ne doit y avoir dans l'espace de 24 heures qu'un flux & un reflux , & que s'il arrive quelquefois plutôt , cela provient de divers accidens , comme de la profondeur de l'eau , de la direction des côtes de la Mer , &c. Mais si cela étoit ainsi , comment pourroit-on se persuader que ces causes accidentelles & qui varient en tant de manieres différentes , suivant les différents lieux , causassent un effet assez régulier pour faire en sorte qu'au lieu d'un flux & d'un reflux dans l'espace de 24 heures , il y eût deux flux & deux reflux dans ce même intervalle plus 48 minutes ? effet qui est connu de tout le monde , & que nous avons remarqué dans tous les Ports de la France qui sont sur l'Océan , où , nonobstant la diverse profondeur de l'eau & la différente direction des côtes , la Marée employe assez régulièrement six heures & environ un quart à monter , & autant à descendre.

Outre les périodes du flux & du reflux de la Mer qu'on observe tous les jours , & dont Galilée attribue la cause au mouvement de la terre , il trouve que , suivant son système , il doit y avoir dans les Marées une période réglée suivant la révolution de la Lune à l'égard du Soleil , la terre ayant , à ce qu'il conjecture , un plus grand degré de vitesse dans les conjonctions que dans les oppositions. On peut répondre à cela que ces divers degrés de vitesse qu'il attribue à la terre dans les nouvelles & pleines Lunes , n'ont point été connus jusqu'à présent aux Astronomes. Mais quand même cet effet

qui n'est peut-être pas assez sensible pour être apperçû par les observations Astronomiques, le seroit assez pour faire quelque impression sur la Mer, comme le conjecture Galilée, il suivroit de-là que les Marées qui arrivent dans les conjonctions seroient différentes de celles que l'on observe dans les oppositions, & que celles des quadratures seroient les plus uniformes: ce qui ne satisfait point aux expériences par lesquelles on a trouvé que les plus grandes Marées arrivent également dans les conjonctions & oppositions, où elles sont assez uniformes; & que les plus petites s'observent dans les quadratures, où elles sont sujettes à plus d'irrégularités. La raison que Galilée rapporte de la période annuelle des Marées, ne paroît pas non plus s'accorder aux expériences, car dans les solstices le mouvement journalier de la terre se faisant dans la même direction que le mouvement annuel, il semble qu'alors la composition de ces deux mouvemens devroit causer des Marées plus grandes que dans les équinoxes, où les directions de ces deux mouvemens sont inclinées l'une à l'autre, & cependant on observe tout au contraire que les Marées sont plus grandes dans les équinoxes que dans les solstices.

Les différens degrés de vitesse du mouvement annuel de la terre, lorsqu'elle est dans son périhélie ou dans son aphélie, devroient aussi causer, suivant ce sentiment, une très-grande altération dans les Marées, on n'observe pas néanmoins de variations considérables dans les Marées du solstice d'Hyver où la terre se meut avec plus de vitesse, au solstice d'Été où elle se meut plus lentement.

Le sentiment de Descartes touchant la cause du flux & du reflux de la Mer paroît plus conforme aux observations; car il est aisé de concevoir que tous les corps célestes faisant par leur mouvement, quelques impressions les uns sur les autres, la terre est obligée de céder du côté opposé à la Lune; de sorte que les eaux de la Mer se trouvent comprimées suivant la direction de la Lune à la terre, & forcées de refluer de côté & d'autre à la distance de 90 degrés où se fait la haute Mer.

La raison qu'il apporté de ce que les Marées sont plus grandes dans les sizygies que dans les quadratures, est une suite de son système, dans lequel il suppose que le petit Axe du Tourbillon de la terre, lequel est elliptique, est toujours dirigé vers le Soleil ; de sorte que la Lune est plus près de la terre dans les sizygies, que dans les quadratures. Mais cela ne s'accorde pas toujours avec les observations astronomiques ; car il est vrai que la Lune étant dans les sizygies & en même-temps dans son périgée, est plus près de la terre que dans toute autre phase ; mais on ne peut pas conclurre de-là que le petit Axe du Tourbillon de la terre, lequel emporte la Lune, soit toujours dirigé vers le Soleil : car il arrive souvent que la Lune est plus près de la terre dans les quadratures, que dans les sizygies, & cependant on observe toujours que dans les quadratures les Marées sont plus petites que dans les sizygies.

On ne peut donc point attribuer la cause des grandes Marées dans les nouvelles & pleines Lunes, à la proximité de la Lune à la terre, & celle des petites Marées dans les quadratures, à son éloignement ; & c'est ce qui nous donna lieu de conjecturer que le Soleil aussi-bien que la Lune concouroit à produire la hauteur des Marées, quoique son effet fût moins considérable que celui de la Lune ; que dans les sizygies ces deux causes agissant suivant la même direction, les Marées devoient être plus grandes que vers les quadratures, où le Soleil agissoit dans une direction perpendiculaire à celle de la Lune.

Nous avons trouvé que Képler & ensuite M. Newton avoient jugé que le Soleil aussi-bien que la Lune contribuoient à la hauteur des Marées, avec la différence qu'au lieu que nous supposons que les Marées sont produites par la pression du Soleil & de la Lune sur la matière celeste qui environne la terre, ils ont attribué cet effet aux corps du Soleil & de la Lune qui attirent les eaux de la Mer par une vertu à peu près semblable à celle de l'aimant. Ces deux hypothèses, quoique fort différentes dans leur principe, semblent

pouvoir rendre également raison de tous les Phénomènes qu'on observe dans les Marées. Il est vrai que , suivant le système de la pression , la Mer doit être baissée dans les endroits où elle devroit être haute suivant le système de l'attraction ; mais comme dans les nouvelles & pleines Lunes la haute Mer arrive en divers lieux , à différentes heures du jour , avant & après midi , il n'est pas aisé de discerner à quelle des deux causes on doit attribuer le flux & le reflux de la Mer. Il est donc plus à propos , avant que d'embrasser aucun système , de s'assurer d'un grand nombre d'observations ; ce que nous avons fait jusqu'à présent , & que nous avons eu occasion de continuer par un nouveau Journal d'Observations sur les Marées , faites à Brest pendant les années 1712 & 1713.

Ce Journal commence au 13 Juillet de l'année 1712 où le précédent avoit fini , & a été continué jusqu'au dernier Mars de l'année 1713.

Dans cet intervalle , qui est d'environ neuf mois , on a observé les Marées de dix-huit , tant nouvelles que pleines Lunes , entre lesquelles il se rencontre celle de l'équinoxe d'automne , du solstice d'hiver & de l'équinoxe du printemps.

La Marée qui est arrivée le plutôt , a été observée le 24 Février 1713 , à 3^h 6' du matin , la nouvelle Lune étant marquée ce jour-là dans la Connoissance des Temps , à 10^h 50' du soir. Celle qui est arrivée le plus tard , a été observée le 13 Décembre à 4^h 27' $\frac{1}{2}$, la pleine Lune étant marquée ce jour-là à 1^h 3' du matin. La différence entre ces deux observations , qui est de 1^h 21' $\frac{1}{2}$. peut se corriger en partie , en supposant , de même que dans les Mémoires précédens , le temps moyen de la pleine Mer à Brest à 3^h 45' , & y employant l'équation ordinaire de deux minutes par heure , qu'il faut ajouter au temps moyen , ou l'en retrancher , selon qu'il retarde ou anticipe à l'égard du temps de la nouvelle ou pleine Lune. Car on trouvera que le 24 Février 1713 , jour de la nouvelle Lune & de la plus grande accélération de la

Marée, la haute Mer a dû arriver à $3^h 7'$, à une minute près de celle qui a été observée, & que le 13 Decembre, jour de la pleine Lune & du plus grand retardement, la haute Mer a dû arriver à $4^h 14' \frac{1}{2}$, à $13'$ près de celle qui a été observée.

L'observation du 24 Février 1713 est celle où l'on a remarqué la plus grande accélération dans l'espace de près de deux années, & est éloignée du temps moyen de la haute Mer, de 39 minutes, qui par l'équation prescrite, se réduisent à une minute; & l'observation du 13 Decembre est celle où l'on a trouvé le plus grand retardement dans le même espace de temps, & est éloignée du temps moyen de 42 minutes, qui par notre équation se réduisent à $12' \frac{1}{2}$, ce qui fait voir la nécessité qu'il y a d'employer cette équation, & l'utilité qu'on en peut retirer pour connoître plus sûrement le temps de la haute Mer le jour des nouvelles & pleines Lunes.

A l'égard du temps de la haute Mer dans les quadratures, il est sujet à de grandes inégalités, qu'on corrigera cependant en partie, en supposant le temps moyen de la haute Mer à Brest le jour des quadratures à $8^h 57'$, comme on l'a fait ci-devant, & employant l'équation ordinaire de deux minutes & demie par heure, au lieu de celle de deux minutes que l'on suppose dans les nouvelles & pleines Lunes.

On a été obligé d'employer dans les quadratures cette équation horaire de deux minutes & demie, parce que l'on a observé que d'un jour à l'autre les Marées retardent beaucoup plus vers les quadratures que vers les nouvelles & pleines Lunes, dont voici la raison.

Dans les nouvelles & pleines Lunes la pression est plus grande que vers les quadratures, & par conséquent l'effort produit sur les eaux de l'Océan qui sont en pleine Mer, employe moins de temps à se communiquer vers les côtes que dans les quadratures où la pression de la Lune étant beaucoup plus petite, son effort employe beaucoup plus de temps à se communiquer vers les côtes, & cause un retardement

dans

dans les Marées, ce qui fait un effet semblable aux flots de la Mer, qui sont plus grands, & acquièrent une plus grande vitesse, plus la force qui les agite est grande.

Nous avons déjà remarqué que la Mer employe plus de temps à descendre qu'à monter. Cela se confirme par ces nouvelles observations, & il paroît qu'on peut en attribuer la cause à ce que l'effort qui oblige les eaux à s'élever, les pousse avec violence, & par conséquent avec beaucoup de vitesse vers les Côtes, d'où elles se retirent ensuite par leur propre poids avec moins de vitesse qu'elles n'étoient montées.

A l'égard des Marées qui arrivent deux fois dans le même jour, de douze en douze heures, elles doivent changer continuellement de hauteur, puisque dans chaque mois elles sont les plus grandes un ou deux jours après les nouvelles & pleines Lunes; qu'elles diminuent ensuite continuellement jusqu'à un jour ou deux après les quadratures; qu'elles remontent ensuite, & ainsi successivement; mais outre cette inégalité de hauteur qu'on a remarquée de tout temps, il s'en rencontre encore d'autres. Car on observe souvent que depuis les quadratures jusqu'aux nouvelles & pleines Lunes, la Marée du soir devant être plus grande que celle du matin, à cause que les Marées d'un jour à l'autre vont en augmentant, elle ne laisse pas de se trouver quelquefois plus petite le matin que le soir, de la hauteur de plusieurs pouces; & tout au contraire en d'autres circonstances depuis les nouvelles & pleines Lunes jusqu'aux quadratures, on trouve la Marée du soir plus grande que celle du matin, quoiqu'elle eût dû être plus petite, à cause que les Marées d'un jour à l'autre vont en diminuant.

Cette inégalité de hauteur dans les Marées a été, au rapport de M. Newton, observée à Plymouth & à Bristol par M.^{rs} Collepreffius & Sturmius, qui ont remarqué que dans l'Hyver la Marée du matin étoit plus grande que celle du soir, & que dans l'Été celle du matin étoit plus petite que celle du soir.

Mem. 1713.

. N n

Ils avoient apparemment fait ces observations vers les nouvelles & pleines Lunes qui arrivent près les solstices, où l'on observe en effet presque toujours cette variété de hauteur dans les Marées qui se succèdent les unes aux autres, de douze en douze heures.

Par exemple, le 19 Juin 1712, jour de la pleine Lune, la Marée du matin fut observée à Brest de 17 pieds 1 pouce, plus petite d'un pied un pouce que celle du soir, qui fut trouvée de 18 pieds 2 pouces.

Le 2 Juillet suivant, jour de la nouvelle Lune, la Marée du matin fut observée de 14 pieds 10 pouces 6 lignes, plus petite de 9 pouces 2 lignes que celle du soir, qui fut trouvée de 15 pieds 7 pouces 8 lignes.

Tout au contraire, le 13 Decembre 1712, jour de la pleine Lune, la Marée du matin fut observée de 16 pieds 7 pouces, plus grande de quatre pouces 4 lignes que celle du soir, qui fut trouvée de 16 pieds 2 pouces 8 lignes. Le 29 Decembre suivant, jour de la nouvelle Lune, la Marée du matin fut observée de 18 pieds 10 pouces, plus grande de 7 pouces que celle du soir, qui étoit de 18 pieds 3 pouces.

Il paroît donc par ces observations, de même que par plusieurs autres qu'il seroit trop long de rapporter, que vers les nouvelles & pleines Lunes, les Marées de l'Eté sont plus petites le matin que le soir, & les Marées de l'Hyver plus petites le soir que le matin, dont on peut rendre aisément raison, pourvû que l'on suppose, conformément à notre hypothèse, que les Marées sont à peu-près d'égale hauteur dans les lieux de la terre directement opposés les uns aux autres.

En Eté dans les nouvelles Lunes, cette Planete passe vers le Midi avec le Soleil par notre Méridien avec une déclinaison septentrionale, & par conséquent son plus grand effort doit se faire sentir dans les pays Septentrionaux de notre Hémisphere & dans les pays Méridionaux.

de l'autre Hémisphère qui nous sont directement opposés. Douze heures ou environ après vers la minuit, la Lune passe par le Méridien dans l'Hémisphère opposé avec une déclinaison semblable, & par conséquent son plus grand effort doit s'apercevoir dans les pays Septentrionaux de l'autre Hémisphère, & dans les pays Méridionaux de notre Hémisphère qui lui sont directement opposés. L'effort ou la pression de la Lune dans les nouvelles Lunes d'Été, est donc plus grand à midi dans les pays Septentrionaux où nous habitons, que dans les pays Méridionaux; & tout au contraire cette pression est plus grande à minuit dans les pays Méridionaux, que dans les pays Septentrionaux; d'où il suit que les hauteurs des Marées étant proportionnées aux différens efforts ou pressions de la Lune, la Marée du soir immédiatement après midi doit être plus grande dans les nouvelles Lunes d'Été, que la Marée qui arrive le matin après minuit.

Dans les pleines Lunes qui arrivent aussi dans la même saison, la Lune passe à minuit par notre Méridien avec une déclinaison Méridionale, & par conséquent la Marée du matin qui suit immédiatement, doit être plus petite que celle d'après midi, la Lune passant à midi par le Méridien d'un lieu dont l'opposite est dans la partie Septentrionale de la Terre où doit arriver la plus grande Marée du soir.

Tout au contraire dans les nouvelles Lunes d'Hyver cette Planete passe avec le Soleil par le Meridien avec une déclinaison Méridionale, & par conséquent la pression qu'elle cause dans les pays Septentrionaux, doit être alors moins grande que celle qu'elle produit dans les pays Méridionaux, & la Marée du soir qui suit immédiatement doit être plus petite que celle du matin, la Lune passant à minuit par le Méridien d'un lieu dont l'opposite est dans la partie Septentrionale de la Terre où doit arriver la plus grande Marée du matin. Dans les pleines Lunes d'Hyver, la Lune passe à minuit par le Méridien avec une déclinaison Septentrionale,

& par conséquent la Marée du matin qui suit immédiatement, doit être plus grande que celle du soir, la Lune passant à midi par le Méridien d'un lieu dont l'opposite est dans la partie Méridionale de la Terre où doit arriver la plus grande Marée du soir.

Il paroît donc par ce raisonnement, que dans les nouvelles & pleines Lunes, les Marées de l'Été doivent être plus petites le matin que le soir, & que la plus grande Marée doit arriver le soir. Que tout au contraire dans l'Hyver les Marées sont plus petites le soir que le matin, & que la plus grande Marée doit arriver le matin.

On observe seulement que la différence de hauteur entre les Marées du matin & celles du soir, est plus grande l'Été que l'Hyver, ce qui doit arriver en effet, parce que la Marée du soir qui dans l'Été est plus grande que celle du matin, par les raisons que nous venons de rapporter, se trouve encore augmentée de hauteur par l'augmentation qui se fait dans les Marées de douze heures en douze heures depuis un ou deux jours après les quadratures jusqu'à un ou deux jours après la nouvelle ou pleine Lune; au lieu que dans l'Hyver la Marée du soir, qui est plus petite que celle du matin, se trouve augmentée de hauteur, parce que les Marées qui croissent dans les nouvelles & pleines Lunes, sont plus grandes le soir que le matin, ce qui cause en Hyver une différence moins grande dans la hauteur des Marées du même jour, que dans l'Été.

Il y a donc deux causes qui concourent ensemble à la variation de hauteur que l'on observe dans les Marées qui arrivent dans un même jour de douze heures en douze heures; l'une qui est produite par l'augmentation ou diminution continuelle qui arrive entre les nouvelles & pleines Lunes, & les quadratures, & l'autre que l'on doit attribuer à la différente hauteur de la Lune sur l'horizon, suivant que sa déclinaison est plus Septentrionale ou Méridionale. Cette dernière cause l'emporte ordinairement sur l'autre, lorsque la

Lune est dans les signes Septentrionaux ou Méridionaux, mais elle est peu sensible dans les nouvelles ou pleines Lunes de l'Équinoxe, où la Lune passe par le Méridien avec fort peu de déclinaison.

Cette augmentation ou diminution dans les Marées de douze en douze heures, que nous venons de remarquer dans les nouvelles & pleines Lunes qui arrivent vers les solstices, doit s'observer aussi dans les quadratures qui arrivent vers les Équinoxes.

Dans l'Équinoxe du Printemps, la Lune est dans son premier quartier dans les Signes Septentrionaux, & passe par le Méridien sur les six heures du soir, avec une déclinaison Septentrionale, & par conséquent la Marée du soir qui suit son passage par le Méridien, doit être plus grande que celle du matin. Dans le 3.^e quartier la Lune passe par le Méridien sur les six heures du matin avec une déclinaison Méridionale, & par conséquent la Marée du matin doit être plus petite que celle du soir. Ainsi dans les quadratures qui arrivent vers l'Équinoxe du Printemps, les Marées sont plus petites le matin que le soir, & les plus petites Marées doivent arriver le matin.

Tout au contraire vers l'équinoxe d'Automne, la Lune dans son premier quartier est dans les Signes Méridionaux, & passe par le Méridien sur les six heures du soir avec une déclinaison Méridionale, & par conséquent la Marée du soir qui suit son passage par le Méridien, doit être plus petite que celle du matin. Dans le 3.^e quartier la Lune passe par le Méridien sur les six heures du matin avec une déclinaison Septentrionale, & par conséquent la Marée du matin qui suit son passage par le Méridien, doit être plus grande que celle du soir.

Ainsi dans les quadratures qui arrivent vers l'Équinoxe d'Automne, les Marées du matin sont plus grandes que celles du soir, & les plus petites Marées doivent arriver le soir.

Ce raisonnement s'accorde assez bien aux expériences, car le 6 Septembre 1711, jour de la plus petite Marée de l'équinoxe d'Automne, la Marée du soir fut observée de 10 pieds 3 pouces, plus petite de 7 pouces que la Marée du matin, qui fut trouvée de 10 pieds 10 pouces. Le 23 Septembre 1712, jour de la plus petite Marée de l'équinoxe d'Automne, la Marée du soir fut aussi observée de 10 pieds 8 pouces 4 lignes, plus petite de 9 pouces 8 lignes que la Marée du matin, qui fut trouvée de 11 pieds 6 pouces.

Tout au contraire le 16 Mars 1712, jour de la plus petite Marée de l'équinoxe du Printemps, la Marée du matin fut observée de 10 pieds 10 pouces, plus petite de 3 pouces que celle du soir, & le 20 Mars 1713, jour de la plus petite Marée du dernier quartier, la Marée du matin fut observée de 11 pieds 7 pouces, plus petite de 9 pouces que celle du soir.

Nous avons remarqué dans les Mémoires précédents, que les diverses distances de la Lune à la Terre causent une très-grande variété dans la hauteur des Marées. Cela se confirme par ces dernières observations, car le 28 Decembre 1712, jour de la pleine Lune, la distance de cette Planete à la Terre, étant de 936 parties, dont le rayon est 1000, c'est-à-dire, la Lune étant fort près de son Perigée, on observa le 30 Decembre au matin, jour de la plus grande Marée, la hauteur de la pleine Mer de 19 pieds 2 pouces au-dessus du point fixe, & celle de la basse Mer de 1 pied 8 pouces, au-dessous de ce point, de sorte que la Mer avoit monté ce jour-là de la hauteur de 20 pieds 10 pouces.

Le 11 Janvier suivant, jour de la pleine Lune, la distance de cette Planete à la Terre étant de 1064. c'est-à-dire, la Lune étant fort près de son Apogée, on observa le 15 Janvier au matin, jour de la plus grande Marée, la hauteur de la pleine Mer, de 17 pieds 5 pouces, & celle de la basse Mer suivante, de 1 pied 0 ponce, de sorte

que la Mer n'a monté ce jour-là que de la hauteur de 16 pieds 5 pouces, & de 4 pieds 5 pouces moins que dans l'Observation précédente, où la Lune étoit près de son Perigée.

Il faut remarquer que dans la nouvelle Lune Perigée du 28 Decembre 1712, sa déclinaison étoit de 23^d 0' Méridionale, fort éloignée de l'Equinoctial, & par conséquent sa pression sur la Terre devoit être moins grande que lorsque la Lune étant à peu-près à égale distance de la Terre, elle se trouve en même-temps plus près de l'Equateur.

En effet, nous trouvons que le 24 Février 1713, jour de la nouvelle Lune, sa distance à la terre étant de 953, c'est-à-dire, près de son Perigée, & sa déclinaison de 5^d Méridionale, près de l'équateur, la hauteur de la pleine Mer fut observée le 26 Février au matin de 21 pieds 2 pouces, qui est la plus haute Marée que l'on ait observé à Brest dans l'espace de près de deux années. La basse Mer suivante fut observée de 1 pied 3 pouces au-dessous du point fixe, de sorte que la Mer monta ce jour-là de la hauteur de 22 pieds 5 pouces.

Le 12 Mars suivant, jour de la pleine Lune, sa distance à la Terre étant de 1032, assés près de son Apogée, & sa déclinaison Méridionale d'un degré, c'est-à-dire, près de l'Equateur, on observa le 13 Mars suivant, jour de sa plus grande Marée, la hauteur de la pleine Mer de 18 pieds 2 pouces, & celle de la basse Mer de 0 pied 0 pouce, de sorte que l'élévation de la Mer n'a été ce jour-là, que de 18 pieds 2 pouces, moindre de 4 pieds 3 pouces que dans l'observation précédente où la Lune étoit près de son Perigée, mais plus grande de 1 pied 9 pouces que dans l'observation du 11 Janvier 1713, rapportée ci-devant, où la Lune étant près de son Apogée, sa déclinaison Septentrionale étoit de 20 degrés.

A l'égard des petites Marées, qui suivent les quadratures, nous trouvons aussi par ces dernières observations, que leurs

hauteurs sont proportionnées aux diverses distances de la Lune à la Terre. Par exemple, le 23 Septembre 1712, jour de la plus petite Marée qui a suivi le 3.^e quartier, la distance de la Lune à la Terre étant de 1063, fort près de son Apogée, la hauteur de la pleine Mer fut observée le soir, de 10 pieds 8 pouces 8 lignes, & celle de la basse Mer de 5 pieds 10 pouces, de sorte que la Mer n'a monté ce jour-là que de la hauteur de 4 pieds 10 pouces 8 lignes. Le 7 Octobre suivant, jour de la plus petite Marée qui a suivi le premier quartier, la distance de la Lune à la Terre étant de 976, près de son Perigée, la hauteur de la pleine Mer fut observée le soir de 12 pieds 10 pouces, & celle du matin de 3 pieds 6 pouces, de sorte que l'élévation de la Marée a été ce jour-là de 9 pieds 4 pouces, plus grande de 4 pieds 5 pouces 4 lignes, que dans l'observation précédente, où la Lune étoit près de son Apogée.

La déclinaison Septentrionale de la Lune étoit le 22 Septembre 1712, jour du dernier quartier de $24^{\text{d}} \frac{1}{2}$, & par conséquent la plus petite Marée suivante devoit être fort basse, comme on l'observa en effet, ayant été trouvée le 23 au soir de 10 pieds 8 pouces 8 lignes, plus basse de 2 pieds 0 ponce que le 26 Decembre, où la distance de la Lune à la Terre étant de 1036, près de l'Apogée, & sa déclinaison Méridionale de 5 degrés, la hauteur de la Marée fut trouvée de 12 pieds 8 pouces 8 lignes.

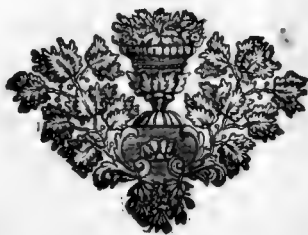
Outre les variations dans la hauteur des Marées, qui résultent des diverses distances de la Lune à la Terre, & de sa différente déclinaison à l'égard de l'Equinoctial, il doit y en avoir aussi, suivant nos hypothèses, quelques-unes causées par la différente distance du Soleil à la Terre, & par sa différente déclinaison. Nous avons déjà remarqué que les Marées des nouvelles & pleines Lunes étoient plus grandes vers les Equinoxes, où le Soleil n'a point de déclinaison, que vers les Solstices où il en a une de $23^{\text{d}} 29'$, & il y a apparence que le Soleil qui se trouve alors en conjonction
& en

& en opposition avec la Lune, concourt avec elle aux différentes hauteurs qu'on y observe.

A l'égard de la distance du Soleil à la Terre, comme elle est plus petite vers le Solstice d'Hyver où le Soleil est présentement près de son Perigée, qu'au Solstice d'Été, où il est près de son Apogée, les Marées doivent être plus grandes en Hyver qu'en Été, toutes choses égales, comme on l'observe en effet. Car le 30 Juillet 1711, jour de la pleine Lune, la distance de la Lune à la Terre étant de 960, & sa déclinaison de $25^{\text{d}} 29'$, le Soleil étant aussi dans son Apogée, on observa le premier Juillet au soir la hauteur de la plus grande Marée de 17 pieds 10 pouces. Le 8 Janvier suivant, jour de la nouvelle Lune, la distance de la Lune à la Terre étant de 951, & sa déclinaison de $23^{\text{d}} 0'$ à peu près de même que le 30 Juin; le Soleil étant alors près de son Perigée, on observa le 10 Janvier au matin, la hauteur de la plus grande Marée de 19 pieds 10 pouces, plus haute de 2 pieds que dans l'observation précédente, où le Soleil étoit dans son Apogée. Le 19 Juin suivant la distance de la Lune à la Terre étant de 936, & sa déclinaison Méridionale de $24^{\text{d}} 50'$, le Soleil étant alors près de son Apogée, la hauteur de la plus grande Marée fut observée le 21 Juin au soir, de 18 pieds 4 pouces, plus petite d'un pied 6 pouces que dans l'observation précédente. Enfin le 28 Decembre 1712, le Soleil étant dans son Perigée, la distance de la Lune à la Terre étant de 936, & sa déclinaison méridionale de 23 degrés, la hauteur de la plus grande Marée fut observée le 30 Decembre de 19 pieds 2 pouces, plus grande de 10 pouces que le 19 Juin où le Soleil étoit près de son Apogée, & la Lune à peu près à égale distance de la Terre.

Il résulte donc de ces Observations, qu'il y a quatre causes qui contribuent aux différentes hauteurs qu'on observe dans les Marées. La première dépend des diverses situations de la Lune à l'égard du Soleil, & produit les variations que l'on

observe dans la hauteur des Marées depuis les nouvelles & pleines Lunes jusqu'aux quadratures. La seconde est produite par les diverses distances de la Lune à la Terre, les Marées étant plus grandes, lorsque la Lune est près de son Perigée que lorsqu'elle est près de son Apogée. La troisième est produite aussi par les diverses distances du Soleil à la Terre, les Marées étant plus grandes lorsque le Soleil est dans son Apogée, que lorsqu'il est dans son Perigée. Enfin la quatrième dépend de la distance de la Lune à l'Equinoxial, les Marées étant plus petites lorsque la Lune a une grande déclinaison, que lorsqu'elle est près de l'Equateur. Cette dernière cause produit aussi les variations que l'on observe dans les Marées qui arrivent dans un même jour. Ces variations se doivent appercevoir diversement en différents lieux de la Terre. Elles doivent être nulles dans les pays qui sont sous la Ligne Equinoxiale; mais elles sont très-sensibles dans les pays Septentrionaux & Méridionaux, suivant que la déclinaison de la Lune est plus ou moins Septentrionale ou Méridionale.



HISTOIRE DU CAFÉ.

Par M. DE JUSSIEU.

J'AI lû en 1713 une Relation sur le Café, qui m'avoit été ^{4 May} envoyée par M. Gaudron Maître Apothicaire de Saint-Malo, qui la tenoit de M. Desnoyers Chirurgien François, nouvellement arrivé pour lors de Zedia, lieu où cette Plante se cultive, éloigné de quelques journées de la rade de Moka; mais comme depuis ce temps-là, j'ai eû occasion de mieux examiner l'Arbre du Café, par le transport qui en a été fait en 1714 d'Hollande à Paris au Jardin du Roy; j'ai cru devoir supprimer cette Relation, qui n'auroit été que fort imparfaite, & qu'il étoit à propos de substituer à sa place le Mémoire suivant, dont j'ai fait la lecture cette année 1715.

Depuis environ soixante ans que le Café est connu en Europe, tant de gens en ont écrit sans connoître son origine; que si j'entreprendois d'en donner une histoire sur les relations qu'ils nous en ont laissées, je ne ferois que confirmer un nombre d'erreurs si grand, qu'un seul Mémoire ne seroit pas suffisant pour les rapporter toutes.

Incertain comme eux, de la nature de la Plante qui le porte; ou j'adopterois les descriptions qu'ils nous en ont données, ou je laisserois encore le public dans le doute de sçavoir si elle constituë un genre particulier de plante, comme M.^{rs} Rai & Dale l'ont voulu; si c'est un Arbre qui ait beaucoup de rapport avec le Fusain, comme l'ont prétendu ceux qui en ont parlé après Rauwolf, Prosper Alpin & les Bauhins; si c'est une plante rampante & semblable au Liseron, comme l'a soupçonné Bernier, ou une plante legumineuse telle que la petite Fève, suivant l'opinion la plus commune.

Mais comme l'autorité des Auteurs qui n'ont pas vû les choses, n'est pas décisive en fait d'Histoire Naturelle, & que

l'Académie est en possession de n'établir ses progrès que sur un examen scrupuleux de la Nature même, sur des faits avérés & sur des expériences exactes, nous pouvons regarder comme imparfaites les descriptions du Café qui ont paru jusqu'ici, depuis qu'il nous a été permis d'en faire une d'après l'Arbre même que nous possédons aujourd'hui dans le Jardin Royal.

L'Europe a l'obligation de la culture de cet Arbre aux soins des Hollandois, qui de Moka l'ont porté à Batavia, & de Batavia au Jardin d'Amsterdam; & la France en est redevable au zèle de M. de Resson Lieutenant-General de l'Artillerie, & amateur de la Botanique, qui se priva en faveur du Jardin Royal, d'un jeune pied de cet Arbre qu'il avoit fait venir d'Hollande. Mais M. Pancras Bourguemestre regent de la ville d'Amsterdam, nous a fourni plus de lieu d'éclaircir cette matière par le soin qu'il prit l'année dernière d'en faire transporter un autre à Marly, où il fut présenté au Roy, & de-là envoyé à Paris au Jardin de Sa Majesté, dans lequel nous lui avons vû donner successivement des fleurs & des fruits.

Cet Arbre, auquel on peut donner le nom de *Jasminum Arabicum*, *Lauri folio*, *cujus semen apud nos Café dicitur*, *Jasmin d'Arabie*, à feuilles de Laurier, & dont la semence nous est connue sous le nom de Café, cet Arbre, dis-je, dans l'état auquel il est actuellement au Jardin Royal, y est de la hauteur de cinq pieds & de la grosseur du ponce. Il donne des branches qui sortent d'espace en espace de toute la longueur de son tronc, toujours opposées deux à deux, & rangées de manière qu'une paire croise l'autre. Elles sont souples, arrondies, noueuses par intervalle, couvertes aussi bien que le tronc, d'une écorce blanchâtre, fort fine, qui se gerse en se desséchant. Leur bois est un peu dur, & est doux au goût. Les branches inférieures sont ordinairement simples & s'étendent plus horizontalement que les supérieures qui terminent le tronc, lesquelles sont divisées en d'autres plus.

memuës qui partent des aisselles des feuilles, & gardent le même ordre que celles du tronc. Les unes & les autres sont chargées en tout temps, de feuilles entières, sans dentelures ni crenelures dans leurs contours, aiguës par leurs deux bouts, opposées deux à deux, qui sortent des nœuds des branches, & ressemblent aux feuilles du Laurier ordinaire, avec cette différence qu'elles sont moins sèches & moins épaissies, ordinairement plus larges, plus pointuës par leur extrémité, qui souvent s'incline de côté; qu'elles sont d'un beau verd-gai & luisant en dessus, verd-pâle en dessous, & verd-jaunâtre dans celles qui sont naissantes; qu'elles sont ondées par les bords, ce qui vient peut-être de la culture, & qu'enfin leur goût n'est point aromatique, & ne tient rien que de l'herbe. Les plus grandes de ses feuilles ont deux pouces environ dans le fort de leur largeur, sur quatre ou cinq pouces de longueur. Leurs queueës sont fort courtes. De l'aisselle de la plûpart des feuilles, naissent des fleurs (1) jusqu'au nombre de cinq, soutenuës chacune par un pedicule court. Elles sont toutes blanches, d'une seule piece à peu près du volume & de la figure de celles du Jasmin d'Espagne, excepté que le tuyau en est plus court, & que les découpûres en sont plus étroites, & sont accompagnées de cinq étamines (2) blanches à sommets jaunâtres, au lieu qu'il n'y en a que deux dans nos Jasmins. Ces étamines débordent le tuyau de leurs fleurs, & entourent un stile (3) fourchu, qui surmonte l'embrion (4) ou pistile placé dans le fond d'un calice (5) verd, à quatre pointes, deux grandes & deux petites, disposées alternativement. Ces fleurs passent fort vite, & ont une odeur douce & agréable. L'embrion (4) ou jeune fruit, qui devient (6) à peu près de la grosseur & de la figure d'un Bigarreau, se termine en ombilic, & est verd-clair d'abord, puis rougeâtre, ensuite d'un beau rouge, & enfin rouge obscur dans sa parfaite maturité. Sa chair (7) est glaireuse, d'un goût desagréable, qui se change en celui de nos Pruniaux noirs secs lorsqu'elle est desséchée, & la grosseur de ce fruit se réduit alors en celle.

d'une baie de Laurier. Cette chair sert d'enveloppe à deux coques (8) minces, ovales, étroitement unies, arrondies (9) sur leur dos, applaties (10) par l'endroit où elles se joignent ; de couleur d'un blanc-jaunâtre, & qui (11) contiennent chacune une semence calleuse, pour ainsi dire, ovale, voutée (12) sur son dos, & plate (13) du côté opposé, creusée dans le milieu, & dans toute la longueur de ce même côté, d'un sillon assez profond. Son goût est tout-à-fait pareil à celui du Café qu'on nous apporte d'Arabie. Une de ces deux semences venant à avorter, celle qui reste, acquiert ordinairement plus de volume, à ses deux côtés plus convexes, & occupe seule le milieu du fruit.

On appelle *Café en coque*, ce fruit entier & desséché, & *Café mondé*, ses semences dépouillées de leurs enveloppes propres & communes.

Par cette description faite d'après nature, il est aisé de juger que l'Arbre du Café, qu'on peut appeler le Cafier, ne peut être rangé sous un genre qui lui convienne mieux que celui des Jasmins, si l'on a égard à la figure de sa fleur, à la structure de son fruit, & à la disposition de ses feuilles ; ce qui est conforme au sentiment de M. Commelin, habile Professeur en Botanique à Amsterdam.

Par la vûe du fruit sur l'Arbre, l'idée que l'on s'étoit formée que ce fruit fût une Fève crüe dans une gousse, se trouve fautive, & nous sommes aussi desabusés de l'opinion de Rauwolf, qui nous a voulu persuader que ce qui est marqué dans Avicenne sous le nom de *Bunk*, & dans Rhases sous le nom de *Bunca*, & que la plupart de leurs Interprètes disent être une racine provenant de l'Arabie heureuse, soit le Café.

Et par la figure que j'en donne ici, on s'appercvra d'abord combien celles des Auteurs qui en ont parlé, sont défectueuses, soit parce que les Fleurs y manquent, soit parce que les feuilles & les fruits y sont placés peu exactement.

Si après cette description il restoit encore le moindre doute que cet Arbre fût véritablement celui qui porte le Café que nous tirons d'Arabie, on pourroit s'en éclaircir pleinement par la conformité qui se trouve à peu-près entre tout ce que je viens de rapporter, & les Relations de ceux qui sont arrivés tout récemment de Zedia, lieu où il se cultive, éloigné de quelques journées de la rade de Moka.

Ces Relations quoiqu'imp parfaites, nous apprennent que cet Arbre croît dans son pays natal, & même à Batavia, jusqu'à la hauteur de quarante pieds, & que le diametre de son tronc n'excede pas quatre à cinq pouces, qu'on le cultive avec soin, qu'on y voit en toutes les saisons, des fruits & presque toujours des fleurs, qu'il fournit deux à trois fois l'année une recolte très-abondante, & que les vieux pieds portent moins de fruits que les jeunes, lesquels commencent à en produire dès la troisième & quatrième année après leur germination: Circonstances qui avoient déjà été en partie observées dans le même pays, par M. Clyve Anglois, & citées par M. Sloane dans les Transactions Philosophiques d'Angleterre de l'année 1694.

Si la variété des noms que les Voyageurs donnent à l'Arbre du Café, à son fruit, à sa semence, pouvoit adjoûter quelque chose à la connoissance parfaite que nous voulons en avoir, j'en ferois ici une mention exacte; mais outre que la différence de ces noms & de la manière de les écrire en rendroit l'énumération ennuyeuse, c'est que les Auteurs qui les ont rapportés, ni les Interprètes des Arabes, ne conviennent point entr'eux de leur propre signification, ni de leur véritable étymologie, comme feu M. Galand l'a fait remarquer dans l'Extrait d'un Manuscrit Arabe de la Bibliothèque du Roy, traitant de l'origine & du progrès du Café. Qu'il fût donc de sçavoir que le mot de Café en François, ou Coffé en Anglois & en Hollandois, tirent l'un & l'autre leur origine de celui de *Caoulie*, nom que les Turcs donnent à la boisson qu'on prépare avec cette semence.

Des observations sur la culture d'une Plante, qui par son usage est devenue aussi nécessaire, seroient plus intéressantes pour nous la rendre commune en ce pays, si le peu de temps qu'il y a que nous la possédons, pouvoit nous en avoir fourni un assez grand nombre. Je puis néanmoins établir celles-ci pour certaines; que si la semence du Café n'est pas mise en terre toute recente, comme plusieurs autres semences de Plantes, on ne doit pas esperer de la voir germer. Les semences qu'en a recueillies M. Commelin, sur les pieds cultivés dans le Jardin d'Amsterdam, & jettées presque aussi-tôt en terre, ont produit d'autres Arbres: celles tirées des fruits mêmes que ce sçavant Professeur m'a envoyées, ont eu peu de succès au Jardin Royal, quoique plantées aussi-tôt qu'elles ont été reçues, au lieu que celles de l'Arbre cultivé depuis une année au Jardin Royal, pour avoir été mises en terre aussi-tôt après avoir été cueillies, ont presque toutes levé six semaines après.

Ce fait justifie les habitans du pays où se cultive le Café, de la malice qu'on leur a imputée, de tremper dans l'eau bouillante ou de faire sécher au feu tout celui qu'ils débitent aux Etrangers, dans la crainte que venant à élever comme eux cette Plante, ils ne perdissent un revenu des plus considérables.

La Germination de ces semences, n'a rien que de commun.

A l'égard du lieu où nous avons reconnu que cette Plante pouvoit se conserver, comme il doit avoir du rapport avec le pays dans lequel elle naît naturellement, & où l'on ne ressent point d'Hyver, nous avons été jusqu'ici obligés de suppléer au défaut de la temperature du climat, par une serre à la manière de celles d'Hollande, sous laquelle on fait un feu moderé pour y entretenir une chaleur douce, & nous avons observé que pour prévenir la sécheresse de cette Plante, il lui falloit de temps en temps un arrosement proportionné.

Soit

Soit que ces précautions en rendent la culture difficile, soit que les Turcs naturellement paresseux, ayent négligé le soin de la multiplier dans les autres pays sujets à leur domination, nous n'avons pas encore appris qu'aucune contrée que celle du Royaume d'Yemen en Arabie, ait la satisfaction de la voir croître chez elle abondamment; ce qui paroît être la cause pour laquelle avant le seizième siècle son usage nous étoit presque inconnu.

Je laisse aux Historiens le soin de rapporter au vrai ce qui y a donné occasion, & d'examiner si l'on en doit la première expérience à la curiosité du Supérieur d'un Monastère d'Arabie, qui voulant tirer les Moines du sommeil qui les tenoit assoupis dans la nuit aux Offices du chœur, leur en fit boire l'infusion sur la relation des effets que ce fruit causoit aux Chevres qui en avoient mangé; ou s'il faut en attribuer la découverte à la piété d'un Mufti, qui pour faire de plus longues prières & pousser les veilles plus loin que les Dervis les plus devots, a passé pour s'en être servi des premiers.

L'usage depuis ce temps, en est devenu si familier chés les Turcs, chés les Persans, chés les Armeniens, & même chés les différentes Nations de l'Europe, que je croirois inutile de m'étendre sur la préparation & sur la qualité des vaisseaux & instrumens qu'on y emploie.

Je me contenterai de faire observer que des trois manières d'en prendre l'infusion, sçavoir, ou du *Café mondé*, & dans son état naturel, ou du *Café rôti*, ou seulement des enveloppes propres & communes de cette semence, auxquelles nos François de retour de Moka, ont improprement donné le nom de *Fleur de Café*; la seconde de ces manières est préférable à la première & à la troisième, aussi appelée *Café à la Sultane*.

Qu'entre le gros & le blanchâtre qui nous vient par Moka; & le petit verdâtre qui nous est apporté du Caire par les Caravannes de la Mecque, celui-ci doit être choisi comme le plus mûr, le meilleur au goût, & le moins sujet à se gâter.

Que de tous les vaisseaux pour le rôir, les plus propres sont ceux de terre vernissée, afin d'éviter l'impression que ceux de fer ou d'airain peuvent lui communiquer.

Que la marque du juste degré de la torrefaction, est la couleur tirant sur le violet, qu'on ne peut appercevoir qu'en se servant pour le rôir, d'un vaisseau découvert.

Que l'on ne doit en pulveriser qu'autant & qu'au moment que l'on veut l'infuser.

Et qu'étant jetté dans l'eau bouillante, l'infusion en est plus agréable, & souffre moins de dissipation de ses parties volatiles, que lorsqu'il est mis d'abord dans l'eau froide.

Il me reste parmi ce grand nombre d'opinions si différentes touchant ses qualités, de donner quelque chose de certain sur sa manière d'agir & sur ses vertus.

La matière huileuse qui se sépare du Café, & paroît sur sa superficie lorsqu'on le grille, & son odeur particulière qui le fait distinguer du Seigle, de l'Orge, des Pois, des Fèves & autres semences que l'épargne fait substituer au Café, doivent être les vraies indications de ses effets, si l'on en juge par leur rapport avec les huiles tirées par la cornuë, puisqu'elle contient aussi-bien que celles-là, des principes volatils, tant salins que sulfureux.

C'est à la dissolution de ses sels & au mélange de ses souffres dans le sang, que l'on doit attribuer la vertu principale de tenir éveillé, que l'on a toujours remarquée comme l'effet le plus considérable de son infusion.

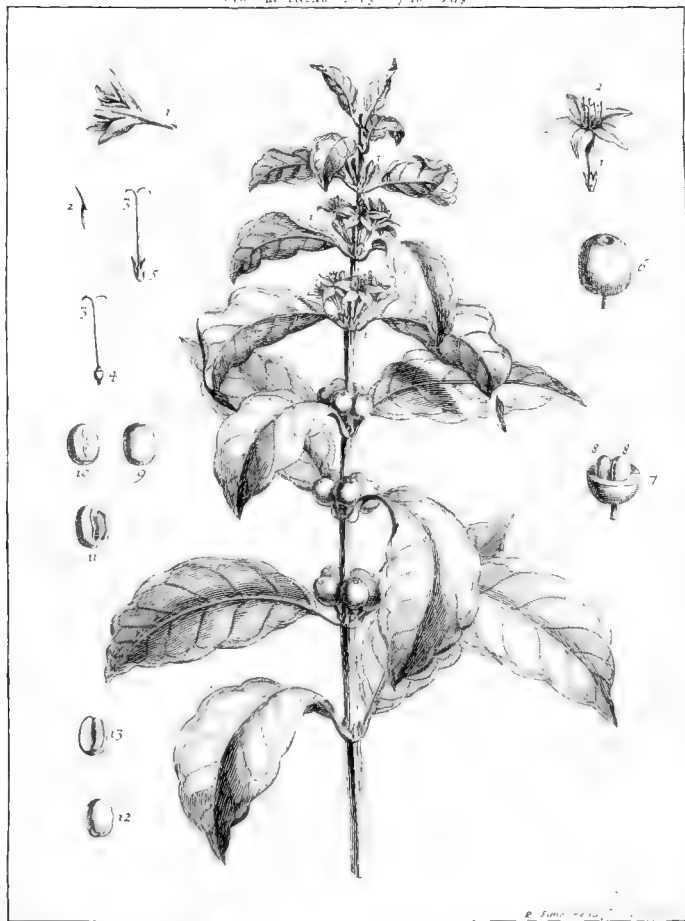
C'est de-là que viennent ses propriétés de faciliter la digestion, de précipiter les aliments, d'empêcher les rapports des viandes, & d'éteindre les aigreurs, lorsqu'il est pris après le repas.

C'est par-là que la fermentation qu'il cause dans le sang, utile aux personnes grasses, repletes, pituiteuses, & à celles qui sont sujettes aux migraines, devient nuisible aux gens maigres, bilieux, & à ceux qui en usent trop fréquemment.

Et c'est aussi ce qui chés certains sujets, rend cette boisson diuretique.

L'expérience a introduit quelques précautions que je ne
sçaurois blâmer touchant la manière de prendre cette infusion;





L'expérience a introduit quelques précautions que je ne ſçaurois blâmer touchant la manière de prendre cette infuſion; telles ſont celles de boire un verre d'eau auparavant la priſe du Café, afin de la rendre laxative; de corriger par le ſucre l'amertume qui pourroit la rendre deſagréable, & de la mêler ou de la faire quelquefois au lait ou à la crème, pour en étendre les ſoufres, en embarrasſer les principes ſalins, & la rendre nourriſſante.

Enfin l'on peut dire en faveur du Café, que quand il n'auroit pas des vertus auſſi certaines que celles que nous lui connoiſſons, il a touſjours l'avantage par-deſſus le Vin, de ne laiſſer dans la bouche aucune odeur deſagréable, ni d'exciter aucun trouble dans l'eſprit, & que cette boiſſon au contraire ſemble l'égaier, le rendre plus propre au travail, le recréer & en diſſiper les ennuis avec autant de facilité que ce fameux Nepenthes ſi vanté dans Homère.

DESCRIPTION

D'UNE MACHINE PORTATIVE,

Propre à ſoutenir des Verres de très-grands Foyers,

Préſentée à l'Académie par M. BIANCHINI.

Par M. DE REAUMUR.

QUANTITÉ d'Observations, dont M. Bianchini a 29 Juillet
 enrichi nos Mémoires, ont aſſés appris au public ſon 1713.
 habileté & ſon attention à obſerver le Ciel. Le zèle de M.
 Bianchini pour l'Aſtronomie, ne s'eſt pas borné là; inſtruit
 mieux que perſonne du point où cette Science a été portée
 depuis que l'on ſçait travailler les grands Verres, il a ſongé
 à en rendre l'uſage facile. M.^{rs} Huguens & Caſſini avoient
 beaucoup fait, en nous montrant qu'on pouvoit ſe ſervir des

Verres des plus grands Foyers sans tuyaux ; c'étoit avoir levé une difficulté considérable, que d'avoir appris qu'on pouvoit se passer d'instruments qu'il étoit presque impossible de construire, & dont il n'étoit guères plus aisé de se servir. Malgré cette belle découverte, il restoit pourtant encore bien des difficultés ; pour placer ces Verres, il falloit construire ou des tours de bois, telles qu'on en a vû une à l'Observatoire ; ou élever solidement sur terre diverses poutres : il falloit avoir des terrecins spacieux ; & outre tous ces embarras, il étoit encore nécessaire d'employer plusieurs personnes & diverses machines pour changer la direction de l'objectif, selon que l'Astre changeoit de place. Les dépenses où cela engageoit, étoient au dessus de la fortune & de l'ardeur de bien des particuliers.

C'est ce qui fit croire à M. Bianchini, que rien ne seroit plus propre à multiplier le nombre des Observations, ou, ce qui est la même chose, à perfectionner l'Astronomie, qu'une Machine qui eût les qualités suivantes : 1.^o Qu'elle soutînt très-haut le Verre objectif, quoique légère. 2.^o Qu'on pût facilement changer sa hauteur, selon la différente élévation des Planetes au dessus de l'horizon. 3.^o Qu'elle fût solide & ferme, sans qu'il fût nécessaire d'employer des clous pour la fixer, ou d'enfoncer des poutres dans la terre. Des qualités précédentes ; il étoit aussi essentiel qu'il en résultât deux autres, sçavoir, que la Machine entière pût être transportée aisément, & coûtât peu.

Il chercha cette Machine, qui ne paroïssoit pas aisée à trouver, & pria M. Chiarelli Prêtre de Vicenze, célèbre en Italie pour les ouvrages d'Optique, de la chercher de concert avec lui. Galilée qui a tant fait pour les Sciences, leur fut encore utile dans cette occasion. M. Bianchini, instruit de ce que ce célèbre Auteur a démontré sur la force d'un Cylindre creux, ne douta point qu'il ne pût donner au Verre objectif un support élevé, solide & léger en même temps, en employant des Cylindres creux, c'est-à-dire, en faisant faire des tuyaux de différents diametres, qui s'emboîtaient les uns dans les

autres comme ceux des Lunettes. L'usage des Lunettes si familier à M. Bianchini, l'avoit encore conduit là. C'étoit déjà avoir un support haut, léger, & dont on pouvoit aisément varier la hauteur; deux des qualités essentielles à la Machine cherchée. Il ne restoit plus qu'à trouver une manière solide & commode d'élever perpendiculairement à la surface de la terre, ce haut support. C'est ce que M. Chiarelli a executé très-ingénieusement, & qui donne à la Machine tous les avantages souhaités, comme on le verra par la Description que nous en allons donner.

Un tuyau exagone * d'environ quatre pieds & demi de haut, y sert tantôt d'étui & tantôt de base ou de support, à six autres tuyaux. La largeur de chacune des faces de ce gros tuyau, est d'à peu-près deux pouces & demi; il est composé de six petites planches collées ensemble, ou assemblées avec des pointes de clous. Il est de la perfection de la Machine, que ces planches soient minces & d'un bois léger. * *AB.*

Le second tuyau n'est différent du premier, que par sa grosseur; * il doit entrer commodément dans l'autre, mais il n'y doit pas flotter; s'il a moins de diametre que celui qui le reçoit, il a un peu plus de longueur, afin qu'on l'en puisse retirer aisément; ou pour le mieux encore, le bout supérieur de chaque tuyau a un petit rebord, une espèce de petit collet, qui ne sçauroit entrer dans le tuyau qui lui sert d'étui; dans le second tuyau est renfermé un troisième tuyau, * comme le second est renfermé dans le premier, & ainsi de suite. * *BC.*

Pour soutenir perpendiculairement à l'horizon le tuyau qui sert tantôt de base & tantôt d'étui à tous les autres, on lui donne trois pieds, * qui comme trois arc-boutants, font un angle aigu avec l'horizon, & s'appuient contre trois des faces du tuyau. La manière dont les pieds le soutiennent, est ingénieuse. Un petit tuyau exagone, * qui n'a que quelques pouces de hauteur, comme une espèce d'anneau, entoure quelque part le gros tuyau entre son ouverture & son milieu. Il peut * *HHH.*

descendre & monter librement, mais il est toujours à peu-près entre les limites que nous venons de lui donner. Pour nous exprimer commodément, nous le nommerons un anneau.

* *HHH.* A cet anneau sont attachées avec des couplets trois tringles de bois. * Ces tringles sont égales entr'elles, & la longueur de chacune est la même que celle du gros tuyau, ou elle la surpasse peu. Leur largeur est aussi à peu-près égale à celle d'une des faces du même tuyau. Elles sont attachées chacune vis-à-vis une face différente. Ces trois tringles sont les trois pieds de la Machine; comme elles sont tenues par des couplets, ou, ce qui revient au même, comme elles sont assemblées à charnière, on imagine assés qu'en plaçant l'anneau auquel elles sont jointes, entre le milieu & le bout supérieur du gros tuyau, & qu'en leur donnant de plus une inclinaison à peu-près égale, qu'elles arc-boutent le gros tuyau de trois côtés, & qu'elles le retiennent dans une position verticale.

Mais comme il y auroit eu à craindre que quelqu'un des pieds ne glissât, on y a remedié en assemblant à charnière avec * *K, K, K.* l'extrémité inférieure de chaque pied une petite tringle * de même largeur que le pied, & aussi longue que les deux tiers ou environ du gros tuyau. Cette tringle est assemblée de même * *L.* par son autre extrémité, avec un anneau * semblable à celui auquel les pieds sont attachés; il est inutile de dire que ce second anneau entoure aussi le gros tuyau, qu'il peut monter & descendre librement, & qu'on le place proche de l'extrémité inférieure du tuyau, lorsqu'on veut élever la Machine perpendiculairement. Il est visible que dans cette dernière disposition les trois tringles inférieures empêchent les trois pieds de s'écarter.

La manière dont ces pieds & les tringles qui les retiennent sont assemblés, fait encore voir que si l'on fait monter l'anneau supérieur & l'anneau inférieur le long du gros tuyau; qu'on oblige en même temps les pieds & les tringles à se coucher sur le tuyau. La Machine entière occupe alors un petit volume, comme il paroît dans la Fig. *M I L N N*, &

elle est si légère, qu'un homme la peut commodément porter sous un bras.

Lorsqu'on veut s'en servir, on commence par la coucher par terre, ou par la mettre dans une position fort inclinée. On fait alors sortir chaque tuyau dedans celui qui lui tient lieu de gaine, autant qu'on le juge nécessaire, & on l'arrête dans l'endroit où on veut qu'il reste, d'une manière également simple & commode. A cet usage, M. Bianchini a imaginé d'employer des coins de bois extrêmement minces. On ôte aisément ces coins, & on les remet avec la même facilité: l'avantage qu'on retire de-là, est de pouvoir donner plus ou moins de hauteur à la Machine lorsqu'elle est dressée, selon que l'élevation de l'Astre le demande. Légère comme elle est, il n'y a pas beaucoup de difficulté à la mettre dans une position verticale, & pour la retenir dans cette position, on voit qu'il n'y a qu'à déplier les pieds.

Peut-être craindra-t'on que la légèreté ne diminuë sa stabilité, & ce seroit une crainte fondée, si on ne pouvoit pas remédier commodément à cet inconvénient. Dans tous les endroits où l'on trouve des pierres, on donne aisément à la Machine la stabilité nécessaire; on en met quelqu'une sur les tringles ou traverses qui retiennent les pieds. Ainsi on la charge avec des poids que l'on n'est point obligé de transporter.

Afin que le gros tuyau qui sert de base à tous les autres, ne flotte point dans les deux anneaux qui le soutiennent, la perfection de cette Machine demande que l'on perce trois écrouës dans l'épaisseur de l'anneau supérieur: mettant une vis dans chaque écrouë, il n'y aura qu'à serrer les vis pour assujettir le tuyau.

Si l'on appréhende que la pointe des vis ne perce avec le temps le bois du tuyau, on peut recouvrir ce tuyau d'une bande de fer ou de cuivre très-mince dans l'endroit que l'anneau entoure lorsque la Machine est montée. En faisant une entaille peu profonde tout autour, on y logera la bande dont

304 MÉMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
nous parlons, & elle ne débordera pas au-dessus du reste du tuyau.

Il est à propos aussi de donner un rebord à l'extrémité inférieure de ce gros tuyau, ou d'y mettre quelques pointes de clous, pour empêcher l'anneau inférieur de sortir du tuyau lorsqu'on transporte la Machine toute montée d'une place à une autre.

Nous ne nous arrêterons point à expliquer au long comment on place le Verre objectif au haut de cette Machine, on le peut faire de différentes manières. Celle de M. Bianchini est commode. Cet objectif est logé à l'ordinaire dans
* O. un tuyau cylindrique * qui n'a que sept à huit pouces de longueur ; mais le même tuyau a une espèce de queue,
* P. longue d'un pied & plus. * Cette queue n'est qu'une gou-
* Q. tière de bois. Une espèce de petit tenon * de bois assés mince est collé contre la surface extérieure du tuyau ; vers le milieu de la longueur de ce tuyau, ce tenon est percé d'un trou ; un autre tenon de bois semblable au précédent, en est éloigné de sept à huit pouces, & est collé sous la queue
* P. du tuyau. *

Dans le dernier des tuyaux exagones de la Machine, on fait entrer une petite pièce dans laquelle est creusée une entaille verticale ; cette entaille reçoit le premier des deux tenons qui sont attachés au tuyau de l'objectif ; on y retient ce tenon par le moyen d'une vis.

A la seconde des pièces qui est attachée au tuyau ou plutôt à la queue du tuyau de l'objectif, on arrête le bout d'une petite ficelle. Cette ficelle a du moins autant de longueur que les Verres ont de foyer ; elle sert à marquer la distance où l'oculaire doit être placé.

* V. Cet oculaire est dans un tuyau * semblable à celui de l'objectif, je veux dire, qui a de même une espèce de gouttière
* X. qui lui fait une queue * ; sous cette queue on attache le second
* Y. bout de la ficelle. *

Pour soutenir le tuyau de l'oculaire, M. Bianchini employe
aussi

aussi un support * composé de tuyaux qui s'emboîsent les * *Z a.*
uns dans les autres. Il a fait faire ceux-ci quarrés; il leur auroit
pû donner une autre figure: Cela est fort arbitraire; il ne
paroît pas même de raison essentielle de donner aux tuyaux
qui servent de support à l'objectif, une figure exagone plutôt
qu'une autre.

Il a composé de trois tuyaux le support de l'objectif; le
dernier, c'est-à-dire l'inférieur, * est terminé par une entaille; * *a.*
dans laquelle on fait entrer une petite planche, * & on * *b.*
arrête cette planche dans l'entaille par le moyen d'une vis:
l'épaisseur de la planche sert de pied au support de l'objec-
tif; ce n'est pas là un pied bien solide, il l'est pourtant de reste,
parce qu'on met ce support dans une position inclinée, de
façon qu'il fait un angle obtus avec la partie de l'horizon,
qui est entre lui & le support de l'objectif. La ficelle dont
un des bouts est attaché au tuyau de l'objectif, & l'autre bout
au tuyau de l'oculaire, retient le support de l'oculaire dans
cette situation.

Au reste, il est aisé de juger de la hauteur que doivent avoir
ensemble les tuyaux de ce dernier support: elle doit être
telle qu'un homme debout ou assis puisse appliquer l'œil
près du verre.

Tous les verres avec leurs tuyaux & le support de l'objectif,
peuvent être renfermés dans une boîte assez petite & assez
legère; de sorte que le même homme qui sous un bras porte
le support de l'objectif, peut porter de l'autre bras la boîte
qui contient le reste de l'appareil; ainsi un Observateur qui n'a
pas chés lui assez de terrain, ou un terrain propre pour obser-
ver, transporte, quand il lui plaît, à la campagne tout ce qui
lui est nécessaire; il est en état de choisir pour observatoire
les terrains les plus commodes; il peut seul tout faire; il est
pourtant bon qu'il ait une personne avec lui qui abaisse ou
élève quelques-uns des tuyaux du grand support, selon que
l'Astre monte ou descend, quoiqu'en cas de besoin il puisse
tout faire lui seul.

Un grand vent ne seroit pas un temps favorable pour observer avec cette Machine, le vent y fait pourtant moins d'impression qu'on ne croiroit.

O B S E R V A T I O N S

Sur des Matières qui pénètrent & qui traversent les Métaux sans les fondre.

Par M. H O M B E R G.

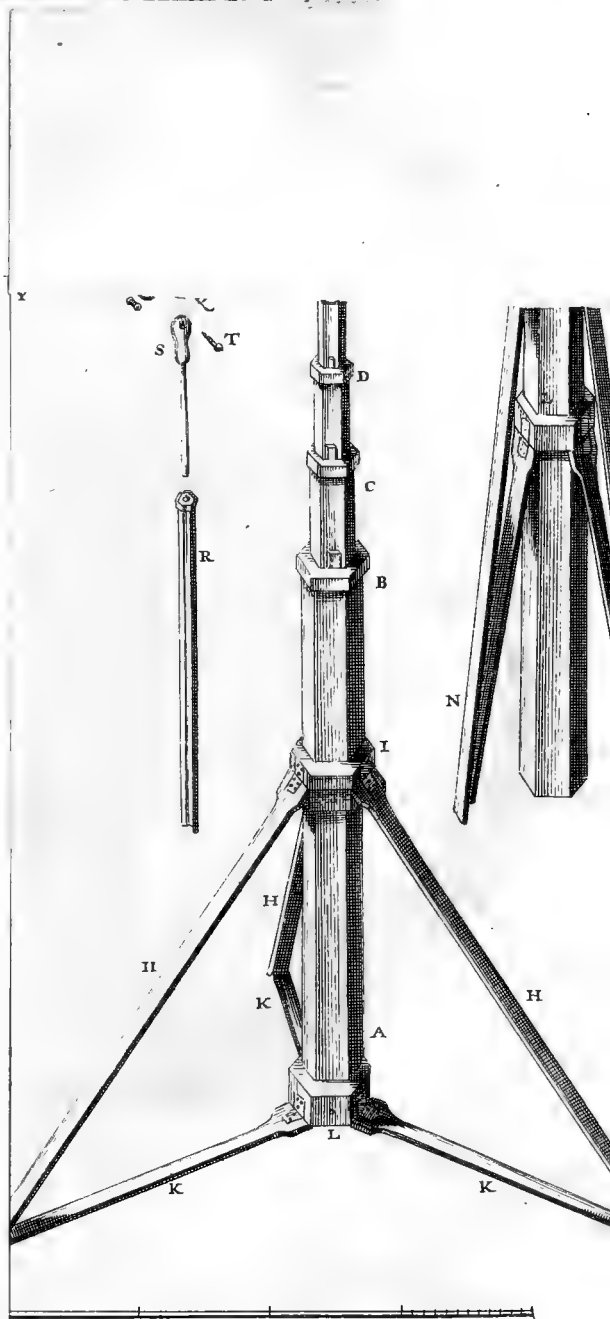
15 Novemb.
1713.

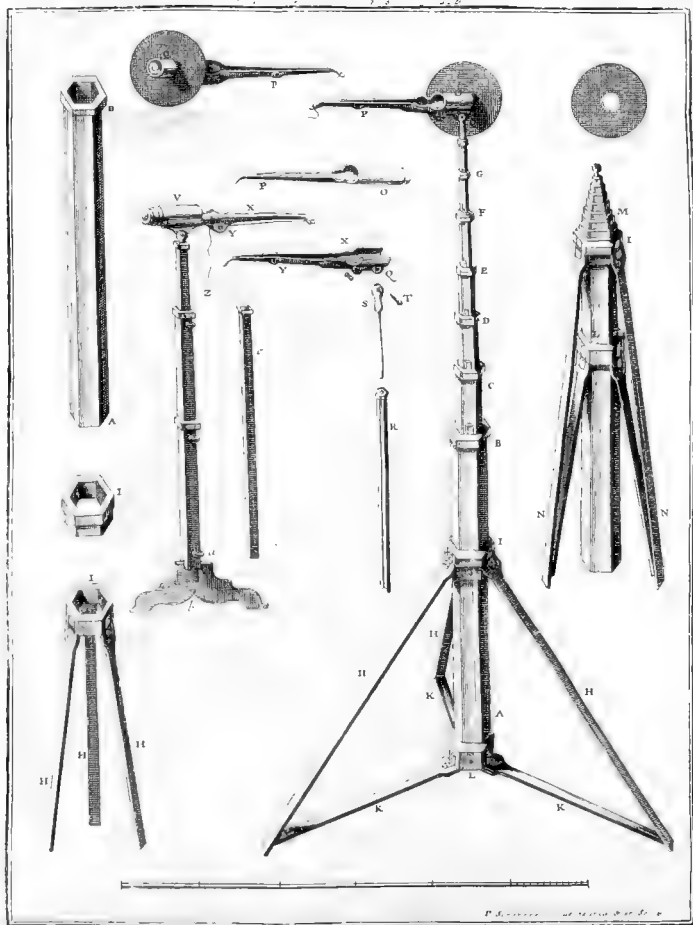
QUOIQUE la substance des métaux soit plus compacte & plus serrée qu'aucune autre que nous connoissions, & qu'elle soit si bien liée quand elle est pure & sans mélange de matières étrangères, qu'elle supporte mieux que toute autre les efforts les plus violents, il se trouve cependant des matières qui les traversent aussi facilement que si leur tissu étoit très-lâche & de nulle résistance. Il y a de ces matières qui traversent les métaux, sans qu'il paroisse des ouvertures sensibles pour leur donner un passage libre, & sans laisser aucune trace ou marque après y avoir passé, comme sont, par exemple, la matière Aimantine, de laquelle nous pouvons juger avec beaucoup de vraisemblance, qu'elle passe très-librement au travers de tous les corps qu'elle rencontre en son chemin; pour atteindre le Fer ou l'Acier qui se présente dans son tourbillon.

La vapeur de la fameuse Encre de sympathie paroît traverser aussi à une certaine distance, quelque corps que ce soit, & même des plaques de métal qui couvrent l'Ecriture invisible qui lui convient, pour la rendre visible, & pour la teindre en Lettres noires.

L'exhalaison sulfureuse d'une Pierre de Boulogne nouvellement calcinée, traverse tout ce qui est dans son voisinage, & elle teint en même temps superficiellement l'Argent en couleur

d'Or, & le Laton en couleur d'Argent, nonobstant qu'ils
 soient exactement enfermés dans des boîtes de Fer, ou de





d'Or, & le Laton en couleur d'Argent, nonobstant qu'ils soient exactement enfermés dans des boïstes de Fer, ou de quelqu'autre métal que ce soit. Je mis un jour une Pierre de Boulogne nouvellement calcinée, dans un tiroir où il y avoit une Montre à boïste d'Argent; je cherchai environ huit ou dix jours après quelque chose dans ce tiroir, je trouvai la boïste de ma Montre dorée, & toutes les rouës en dedans argentées, mais quinze jours après la boïste d'Argent étoit devenue tout-à-fait noire, aussi-bien que les rouës de la Montre; qui étoient si fort corrodées, qu'on n'a jamais pû les nétoïer, ni les faire reservir.

Il y a d'autres matières qui se font elles-mêmes un passage forcé, ou un trou au travers d'un morceau de métal, quand elles le peuvent atteindre d'une certaine façon; comme, par exemple, un morceau de soufre commun mis sur une plaque de fer fort rouge, y fait un trou, & passe au travers; un morceau de sublimé corrosif mis sur une plaque d'argent rouge, y fait un trou avec bruit & passe au travers; & si l'Argent étoit trop épais, pour ne le pas pouvoir percer tout-à-fait, il le creuse jusqu'à deux ou trois lignes de profondeur, en répoussant les parties déplacées de l'Argent au bord du trou qu'il a fait.

Enfin il y a d'autres matières qui traversent la substance des métaux plus sensiblement que celles de la première espèce que nous venons de rapporter, & moins violemment que celles de la dernière, c'est-à-dire, des matières que l'on voit passer très-clairement au travers des pores de métal, sans en déranger les parties, & qui ne font point de trou pour y passer. Nous examinerons avec un peu d'attention quelques-unes de cette dernière espèce, comme plus extraordinaires & moins connues que les précédentes, ne sachant personne qui en ait écrit ou qui les ait observées avant moi.

Le premier exemple sera un sel fondu, qui passe au travers des pores du Fer, comme l'eau passe au travers du Papier gris.

J'ai cru autrefois que le Borax étoit une composition artificielle, sur le témoignage de quelques Auteurs qui le croyoient apparemment ainsi, ce qui m'a fait faire plusieurs différentes opérations tentatives pour découvrir cette composition; mais le Borax n'étant pas artificiel, mais un sel fossile naturel, comme est le Vitriol ou l'Alun, quoique mon travail n'ait pu réussir selon mon intention, il a été cependant l'occasion de quelques découvertes, qui m'ont paru neuves, parmi lesquelles se trouve le sel dont il s'agit, & qui est peut-être le plus pénétrant, & en même temps le moins corrosif de tous les sels lixiviels que nous connoissons : voici comment je l'ai fait.

Prenés une livre environ de Chaux vive, versés dessus deux pintes de Vinaigre, laissés-les ensemble en une douce digestion, pendant deux fois vingt-quatre heures, en les remuant de temps en temps, laissés rassieoir, & versés-en la liqueur claire par inclination; puis prenés Soufre commun une partie, Salpêtre raffiné deux parties, & Sel décrépité trois parties; pilés le tout, & après les avoir mêlés exactement, vous mettrés au feu un creuset qui puisse contenir toute la matière; le creuset étant rouge, vous la mettrés dedans cueillerée à cueillerée, jusqu'à ce que le tout y soit entré; la matière s'enflammera foiblement & sans détonation; elle se gonfle quand elle commence à se fondre, alors il la faut remuer avec une verge de Fer, & continuer le feu jusqu'à ce que le tout soit fondu comme de l'eau; ce qui arrive bien-tôt après que la flamme du Soufre a fini : vous verferés pour lors votre matière fondue dans un bassin de Cuivre, où elle se durcit sur le champ; versés ensuite six parties de votre premier Vinaigre préparé, sur une partie de cette matière, chauffés-les un peu pour la fondre plus facilement; étant fondue, filtrés & évaporés, puis laissés refroidir, & versés encore autant de ce Vinaigre dessus, & évaporés jusqu'à pellicule : mettrés cette liqueur à la cave, il se formera des cristaux, lesquels étant fondus à grand feu dans un creuset de Fer, passent en très-peu de temps au travers de ce Fer sans le trouer, comme le plomb passe au

travers d'une coupelle, mais ils ne pénétreront pas si vite un creuset de terre dans le grand feu, que le Salpêtre ordinaire.

Les matières qui entrent dans cette composition, sont la Chaux vive, le Vinaigre distillé, le Salpêtre, le Sel marin & le Soufre commun, lesquelles considérées séparément, ne sçauroient faire un effet approchant, si ce n'est le Soufre commun, qui pénètre à la vérité le Fer promptement, mais en le fondant & en le détruisant, comme nous l'avons remarqué dans le commencement de ce Mémoire, au lieu que notre composition ne le met pas en fonte, ni ne le détruit; car le Fer après en avoir été pénétré, reste aussi malléable qu'il étoit auparavant, & il paroît couvert de moins de Machefer, que si on l'avoit rougi au feu sans cette matière.

Il y a toute apparence que l'action violente du Soufre commun sur le Fer, ne provient que de ce que tout l'acide du Soufre y est joint à toute sa partie huileuse, car l'acide ayant été séparé du composé du Soufre commun, la partie huileuse seule n'est plus ni inflammable, ni le dissolvant d'aucun métal, comme je l'ai montré dans un Mémoire imprimé en 1703. & l'acide du Soufre seul & séparé de son huile, ne fait pas plus d'effet sur le Fer, que l'Esprit de Vitriol ou l'Esprit d'Alun, c'est-à-dire, le dissout lentement & faiblement; mais tant qu'ils sont joints ensemble, ils composent cette matière inflammable qui pénètre aisément la substance du Fer, le dissout & le détruit dans le feu, en produisant dans toute la masse du Fer qu'elle peut atteindre, à peu-près le même effet que la flamme de la forge produit sur sa superficie seulement; sçavoir, qu'elle le brûle en Machefer: aussi voyons-nous que le Fer calciné par le Soufre commun, est très-sensible au Machefer.

Mais comme presque toute cette matière grasse & inflammable du Soufre, a été évaporée dans l'opération qui a produit notre Sel ou nos cristaux, il n'y en est resté qu'une très-petite partie, dont l'activité a été affoiblie considérablement; & l'acide du Soufre, qui sans cette graisse est un foible

dissolvant du Fer, ayant été dissipé en partie dans le feu, & en partie absorbé par les parties alkalines du Salpêtre, du Sel commun & de la Chaux, n'est plus capable de le corroder ou de le dissoudre; au contraire la jonction de ces matières alkalines, avec ce reste du Soufre commun, a produit le composé de nos cristaux, qui pénètre à la vérité aisément le Fer, mais ce n'est qu'en passant au travers de ses pores sans les déranger ou en détruire la substance; & comme les parties du Fer, dans le grand feu, se dilatent & s'écartent les unes des autres, elles prêtent un passage fort libre à notre composition dans le grand feu, mais les parties du Fer se rejoignant étroitement, & se rapprochant lorsque le Fer se refroidit, elles pressent & expriment cette matière, & la chassent sur la surface du Fer, sans en garder dans son intérieur, ce qui fait que ce Fer est aussi malléable en sortant du feu, après cette pénétration, qu'il l'étoit auparavant, & même il ne périt pas sitôt par la rouille, que s'il n'avoit pas touché à notre composition, ce qui pourra être de quelque usage quand on le saura bien emploier.

Le second exemple que nous allons examiner, sera une matière bitumineuse métallique, laquelle ayant été fonduë sur une lame d'Argent, de l'épaisseur environ d'une demi-ligne, passe au travers de cet Argent, sans y faire de trou, & elle teint l'Argent de part en part en couleur de plomb, c'est-à-dire, qu'elle y sera aussi noire dans son intérieur que sur ses surfaces, & les autres endroits de la lame d'Argent; qui n'auront pas touché à notre composition, ne changeront point de couleur ni en dedans ni en dehors; les parties noires de cet Argent, seront aussi malléables que les parties qui sont restées blanches; de sorte qu'en les battant ensemble sur une enclume, elles s'étendront également sous le marteau, sans se crever & sans se rompre: voici comment j'ai fait cette matière bitumineuse métallique.

Dissolvés de l'Argent fin autant que vous voudrés dans de l'Eau forte à l'ordinaire, précipités-le ensuite en Chaux

d'Argent par le Sel commun, lavés & édulcorés cette Chaux dans plusieurs eaux chaudes, jusqu'à ce que l'eau en sorte insipide, séchés-la pour lors au Soleil ou sur une très-petite chaleur, & elle sera bien édulcorée; puis prenez de cette Chaux d'Argent une partie, du sublimé corrosif deux parties, & de l'Antimoine crû trois parties; mettez le tout bien en poudre, mêlés exactement, & distillés dans une cornuë de verre par degrés au feu de sable, il en sortira d'abord du beurre d'Antimoine, & ensuite du Mercure coulant: quand il ne sortira plus de Mercure, vous pousserez le feu violemment pendant une heure, puis laissés refroidir votre cornuë, cassés-là, vous trouverez à l'entrée de son col, un bourlet épais, d'une matière noirâtre, que vous détacherés avec un couteau; c'est notre matière bitumineuse métallique qui fond comme de la Cire à une chaleur modérée, qui est proprement un cinabre d'Argent & d'Antimoine.

Mais comme cette matière ressemble en quelque façon au vrai cinabre d'Antimoine, il sera bon de voir ici en quoi ils diffèrent, afin de ne se pas méprendre quand on voudra faire notre expérience. La première différence & la plus considérable que j'y trouve, est que notre composition contient du métal, c'est-à-dire, de l'Argent, & que dans l'autre il n'y en a point, puisque la notre est une matière compacte & dure; qui a retenu fort peu de Soufre brûlant de l'Antimoine, & l'autre est une matière très-tendre, qui contient beaucoup de Soufre brûlant de l'Antimoine, qui se fond aisément au feu, qui brûle & qui corrompt les métaux & même l'Argent; comme fait le Soufre commun; aussi fait-il ordinairement un trou dans la pièce d'Argent, quand on en veut faire notre expérience, & il rend l'Argent qu'il a touché, dur & cassant; au lieu que notre composition en se fondant sur l'Argent, s'imbibe dans ce métal, le pénètre de part en part sans y faire de trou, & le teint en vraie couleur de Plomb, l'argent restant doux sous le marteau, comme il étoit auparavant, & même la goutte de cette matière qui a passé au travers de la

lame d'Argent, est aussi douce sous le marteau, que du vrai Plomb, & le coupe de même; de sorte que l'on connoît aisément que notre matière bitumineuse métallique, & le cinabre d'Antimoine sont deux composés fort différents, dont l'un ne consiste qu'en Mercure & en beaucoup de Soufre brûlant d'Antimoine, & l'autre en Mercure, en Argent & en fort peu de Soufre brûlant d'Antimoine.

Il se trouve dans cette composition deux des plus puissants dissolvants que nous ayons; sçavoir, le Soufre brûlant & le Mercure commun, qui dissolvent chacun séparément tous les métaux depuis l'Or jusqu'au Plomb; mais ils le font en des manières fort différentes, le Soufre les dissout avec une violence extrême & toujours dans le grand feu, qui détruit même tous les moindres métaux; le Mercure pénètre & dissout avec douceur, mais très-lentement, tous les métaux, & n'en détruit aucun; mais la violence de l'un & la lenteur de l'autre, ont été si bien corrigées dans l'opération qui a produit notre composition, qu'ils agissent paisiblement & de concert sur la lame d'Argent qu'on leur expose, sans la déchirer ni la trouer, parce que dans cette opération ils ont été enlevés en vapeurs, en même temps avec une partie de la Chaux d'Argent; & en se sublimant ensemble, le Soufre & le Mercure ont pénétré cette Chaux, ont employé sur elle leurs plus grands efforts de dissolvants, & ils ont composé tous trois une matière paisible, qui n'agit plus comme un dissolvant violent, mais qui a simplement conservé une disposition de s'insinuer dans les pores de l'Argent & de les traverser, sans les corrompre. Mais ce qu'il y a ici de fort extraordinaire, c'est que cette matière, qui est friable & très-cassante avant que d'avoir traversé la lame d'Argent, est souple, ductile & malléable après y avoir passé, comme est l'Argent même.

Pour rendre raison de ce changement subit, je dirois qu'il y a toute apparence que dans la sublimation de notre matière, une trop grande quantité de la terre du Soufre brûlant

brûlant de l'Antimoine, a été poussée en même temps avec les autres parties de notre composé, vers la voute de la cornuë, & s'y est sublimée avec elles ; cette matière terreuse s'est insinuée de toutes parts parmi le Mercure & l'Argent, & les a empêchés de se toucher immédiatement, pendant que la partie pure bitumineuse du Soufre les a liées ensemble : tant que cette terre y est restée mêlée, le composé a été cassant & friable, mais en traversant les pores de la lame d'Argent, cette terre trop grossière n'y a pas pû passer avec les autres parties, & elle est restée, pour ainsi dire, sur l'Argent, qui lui sert de filtre ; les autres parties qui ont passé au travers de la lame d'Argent étant débarrassées de cette terre inutile, se sont arrangées autrement & sont devenues un corps souple, ressemblant parfaitement à du métal, tant pour la couleur que pour la ductilité.

HISTOIRE

D'UN ASSOUPISSEMENT EXTRAORDINAIRE.

Par M. IMBERT.

LE Sommeil est l'état de l'homme le plus triste & le plus humiliant ; en santé il a des bornes que la Nature a l'art de prolonger souvent par habitude ou par tempérament. Parmi les Animaux, le Loire & la Marmotte dorment six mois de l'année sans s'éveiller. Un dormeur de cette espèce est un exemple rare & dont l'histoire m'a paru digne de la recherche d'un Philosophe curieux observateur.

Un homme âgé de quarante-cinq ans environ, d'un tempérament sec & robuste, nommé Tally, Domestique des Coches de Rouën, Garçon Charpentier de son métier ;

Mem. 1713.

Rr

tomba dans la maladie dont il s'agit, par l'accident que je vais décrire. Il eut querelle avec un Charpentier pour qui il avoit travaillé; on les sépara comme ils étoient prêts de se battre, chacun s'en alla de son côté. Peu de temps après notre malade apprit que son ennemi étoit tombé d'un bâtiment, & s'étoit tué; cette funeste nouvelle le faisoit, il se prosterna le visage contre terre, son esprit & ses sens s'assoupirent insensiblement. Le 26. Avril de l'année 1715. il fut transporté à la Charité, où il est demeuré jusqu'au 27. Août de la même année, c'est-à-dire l'espace de quatre mois entiers. Les deux premiers mois il ne donna aucune marque de mouvement ni de sentiment volontaire; ses yeux jour & nuit furent fermés; souvent il remuoit ses paupieres; sa respiration toujours libre, aisée, son poux petit, lent, mais égal; mettoit-on ses bras dans une situation, ils y demeuroient (accident d'une maladie que l'on nomme Catalepsie.) Il n'en étoit pas de même du reste de son corps, pour le soutenir on lui faisoit avaler quelques cuillerées de vin pur; ce fut pendant ce temps-là sa seule nourriture, aussi devint-il maigre, sec & décharné; état bien différent de celui dans lequel il étoit auparavant. M. Burette entre les mains de qui il tomba d'abord, mit en usage les secours les plus puissants de l'art; saignées du bras, du pied, de la gorge, émetique, purgatifs, vésicatoires, sangsues, volatiles, cela sans lui pouvoir procurer d'autre soulagement que celui de parler un jour entier d'assés bon sens à sa famille & aux Religieux, ensuite de quoi il retomba dans son assoupissement. Les deux derniers mois de son séjour à la Charité, il donna par intervalles quelques marques de sentiment, tantôt serrant les mains de sa femme, tantôt se plaignant douloureusement (cela arrivoit quand on avoit été plusieurs jours sans le purger) Dès-ce temps il commença à ne plus gêner sous lui, ayant attention de s'avancer sur le bord du lit où étoit une toile cirée mise exprès, & de ne rien rendre qu'il ne se sentît dans cet endroit; pour lors il

se soulageoit de ses besoins & se remettoit à sa place ; il commença aussi à se nourrir de bouillons , de potage , de viande conservant toujours ses premières inclinations , c'est-à-dire , un grand goût pour le vin. Jamais il ne découvroit par aucun signe ses besoins. Aux heures marquées de ses repas , on lui passoit le doigt sur les levres ; à ce signal il ouvroit la bouche sans ouvrir les yeux , & avaloit ce qu'on lui faisoit prendre ; il se remettoit ensuite , attendant patiemment un second aver-tissement. Régulièrement on le rasoit , il étoit pendant ce temps comme un mort appuyé , sans remuer. Le devoit-on l'après-dîner , on le trouvoit dans sa chaise les yeux fermés , situé de la même manière qu'on l'avoit mis. Huit jours avant de sortir de la Charité , on s'avisa de le jeter tout nud dans un bassin d'eau froide pour le surprendre ; ce remede le surprit effectivement , il ouvrit les yeux , regarda fixement , ne parla point : dans cet état sa femme le fit transporter chés elle , où il est presentement : on ne lui a fait aucun remede , il parle d'assés bon sens , il se remet tous les jours.

C'est ici l'écueil d'un Philosophe raisonneur ; toujours impatient de se rendre maître de la Nature dans ses desseins les plus cachés , il voit , il admire , il cherche & ne découvre point. J'ose cependant proposer à la Compagnie comme des conjectures , quelques réflexions que j'ai faites sur une histoire aussi singuliere. Pour les représenter avec ordre , j'examine premierement comment un chagrin peut produire un sommeil de cette espee. J'explique en second lieu les differents changements qui lui sont arrivés. Je recherche enfin les exemples qui peuvent y avoir rapport. Dans la premiere proposition , deux choses à considérer ; d'où dépend le sommeil , la manière dont agit le chagrin. Plusieurs causes produisent le sommeil en general ; du côté du cerveau , obstruction dans les glandes , compression ou relâchement : de-là pour l'ordinaire les apoplexies , les som-meils létargiques ; du côté du sang , appauvrissement d'es-prits ; de-là la necessité indispensable à l'homme de dormir

pour les repàrer; esprits trop embarrassés par les parties grossières: de-là la disposition toujours prochaine aux maladies d'assoupissement. Tel étoit l'état de notre malade avant d'y tomber; Charpentier de profession, yvrogne d'inclination, qualités qui fournissent communément un sang épais, dont les principes actifs se développent difficilement; la raison le prouve, l'expérience le confirme tous les jours. Cela posé, reste à examiner la manière dont agit le chagrin. Le chagrin est une maladie de l'ame des plus affreuses & des plus funestes; la fureur, le desespoir, la vengeance, la crainte, la mélancolie sont ses effets ordinaires. Quels desordres ne produisent pas sur la machine, des passions de cette nature! Les unes précipitent sans ordre le mouvement des esprits, d'où prennent origine les égarements furieux, un nombre infini de maladies aiguës; les autres en ralentissent le cours, d'où naissent les affections hypocondriaques, la plupart des maladies chroniques. Le chagrin du Dormeur en question est de la dernière espèce; à la nouvelle de son ennemi tué, saisi de frayeur il ne s'occupe que d'idées tristes; la crainte & la tristesse retiennent ses esprits dans le cerveau; son sang naturellement grossier, dépourvu, pour ainsi dire, du premier mobile, s'épaissit de plus en plus, ses parties se rapprochent, se lient les unes aux autres, enchaînent les esprits; il ne faut plus des heures de repos, il faut des mois entiers pour en séparer la quantité nécessaire à la veille. Je ne crains point de le comparer ici à la Marmotte; endormi de la sorte il est sa véritable image, cet animal pesant par sa constitution naturelle, engourdi, regorge de graisse dans le temps qu'il s'endort; pendant les six mois de son sommeil, il ne prend point de nourriture, les esprits par les seuls mouvements de la circulation du sang & de la respiration qu'il conserve, se dégagent insensiblement: au bout de ce temps il se réveille sans aucun secours: pendant les six mois qu'il veille, il mange raisonnablement, dissipe peu, son sang devient de la même espèce, il se rendort. Peut-être par les mêmes principes &

le même raisonnement, pourroit-on expliquer d'une manière vraisemblable, les changements qui sont arrivés à notre malade pendant son assoupissement : les deux premiers mois, son sommeil a été profond, son sang avoit acquis en apparence la qualité du sang de la Marmotte ; les deux autres mois, sans ouvrir les yeux ni parler, il ne laissoit pas de donner par intervalles quelques marques de sentiment. Par la diette exacte qu'il observa, les esprits se dégagèrent, il s'en sépara une plus grande quantité ; à la Marmotte il faut six mois, la Nature en a ainsi ordonné en la formant ; ici c'est un accident, il peut se réparer en moins de temps, nous en avons la preuve : notre malade se rétablit tous les jours ; il reste à rechercher les exemples qui peuvent y avoir rapport. Les Auteurs, tant anciens que modernes, n'en fournissent aucun. M. Hombert lût en l'année 1707. à la Compagnie, l'extrait d'une Lettre Hollandoise imprimée à Gaude, contenant l'Histoire d'une Létargie extraordinaire ; elle mérite d'entrer ici en parallèle ; le chagrin y donna lieu, l'assoupissement fut précédé d'une affection mélancolique de trois mois. Pour la longueur du sommeil, le Dormeur de Hollande l'emporte sur celui de Paris, il dort six mois de suite sans interruption ; ne donna pendant ce temps aucune marque de mouvement volontaire ni de sentiment : au bout de six mois il se reveilla, s'entretint avec tout le monde, vingt-quatre heures après il se rendormit, peut-être dort-il encore ; nous n'avons pas la suite de cette histoire. Le Charpentier en question, de quatre mois de maladie n'en a que deux de vrai sommeil ; mais l'accident cataleptique, les marques de l'homme endormi qu'il a conservées, celles qu'il a données de l'homme éveillé, l'effet qui a suivi le bain d'eau froide, sont autant de particularités rares qui rendent le fait digne de l'attention des Physiciens & des Médecins les plus éclairés ; mon dessein étoit d'entrer dans l'explication de tous ces accidents particuliers, la crainte d'ennuyer me l'a fait remettre à une autre dissertation.

OBSERVATIONS

*De l'Eclipse de Lune qui est arrivé le 2. Decembre
au matin de cette année 1713. à
l'Observatoire.*

Par M^{rs}. DE LA HIRE.

6 Decembre
1713.

CETTE Eclipsé a pû être très-bien observée, car le Ciel étoit serein, & comme il y avoit déjà quelques jours que le vent de Nord-Est souffloit, l'air pouvoit être fort pur pour faire l'Ombre de la Terre aussi bien terminée qu'elle le puisse être, comme elle paroissoit en effet; & cette Ombre étoit si forte, que le limbe de la Lune n'y paroissoit point; ce qui confirme la pureté de l'air sur la surface de la Terre à l'endroit qui envoyoit son Ombre sur la Lune. Nous y avons apporté tous nos soins, & outre les Phases observées nous avons encore l'Immersion & l'Emersion de plusieurs taches, sur lesquelles l'ombre a passé.

Toutes les observations des Phases de cette Eclipsé ont été faites avec le Micrometre appliqué à une Lunette de 7 pieds de foyer, & l'on a observé le diametre de la partie qui restoit éclairée du disque de la Lune, & par conséquent ce diametre étant ôté du diametre entier de la Lune, il reste le diametre de la partie éclipsée, que l'on a trouvée d'abord en minutes & secondes de degré comme elles sont marquées par le Micrometre. Nous avons trouvé le diametre de la Lune vers la fin de l'Eclipsé de 31' 14", & nous l'avons posé de 31' 20" vers le milieu de l'Eclipsé où la Lune étoit plus haute que vers la fin, & par conséquent plus proche du lieu de la surface de la Terre où nous observions.

On doit ici remarquer que cette observation du diametre de la Lune vers la fin de l'Eclipsé, étoit plus juste que

celle que nous avons faite vers le commencement ; car vers la fin le Ciel étoit un peu brouillé & couvert de nuages légers , qui ôtoient le grand éclat de la lumière de la Lune comme elle paroissoit au commencement ; ce qui fait qu'on juge les corps fort éclairés sur un fond noir , un peu plus grands qu'ils ne sont en effet , quoiqu'on se serve d'une Lunette.

Enfin nous avons converti les minutes & secondes de degré , qui ont été observées en doigts & minutes de doigt éclipsés , comme on les rapporte ici.

On doit encore remarquer , que lorsque l'Ombre de la Terre se rencontre sur un endroit du disque de la Lune où il y a beaucoup de taches obscures , on ne voit pas si distinctement le terme de l'Ombre que lorsqu'elle passe sur les parties éclairées du disque.

Temps.

Phases.

Minutes & Secondes , Doigts & Min.
de degré.

H. M. S.	M. S.	D. M.
à 2 25 15	Commencement de l'Eclipse.	
2 29 10	0 44	0 17
2 34 25	3 17	1 16
2 42 55	5 50	2 15
2 47 15	7 6	2 44
2 50 35	8 23	3 14
3 4 15	10 56	4 12
3 13 10	12 2	4 38
au milieu de l'Eclipse.	12 50	4 56
3 47 20	12 2	4 38
4 2 50	10 56	4 12
4 10 35	9 39	3 43
4 16 45	8 23	3 14
4 23 5	7 6	2 44
4 28 30	5 50	2 15

Temps.			Phases.		
H.	M.	S.	M.	S.	D. M.
4	33	15	4	34	1 49
4	39	5	3	17	1 16
4	43	25	2	1	0 49
4	46	35	0	44	0 17
4	49	20	Fin de l'Eclipsé.		

Par la comparaison des Observations du commencement & de la fin de l'Eclipsé & des correspondantes qui n'en font pas beaucoup éloignées, on détermine le milieu à

$$\begin{array}{r} 3^h \quad 37' \quad 17'' \\ 3 \quad 37 \quad 52 \\ 3 \quad 35 \quad 43 \end{array}$$

Et prenant un moien, on peut estimer ce milieu à

$$3^h \quad 36' \quad 40''$$

Passage de l'Ombre par les Taches de la Lune.

A	2 ^h	37'	5"	Commencement de <i>Mare Humorum</i> .
2	37	35		Commencement de Tycho.
2	53	35		Fin de <i>Mare Humorum</i> .
3	24	25		Cyrillus.
3	34	5		Commencement de Langrenus.
3	41	21		Fin de Langrenus.
3	52	5		Emerfion de <i>Mare Humorum</i> ,
3	54	35		Fin de Schichardus.
4	0	5		Milieu de Capuanus.
4	10	51		Commencement de <i>Mare Nectaris</i> .
4	15	25		Milieu de Tycho.
4	16	55		Theophilus.
4	24	5		Milieu de Langrenus.
4	27	5		Fin de <i>Mare Nectaris</i> .
4	40	15		Snelius.
4	49	21		Fin de l'Eclipsé.

OBSERVATION

OBSERVATION

*De l'Eclipse de Lune du 2 Décembre 1713, faite
à l'Observatoire Royal.*

Par M.^{rs} MARALDI & CASSINI.

IL y a eu cette année 1713 deux Eclipses de Lune par- 6 Décembre
tiales, dont la première est arrivée le 8 Juin, la Lune étant 1713.
près de son Nœud ascendant, & la seconde a été observée le
2 Décembre, la Lune étant près de son Nœud descendant.
Dans la première, la latitude de la Lune étoit Méridionale &
son disque a été éclipsé dans sa partie Septentrionale; & dans
la seconde, la latitude de la Lune étoit Septentrionale, & son
disque a été éclipsé dans sa partie Méridionale.

Nous n'avons pas pû observer ici à Paris l'Eclipse du 8
Juin, qui, suivant nos Tables, devoit être de quatre doigts
& cinq minutes, & dont la fin devoit arriver de jour à 7^h
40' 36" du soir, un peu auparavant le coucher du Soleil;
mais elle a été observée à Bologne par M. Manfredi, qui
en a déterminé la fin à 8^h 16', & c'est la seule Observation
que nous en ayons reçûe.

Le temps a été assés favorable pour l'Observation de
l'Eclipse dernière. Nous primes dès le soir précédent, le pas-
sage de la Lune & de ses Taches par les fils de la Machine
Parallaétique, pour déterminer leur situation dans le disque
apparent, qui est sujet à quelque variation à cause de la libra-
tion de la Lune.

L'observation de l'Eclipse a été faite en deux endroits
différents de l'Observatoire, avec deux Lunettes de 8 pieds,
dont l'une avoit un Micrometre à son foyer, & l'autre
des Réticules placés à égale distance l'un de l'autre, & on

Mem. 1713.

. S f

322 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
 déterminoit en même temps l'entrée des Taches dans l'Ombre
 & leur sortie, de la manière qu'on va le rapporter.

Observation faite avec les Réticules.

A	1 ^h	57'	On commençoit déjà à voir la Penombre.
2	25	53"	Commencement de l'Eclipsé.
	30	19	La Lune étoit éclipsée d'un doigt.
	34	48	Un doigt & demi.
	36	58	L'ombre au bord de Tycho.
	38	38	L'ombre au milieu de Tycho, & au bord de <i>Mare Humorum</i> .
	40	8	Tycho est entièrement dans l'ombre.
	40	50	Deux doigts.
	49	38	L'ombre au bord de Gassendus.
	51	8	L'ombre au bord de Bulialdus.
	51	43	Trois doigts.
3	1	58	L'ombre éloignée de Grimaldus de deux de ses diametres, où elle reste pendant plusieurs minutes.
	3	0	Quatre doigts.
	5	45	L'ombre au bord de Snellius & Furne- rius.
	8	28	Snellius & Furnerius entièrement dans l'ombre.
	9	0	Quatre doigts & demi.
	10	28	L'ombre au bord de Fracastorius.
	12	38	Fracastorius entièrement dans l'ombre.
	17	8	L'ombre au bord de Petavius.
	19	18	L'ombre au milieu de Petavius.
	22	43	Cinq doigts.
	33	28	Gassendus est sorti entièrement de l'om- bre.
	34	8	L'ombre au bord de Langrenus.
	39	8	La Lune est éclipsée de 5 doigts & 9', qui est la plus grande Eclipsé.

A 3 ^h	41'	8"	Langrenus entièrement dans l'ombre.
	49	8	Bulialdus est entièrement sorti de l'ombre.
	50	48	<i>Mare Humorum</i> est entièrement hors de l'ombre.
	51	19	Cinq doigts.
	58	10	Capuanus est sorti de l'ombre.
	59	4	Quatre doigts & demi.
4	5	40	Pitatus est entièrement sorti de l'ombre.
	7	15	Quatre doigts.
	13	30	Trois doigts & demi.
	14	40	Tycho commence à sortir de l'ombre.
	17	10	Tycho est entièrement sorti.
	20	25	Trois doigts.
	24	30	Langrenus est entièrement sorti de l'ombre.
	30	40	Deux doigts.
	39	16	Petavius est entièrement sorti de l'ombre.
	40	50	Un doigt.
4	48	16	Fin de l'Eclipse.

Suivant ces Observations, le milieu de l'Eclipse est arrivé à 3^h 36' 35".

Sa durée a été de 2^h 21' 24", & sa grandeur de 5 doigts 9 minutes.

On a remarqué pendant la durée de l'Eclipse, que le Ciel étant également serain, l'ombre paroïssoit quelquefois mieux terminée dans des temps que dans d'autres.



RAPPORT DES SONS
DES
CORDES D'INSTRUMENTS DE MUSIQUE,
AUX FLECHES DES CORDES;
Et nouvelle détermination des Sons fixes.

Par M. SAUVEUR.

I. Remarques générales sur les Cordes sonores.

APRÈS avoir établi les premiers fondemens de l'Acoustique dans l'Histoire de l'Académie de 1700, & dans les Mémoires de 1701, 1702, 1707 & 1711, j'ai pris le parti d'examiner en particulier chaque corps sonore, en commençant par les cordes d'Instruments comme les plus simples. J'ai découvert des propriétés singulières, utiles non-seulement aux Mécaniques, mais encore à la Physique.

1. Pour entrer dans les propriétés des cordes sonores, il faut supposer la corde AB tendue horizontalement par un poids P après avoir passé par-dessus une poulie G . Cette corde formera par sa pesanteur une courbe ADB convexe du côté du centre de la Terre. Si on imagine une ligne droite ACB coupée également en C , & la verticale CD entre ces deux lignes, nous l'appellerons la Flèche de cette corde ADB . On peut regarder CD comme l'axe de la courbe DB , & CB comme son appliquée, ou bien si cet arc étoit celui d'un cercle, CB sera le sinus de BD , & CD son sinus verse.

2. L'expérience montre que cette corde ADB rend sensiblement le même son étant tendue par un même poids P entre deux chevalets A, B , qui gardent la même distance,

soit que l'Instrument sur lequel est tendue cette corde soit posé horizontalement ou incliné à l'horizon, ou enfin qu'il soit posé verticalement.

Figure 12.

Figure 13.

3. La seule différence des sons que cette corde rend lorsqu'elle est horizontale, avec ceux qu'elle rend étant verticale, vient du frottement de la poulie qu'on est obligé de mettre dans la première situation. Cette différence est petite, comme nous expliquerons ci-après (*art. 12.*)

Figure 13.

4. Pour mesurer la longueur de cette corde, nous nous servirons des pouces astronomiques, dont les 36 font la longueur du Pendule simple à secondes, & cette longueur est de 36 pouces $8\frac{1}{2}$ lignes du pied de Paris reformé, en sorte que leur rapport est de 52 à 51, & 40 pouces astronomiques font 40 pouces $9\frac{1}{2}$ lignes de Paris; à l'égard de l'ancien pied de Paris, la longueur du Pendule est de 36 pouces $6\frac{1}{2}$ lignes, en sorte que leur rapport est de 68 à 67.

5. Nous diviserons le pouce astronomique en 100 parties; ce n'est pas que la Flèche *CD* se trouvera dans la suite être une partie du pouce astronomique divisé en plus de 1000000 parties; le calcul donnera cette précision, l'oreille la sent, elle est 10000 fois hors de la portée de la vûe, & l'imagination s'y perd.

6. Il est indifférent de quel poids l'on se serve pour peser une longueur déterminée de corde, que nous supposons toujours de 40 pouces, pourvu qu'on sçache le rapport de son poids avec celui qui tend cette corde: Nous nous servirons de la livre du poids de Marc, qui contient 9216 ou $2^{10} \times 3^2$ grains, nous marquerons en grains le poids de 40 pouces de corde, & nous réduirons le poids qui tend cette corde aussi en grains. Voyés l'*art. 61.*

7. Je préfère la connoissance du poids d'une longueur déterminée d'une corde à celle de son diamètre; parce que 1.^o le diamètre de la plus grosse corde de métal d'un Instrument de Musique, n'est tout au plus que de $\frac{1}{3}$ de ligne, ainsi il est très-difficile, pour ne pas dire impossible, de connoître

les rapports des cordes par leurs diametres. 2.^o Il est au contraire plus juste & plus commode de connoître le poids de 40 pouces d'une corde, ou, si l'on veut, de huit fois cette longueur; puisque les plus grosses cordes de cette dernière longueur pèsent plus de 1000 grains, & les plus petites environ 40 grains. 3.^o L'on peut connoître les rapports des diametres des cordes de même matière par leur poids, puisque les diametres sont comme les racines des poids, & les poids comme les quarrés des diametres. 4.^o Il est nécessaire de connoître le rapport du poids qui tend une corde, à celui de la corde, & non pas à son diametre.

8. En tendant une corde, que je suppose toujours de métal, il ne faut pas appliquer un poids trop grand qui la casseroit; l'expérience montre qu'une corde d'acier casse étant tendue par un poids qui est environ 12000 fois plus grand que le poids de 40 pouces de cette corde, celle de cuivre jaune par un poids 9000 fois plus grand, & celle de cuivre rouge par un qui l'est 5000 fois: c'est pourquoi appellant c le nombre des grains que pèse une corde de 40 pouces, le poids ne doit pas passer $\frac{4c}{3}$ livres de poids de marc pour bander la corde d'acier, ni (c) livres pour le cuivre jaune, ni $\frac{6c}{7}$ pour le cuivre rouge.

9. Dans les expériences, il est inutile d'aller à des précisions plus grandes que celles qui nous sont marquées par les sens; ainsi on peut se contenter dans ces expériences, de marquer les sons par des eptamérides, parce que l'erreur d'une demi-eptaméride est insensible; cette erreur fait une différence de 1 sur 870 pour les longueurs des cordes, ou de 1 sur 435 pour les poids (*art. 26.*)

10. Dans les calculs on peut regler un intervalle d'un son par décamérides, puisque une décaméride qui est $\frac{1}{34}$ d'un comma est absolument insensible, l'erreur d'une demi-décaméride est de 1 sur 8700 pour la longueur des cordes, & de 1 sur 4350 pour les poids.

11. Il est vrai que si l'on multiplie une erreur, elle peut devenir sensible; mais comme l'étendue des sons sensibles ne passe pas environ douze octaves, & que les expériences se font sur les sons qui sont vers la quatrième octave, à commencer par la plus grave, il s'ensuit que la plus aiguë n'est éloignée au plus que d'environ huit octaves, dont les vibrations sont multipliées par $2^8 = 256$, de sorte, que l'erreur de 1 sur $4350 \times 256 = 1113600$ ne peut point devenir sensible par aucune multiplication dans l'Acoustique; & pour nous servir de nombres ronds, nous dirons qu'une erreur de 1 sur 2000000 ne peut point devenir sensible dans la longueur des cordes, ni de 1 sur 1000000 dans les poids.

12. Pour trouver l'erreur que peut causer dans le son, le frottement de la poulie marqué dans l'article 3, j'ai remarqué Figure 2. qu'il falloit une puissance qui fût moins du quart d'un poids pour le faire glisser sur un plan horizontal, les surfaces étant d'acier & de cuivre poli; supposant donc que le diamètre de l'effieu d'une poulie soit 1, & le diamètre de la poulie soit d , la puissance doit être $\frac{1}{4d}$ du poids qui la presse, comme la poulie est tirée horizontalement selon la direction GR , & verticalement selon GT . Tirant par le centre C de l'Effieu la ligne GS & les autres ST , SR , parallèles aux deux directions GR , GT , le poids P (p) sera au pressement de la corde contre la poulie, comme TG à GS , ou comme 5 à 7, ainsi la résistance par le frottement sera $\frac{7p}{5} \times \frac{1}{4d} = \frac{7p}{20d}$ qui est à p comme 7, est à $20d$, ce qui fait dans le son une erreur de 7 sur $40d$. Comme le diamètre de la poulie, dont je me sers, est 5,7 fois celui de son effieu, supposant $d = 57$, l'erreur causée par le frottement sera de 7 sur 2280, ou de 1 sur 326, & l'erreur dans le son sera de 1 sur 652, comme nous montrerons dans l'article 26. Cette erreur est moindre que les $\frac{2}{3}$ d'une septaméride.

II. *Que les sons des cordes d'Instruments, sont en raison reciproque de leurs Flèches.*

Figure 3. 13. Supposons les mêmes choses que dans l'article 1, & qu'ensuite l'on tire les tangentes AE , $EB(t)$ à l'arc $ADB(n)$ & les parallèles AF , BF aux deux tangentes, que l'on continuë la Flèche $CD(f)$ jusqu'aux tangentes & à ses parallèles, nous aurons la soutangente $CE(x)$ & la petite diagonale $EF(2x)$ l'appliquée $CB(y)$ soit pris une longueur (a) de cette corde, dont le poids soit appelé c ; par conséquent, le poids de la corde $ADB(n)$ sera $\frac{cn}{a}$.

14. Par les regles de mécanique, le poids $\frac{cn}{a}$ de la corde $ADB(n)$ est au poids $P(p)$ qui tend cette corde, comme la petite diagonale $EF(2x)$ est à la tangente $EB(t)$ Donc $cnt = 2apx$.

Figure 4. 15. Si l'on veut connoître la nature de la Courbe ADB par l'extrémité D de la Flèche, tirés l'horizontale HDF qui coupe la tangente BE en F , tirés la verticale FG , & DG parallèle à EB . Les mécaniques nous apprennent que le centre de gravité de la corde DB est dans la verticale FG . Supposons ensuite la verticale DK égale à l'arc DB , $(\frac{1}{2}n)$, tirés KH parallèle à EB ou à DG , soit $DH = q$.

Supposons une puissance qui tire horizontalement la corde selon la ligne DH ; par l'article précédent la puissance qui tire par DH est au poids de la corde DB ou $DK :: DF.FG :: BC(y).CE(x) :: HD(q).DK(\frac{1}{2}n)$ Donc $qx = \frac{1}{2}ny$, c'est-à-dire, que le produit de l'appliquée CB & de l'arc DB est égal au produit du demi-parametre q , & de la soutangente x . Il suit 2.^o que si l'arc $\frac{1}{2}n$ est infiniment petit, il devient égal à l'appliquée y , alors $qx = \frac{1}{2}yy$, & cet arc dégénère en celui d'une parabole $2qx = yy$, ou d'un cercle $2qx - xx = yy$, car $-xx$ est un infiniment petit du quatrième degré.

16. D'où il suit, que si DB ou $DK(\frac{1}{2}n)$ marque la longueur

longueur & le poids de la corde, DH (q) marquera la longueur & le poids de la puissance qui sera constante, & HK marquera la longueur & le poids p d'une corde dont le poids sera égal au poids P qui tend la corde DB .

17. Remarqués, 1.^o que dans toutes les Expériences que j'ai faites lorsque la corde ADB sonne le *sub-bis* PA , c'est-à-dire, le *C-Sol-Ut* du bas du Clavecin ou le son d'un tuyau d'Orgue de 8 pieds ouvert, le rapport de CE à CB est moindre que le rapport de $\frac{1}{160}$ pouce à 25 pouces, ou de 1 à 4000; & si du centre B & de l'intervalle BC l'on décrit l'arc CI , la partie EI sera moindre que $\frac{1}{8000}$ de CB qui est de 4000 parties; par conséquent, le rapport de la différence EI ($t-y$) de BE (t) à CB (y) est moindre que de 1 à 32000000, ce qui est absolument insensible par l'art. 11, & à plus forte raison, la différence de l'arc DB à CB où $n-y$ est absolument insensible.

Figure 3.

18. D'où il suit, que l'on peut prendre les trois lignes CB (y) DB ($\frac{1}{2}n$) & EB (t) l'une pour l'autre, & réduire l'égalité de l'article 14, $cnt = 2apx$ à celle-ci $\frac{1}{2}cnn = 2apx$ ou $cnn = 4apx$.

19. Remarqués, 2.^o que le centre de gravité de la demi-corde DB est dans la verticale FG . (art. 15.) Figures 4. 5.

20. Si l'on prend CM moitié de CB , la partie MG sera plus petite que le quart de EI . Figures 5. 6.

Car partageant CM & MB en parties égales, mais infiniment petites, & tirant des verticales par ces divisions qui couperont l'arc DB en parties inégales dans les points O, Q, V, S qui seront plus grandes à proportion qu'elles approchent de B ; la première DO sera égale à CL , & la dernière BS fera partie de la tangente BE , ce qui est évident; divisés également EI en K . Figure 6.

21. Si l'on regarde CB comme un Levier dont M est le milieu, pour avoir le centre de gravité N des arcs DO, BS , il faut faire cette analogie $DO + BS :: CB :: BN$; mais $DO = CL = \frac{CB}{\infty}$, & $BS = \frac{BE}{\infty}$; il s'en suit

Mem. 1713.

T t

que $CB + BE.CB::CB.BN$; prenant la moitié des antécédens $BK.BI::BM.BN$ en divisant $BK.IK::BM.MN$. Mais BM est moindre que la moitié de BK ; donc MN est moindre que $\frac{1}{2} IK$ ou que $\frac{1}{4} EI$; & par conséquent, MN est moindre que $\frac{1}{64000000}$ de BK ; & à plus forte raison de BC .

22. Puisque l'arc OQ est plus grand que DO , & VS plus petit que SB , ils approchent davantage de l'égalité; donc leur centre de gravité approche davantage de M que N . En prenant de même deux à deux les arcs également éloignés de la verticale qui passe par M , on trouvera que leurs centres de gravité approchent de plus en plus de M .

23. D'où il suit, que le centre commun de gravité G de toutes ces parties, ou de tout l'arc DB , est entre N & M , & par conséquent MG est beaucoup plus petit que MN ou que $\frac{1}{64000000}$ de MB ; donc par l'art. 11. on peut à plus forte raison négliger cette différence.

24. A cause des parallèles, $BG.BC::BF.BE::CD.CE$. Mais BG est sensiblement moitié de BC ; donc CD l'est aussi de CE , & la différence est beaucoup moindre que $\frac{1}{64000000}$ de CE ; d'où il suit que $2CD(2f) = CE(x)$ & l'égalité de l'art. 18, $cnn = 4apx$ se change en celle-ci $cnn = 8apf$; donc $f = \frac{cnn}{8ap}$ & $\sqrt{\frac{1}{f}} = \frac{\sqrt{8ap}}{n\sqrt{c}}$ d'où nous tirerons ces trois conséquences.

25. 1.^o L'expérience nous montre que les sons (S) d'une corde tendue par un même poids, sont en raison reciproque de ses longueurs, (n) c'est-à-dire, $S = \frac{1}{n}$. Supposant $\frac{\sqrt{8ap}}{\sqrt{c}} = 1$, il s'ensuit que $\sqrt{\frac{1}{f}} = \frac{1}{n} = S$.

26. 2.^o Que les sons (S) d'une corde d'une même longueur, mais tendue par des poids différens (p) sont en même raison que les racines quarrées de ces poids ou $S = 1\sqrt{p}$, supposant $\frac{\sqrt{8a}}{n\sqrt{c}} = 1$, il s'ensuit que $\sqrt{\frac{1}{f}} = 1\sqrt{p} = S$.

27. 3.^o Que les sons (S) des cordes de différens diamètres mais de même matière, de même longueur & tendues par le même poids, sont en raison reciproque des diamètres de ces cordes ou (*par l'art. 7.*) des racines quarrées des poids d'une même longueur de ces cordes, c'est-à-dire, $S = \frac{\sqrt{p}}{\sqrt{c}}$.

28. Par les expériences que j'ai faites, lorsque les cordes qui sont de différentes matières ne s'allongent point par les poids qui les tendent, les sons (S) sont aussi en raison reciproque des racines des poids de ces cordes de même longueur. Supposant $\frac{\sqrt{p}}{n} = 1$, il s'ensuit que $\frac{\sqrt{p}}{\sqrt{f}} = \sqrt{\frac{p}{f}} = S$.

29. 4.^o Qu'enfin les sons des cordes sont en raison composée directe des racines des poids qui les tendent, & renversée des longueurs des cordes & des racines des poids d'une même longueur de ces cordes, c'est-à-dire, que $S = \frac{\sqrt{p}}{n\sqrt{c}}$. Supposant $\sqrt{\frac{p}{c}} = 1$, il s'ensuit que $\frac{\sqrt{p}}{\sqrt{f}} = \frac{\sqrt{p}}{n\sqrt{c}} = S$.

30. D'où il suit, que dans tous les cas précédens les sons de toutes les cordes d'Instruments de musique sont en raison renversée des racines quarrées de leurs flèches $S = \sqrt{\frac{1}{f}}$.

31. C'est pourquoi si les flèches de différentes cordes sont égales, les sons sont les mêmes.

32. Et si les flèches sont inégales, les sons sont en raison renversée des racines de ces flèches, ce que l'expérience confirme dans toutes les cordes qui ne s'allongent point ou qui ne s'allongent que peu sensiblement.

III. *Que les Pendules simples Isochrones avec les Vibrations d'une corde sonore, sont les $\frac{4}{5}$ de la flèche de cette corde.*

33. Nous avons démontré (*art. 24.*) que la flèche CD Figure 6. (*f*) étoit moindre que la moitié de la soutengente CE (x) d'une quantité plus petite que de $\frac{1}{64000}$ de CE : mais supposant $f = \frac{1}{2} x = \frac{1}{8000}$ de CB , si $\frac{1}{2} x = 1$, alors CB

T t ij

332 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

sera de 8000 parties; & supposant que l'arc ADB soit celui d'un cercle, le rayon sera $32000000 - \frac{1}{2}$ & la soutengente CE sera $2 - \frac{1}{32000000}$ dont la moitié est $1 \frac{1}{64000000}$, ce qui donne la même différence insensible que celle que nous avons trouvée ci-dessus. Donc (*art. 15.*) on peut prendre cet arc pour celui d'un cercle, dont il contient environ $\frac{1}{2}$ minute de degré.

Figure 7. 34. Il s'agit de trouver le centre d'oscillation P d'un petit arc de cercle ADB qui se meut autour de la soutengente ACB , ou la longueur CP (p) du Pendule simple isochrone avec les vibrations de l'arc ADB . ($2a$).

35. Sur l'abscisse CH (x) soit appliqué perpendiculairement HK (y) & IL infiniment près; soit la flèche CD (f) le Pendule simple CP (p) la moitié de l'arc DB (a) la partie DK (u) les différentielles de u , x , y soient du , dx & dy .

36. Selon M. Huguens, dans sa cinquième proposition du centre d'oscillation, le centre de gravité du double de l'arc DK (u) est $\frac{fydu}{u}$ & la distance CP (p) du centre d'oscillation du double de cet arc autour de la ligne CH , est $p = \frac{fyydu}{fydu}$, ce qui s'accorde avec M. de Bernoulli dans les Mémoires de l'Académie en 1703, pag. 282.

37. D'où il suit, que si AD & DB sont deux lignes droites, dont le rapport à CD soit $\frac{m}{n}$, alors $du = \frac{m dy}{n}$ & $\frac{fyydu}{fydu} = \frac{fyydy}{fydy}$ dont l'intégrale est $p = \frac{2y}{3} = \frac{2}{3} f$ $= \frac{666667}{1000000} f$.

Figure 8. 38. Supposant ADB ($2a$) un arc de cercle, dont N soit le centre, EF le diamètre parallèle à la soutengente ACB ($2c$) soit prolongé la flèche DC & les appliquées KH , LI . (y) Soit tiré l'appliquée BT . Soit le rayon KN (r) CN , HQ , IR , BT (b) KQ . (z) alors $y = z - b$, & $yy = zz - 2bz + bb$. KM ($dz = dy$.)

39. Nous avons dit (art. 36.) que $p = \frac{f y y d u}{f y d u}$: au lieu de y & de $y y$ substituant leurs valeurs (art. 38.) l'on aura $p = \frac{f z z d u - 2 b f z d u + b b f d u}{f z d u - b f d u}$.

40. Comparant ensemble les triangles semblables NQK . KML . l'on trouvera que $NK(r) \cdot QK(z) :: KL(du) \cdot ML(dx)$ donc $z du = r dx$, & alors $p = \frac{r f z d x - 2 b r f d x + b b f d x}{r f d x - b f d u}$.

41. En intégrant, $f d x = x$, $f d u = u$, & $f z d x = NDKQ = NDK + QNK = \frac{1}{2} r u + \frac{1}{2} z x$; donc $p = \frac{\frac{1}{2} r r u + \frac{1}{2} r x z - 2 b r x + b b u}{r x - b u} = \frac{r r u + r x z - 4 b r x + 2 b b u}{2 r x - 2 b u}$.

Supposant $u = a \cdot x = c \cdot z = b \cdot p = \frac{a r r + 2 a b b - 3 b c r}{2 c r - 2 a b}$, & le rapport de p à f sera $\frac{p}{f} = \frac{a r r + 2 a b b - 3 b c r}{2 c f r - 2 a b f}$.

42. Supposant que DB soit un quart de cercle, alors $f = r$, $b = 0$, $a = 157080$, & $\frac{p}{f} = \frac{78540}{1000000}$. Si DB est un arc de $81 \frac{92}{100}$ degrés par les tables de l'Arithmétique Britannique, on trouvera que $\frac{p}{f} = \frac{79563}{1000000}$. Si DB est de $40 \frac{96}{100}$ degrés, $\frac{p}{f} = \frac{79921}{1000000}$. Si DB est de $20 \frac{48}{100}$ degrés, $\frac{p}{f} = \frac{79982}{1000000}$, ce qui approche sensiblement de $\frac{p}{f} = \frac{800000}{1000000} = \frac{4}{5}$, donc par approximation le Pendule simple (p) isochrone avec les vibrations de l'arc ABD est les $\frac{4}{5}$ de la flèche f .

43. Mais pour démontrer ce même rapport par les Infinitement petits : Dans l'égalité $\frac{p}{f} = \frac{a r r + 2 a b b - 3 b c r}{2 c f r + 2 a b f}$ supposant les quantités a, b, c, f, p variables, & r constant, les différentielles seront $da, -db, dc, db$; & $db + dp$. Et comme la différentielle de $\frac{p}{f}$ est infiniment petite, puisqu'elle se termine à une quantité

finie, il s'enfuit que la difference de l'égalité precedente sera

$$\frac{p}{f} = \frac{rrda + 2bbda - 4abdb - 3brdc + 3crdb}{2crdb + 2frdc - 2abdb + 2afdb - 2bfda}$$

44. Puisque les triangles NBC , BLM . sont semblables, alors $BL(da) \cdot BN(r) :: BM(db) \cdot BC(c) :: LM(dc) \cdot NC(b)$ de sorte que si $da = \frac{r}{\infty}$, alors $db = \frac{c}{\infty}$, $dc = \frac{b}{\infty}$, substituant ces valeurs & multipliant par ∞ , l'on aura, $\frac{p}{f} = \frac{r^3 + 2bb r - 4abc - 3bb r + 3ccr}{2ccr + 2bfr - 2abc + 2acf - 2bfr}$ ou $\frac{p}{f} = \frac{r^3 - bbr - 4abc + 3ccr}{2ccr - 2abc + 2acf} (rr = bb + cc)$
 $= \frac{4ccr - 4abc}{2ccr - 2abc + 2abf} = \frac{2cr - 2ab}{cr - ab + af} (b = r - f)$,
 donc enfin $\frac{p}{f} = \frac{2cr - 2ar + 2af}{cr - ar + 2af}$.

Figures 8. 9.

45. Il s'agit maintenant de trouver la valeur de a lors qu'il est infiniment petit. Pour cela, je prends dans le segment ADB , la distance $CG(g)$ du centre G de gravité des $ML(dc)$ (Figure VIII.) qui sera égal au segment ADB divisé par la soutendante AB , c'est-à-dire, $CG = \frac{NADBN - NACBN}{2ACB}$ ou $g = \frac{ar - bc}{2c}$ & le rapport de CD à CG est $\frac{g}{f} = \frac{ar - bc}{2cf} = \frac{ar - cr + cf}{2cf}$, la difference est $\frac{g}{f} = \frac{rda - bdc + cdb}{2cdb + 2fde} = \frac{rr - bb + cc}{2cc + 2bf} = \frac{cc}{cc + bf} (cc = 2fr - ff, bf = rf - ff)$ donc $\frac{g}{f} = \frac{2r - f}{3r - 2f} = \frac{ar - cr + cf}{2cf}$ & $a = \frac{3cr - cf}{3r - 2f}$.

46. Dans l'égalité (art. 44.) $\frac{p}{f} = \frac{2cr - 2ar + 2af}{cr - ar + 2af}$ si l'on substitue la valeur de a , l'on aura enfin $\frac{p}{f} = \frac{4r - 2f}{5r - 2f}$, & comme f est infiniment petit, alors $\frac{p}{f} = \frac{4}{5}$ & $p = \frac{4}{5}f$, c'est-à-dire, que le Pendule simple est les $\frac{4}{5}$ de la flèche.

IV. *Maniere de trouver le nombre des Vibrations qu'une corde sonore fait dans une seconde de temps.*

47. Nous avons trouvé (art. 24.) la flèche $f = \frac{cnn}{8ap}$, la longueur du Pendule simple isochrone avec les vibrations de la corde sonore (art. 46.) $p = \frac{4f}{s} = \frac{cnn}{10ap}$. appellant q la longueur d'un Pendule simple à secondes, l'on aura le rapport de ces deux Pendules $\frac{sq}{4f} = \frac{10apq}{cnn}$. Enfin appellant s le son de la corde, c'est-à-dire, le nombre des vibrations qu'elle fait dans une seconde de temps, l'on aura $f = \frac{\sqrt{sq}}{\sqrt{4f}} = \frac{\sqrt{10apq}}{\sqrt{cnn}}$, comme nous supposons toujours

$$a = 40 \text{ (art. 6.) alors } f = \frac{\sqrt{sq}}{\sqrt{4f}} = \frac{20\sqrt{pq}}{n\sqrt{c}}.$$

48. Si l'on se sert des pouces du pied de Paris, alors $q = 36 \frac{17}{24}$ (art. 4.) & $f = \frac{6774}{1000\sqrt{f}} = \frac{12117\sqrt{p}}{1000n\sqrt{c}}.$

49. *Exemple.* J'ai pris une corde blanche de Clavecin, c'est-à-dire, d'acier, dont 40 pouces (a) du pied de Paris pesoient 20 $\frac{1}{2}$ grains (c) du poids de marc, la longueur (n) entre les deux chevalets étoit de 67 pouces, & le poids (p) qui tendoit la corde estoit de 10 livres ou de 92160 grains. Cette corde sonnoit le *sub-bis PA*, ou le *C-Sol-Ut* du bas du Clavecin qui répond au tuyau d'Orgue de 8 pieds ouvert. On demande la valeur de f ou le nombre des vibrations que cette corde fait dans une seconde de temps.

Par l'article 48 l'on trouvera $f = \frac{12117\sqrt{p}}{1000n\sqrt{c}} = 121 \frac{3}{4}$ vibrations.

50. Par les expériences que j'ai faites, j'ai trouvé par calcul (art. 24.) que les flèches ($f = \frac{cnn}{8ap}$) des cordes qui sonnoient le *sub-bis PA* estoient toujours de $\frac{1}{323}$ pouces du pied de Paris, supposant donc $f = \frac{1}{323}$, alors (art. 48.) $f = \frac{6774}{1000\sqrt{f}} = 121.76$ vibrations.

51. D'où il suit que le *PA* (clef de *C-Sol-Ut*) fait 487 vibrations par seconde.

52. Dans l'Histoire de l'Academie de 1700. j'avois trouvé que le *sub-bis LO* (*LA* du bas du Clavecin) faisoit environ 101 vibrations, en sorte que le *PA* en fait environ $242\frac{2}{7}$, ce qui se trouve confirmé par plusieurs expériences en quatre jours différents dans les années 1699. 1700. & ensuite 1704. chez le sieur Deslandes très-habile Facteur d'Orgue, en présence du P. Sebastien Truchet, & de plusieurs autres, en nous servant des Tuyaux d'Orgue entre 4 & 2 pieds où nous trouvions que le *sub GA* (*MI* au-dessous de la clef *F-UT-FA*) faisoit 152 vibrations, & par conséquent *PA* (clef de *C-Sol-Ut*) faisoit $243\frac{1}{7}$.

Ces expériences faites avec beaucoup d'attention & de patience, donnent lieu aux Remarques suivantes.

53. 1.^o Qu'ayant trouvé qu'un même son faisoit avec les cordes deux fois autant de vibrations qu'avec les tuyaux; il s'ensuit qu'il faut prendre dans les cordes une allée & un retour pour une vibration du son, parce que ce n'est que l'allée qui fait impression contre l'organe de l'ouïe, & le retour n'en fait point, & dans les tuyaux d'Orgue les ondulations de l'air ne font d'impression que dans leurs allées & n'en font point dans leur retour.

54. 2.^o Comme le son fait environ 180 toises, ou 1080 pieds par seconde, il s'ensuit que les 243 vibrations du son *PA* se succèdent l'une après l'autre de la distance de $4\frac{1}{2}$ pieds, c'est-à-dire, à peu près de deux fois la longueur du tuyau *PA* qui est environ de 2 pieds, ce qui servira à connoître la nature des ondulations du son dans l'air.

55. 3.^o Cette convenance du nombre des vibrations du son déterminé par des principes très-différents, nous ôte lieu d'en douter, & en conséquence nous corrigerons les formules des articles 47. 48. en prenant les moitiés & les exprimant aussi par logarithmes.

56. Si l'on se sert de pouces Astronomiques $g = 36$.
(art. 47.)

(art. 47.) $f = \frac{3\sqrt{f}}{2\sqrt{f}} = \frac{33541}{100000f}$ ou $f = \frac{60\sqrt{p}}{n\sqrt{c}}$,
 & en logarithmes $S = 0.52558 - F. S = 1.778015 - N + \frac{P-C}{2}$.

57. Si l'on se sert de pouces du pied de Paris (art. 48.)
 $S = \frac{338695}{100000f}$ ou $S = \frac{60588\sqrt{p}}{10000n\sqrt{c}}$, & en logarithmes
 $S = 0.52981 - F$, ou $S = 1.78238 - N + \frac{P-C}{2}$.

58. Enfin, si l'on se sert de pouces de la toise ancienne de Paris, pour les expériences qui ont été faites avant l'année 1666. (art. 4.) $f = \frac{33807}{100000\sqrt{f}}$ ou $f = \frac{60475\sqrt{p}}{10000n\sqrt{c}}$,
 & en logarithmes $S = 0.52900 - F$ ou $S = 1.78158 - N + \frac{P-C}{2}$.

Les valeurs précédentes de f doivent être prises avec les précautions suivantes.

59. Il ne faut pas se servir de cordes d'intestins, de soye ou de fil, parce que leur matière est inégale & qu'elles s'allongent différemment étant tendues par différents poids, ainsi il faut prendre des cordes de métal tirées à la filière. A la vérité elles s'allongent un peu, mais celles qui m'ont paru les plus sûres, sont les cordes blanches, c'est-à-dire, celles de fer ou d'acier.

60. Le poids avec lequel on doit tendre les cordes, doit être limité (art. 8.)

61. L'erreur dans le calcul vient principalement du poids des 40. pouces de corde, mais pour diminuer cette erreur, il en faut peser 2, 4, 8, 16, 32, ou même 64 fois cette longueur de 40. pouces de corde, dont la longueur fait $\frac{4}{9}$ toises multiplié par ces nombres, par lesquels il faut aussi multiplier c .

62. En mesurant la longueur de cette corde, il faut la tendre par un poids qui soit à peu-près la moitié de celui qui la peut casser (art. 8.)

Mem. 1713.

Vu

63. Enfin, si l'on craint que la corde soit plus grosse par un bout que par l'autre, il faut se servir du milieu de celle qu'on a pesée pour en tirer le son sur l'Instrument.

V. Nouvelle détermination des sons fixes. Table des sons fixes. Construction d'un Echometre.

64. Dans l'Histoire de l'Académie de 1700. & dans les Mémoires de 1701, j'avois déterminé le son fixe par celui qui faisoit 100 vibrations par seconde, parce qu'alors étant occupé à mon système general des intervalles des sons, je ne pris ce nombre que par provision.

65. Mais faisant attention que l'étendue des sons selon l'aigu & le grave, est partagée par octaves selon la progression double, & que par les articles 49 & 52, j'ai trouvé que la Clef de *C-Sol-Ut* faisoit environ $243 \frac{1}{3}$ vibrations, j'ai fait d'abord la progression double suivante, que j'ai accompagnée des puissances de 2.

1,	2,	4,	8,	16,	32,	64,	128,	256,	512,	1024,
2. ⁰	2. ¹	2. ²	2. ³	2. ⁴	2. ⁵	2. ⁶	2. ⁷	2. ⁸	2. ⁹	2. ¹⁰
2048, 4096, 8192, 16384, 32768, 65536.										
2. ¹¹	2. ¹²	2. ¹³	2. ¹⁴	2. ¹⁵	2. ¹⁶					

66. J'ai réglé le son fondamental de chaque octave fixe & l'ordre des octaves, par les nombres & les exposants de la progression double; ainsi le son qui fait 256 (2.⁸) par seconde, est le son fondamental de la 8.^e octave fixe.

67. En divisant les nombres compris entre ceux de la progression, (comme les nombres qui sont entre 256 & 512) en 43 moyennes proportionnelles, l'on aura les sons fixes de chaque octave divisés par merides; en divisant les sons compris entre chaque meride en 7 ou 70 parties, l'on aura les sons fixes divisés par eptamerides ou décamerides.

68. Pour avoir les intervalles des sons fondamentaux de chaque octave, prenés les logarithmes de nombres de la

progression double, ou bien multipliés 3010300 par les exposants de la progression double. Ainsi l'intervalle du son fondamental 256 de la 8.^e octave fixe, est 24082400.

69. Otant les 3 ou 4 derniers chiffres de cet intervalle, l'on aura 24082 décamerides, ou 2408 eptamerides: Ces eptamerides étant divisées par 7, donneront 344 merides pour l'intervalle de la 8.^e octave fixe.

70. Aux merides de chaque octave ajoutant 1, 2, 3, 4, &c. on aura toutes les merides de cette octave. Aux eptamerides ou décamerides, ajoutant le produit de ces nombres par 7, ou 70, l'on aura les eptamerides ou décamerides de chaque octave.

71. Ayant ensuite trouvé que le nombre 256 de cette progression double approchoit le plus de $243\frac{1}{3}$ de l'article 52, j'ai pris le son qui faisoit 256 vibrations, pour le son fixe fondamental de l'octave moyenne; en sorte que les nombres suivans 512, 1024, 2048, &c. forment les sons fondamentaux de la 1.^{ere} 2.^e 3.^e octaves fixes, & les précédents 128, 64, 32, &c. de la 1.^{ere} 2.^e 3.^e sous-octaves.

72. J'appelle *PA* les sons fondamentaux de chaque octave fixe, & je désigne les autres sons de chaque octave par les noms marqués dans les Mémoires de 1701, en distinguant ceux de chaque octave par les clefs des noms.

73. Je désigne de même ces sons fixes par les notes, que j'ai marquées au même endroit.

74. A l'imitation des Facteurs d'Orgue, nous désignerons aussi le son fondamental *PA* par celui d'un tuyau d'Orgue de 2 pieds ouvert, qui rend à peu-près ce son, les *PA* des octaves en montant par ceux de 1 pied 6 pouces, & ainsi de moitié en moitié, & les *PA* des sous-octaves par 4, 8, 16, 32 pieds.

Pour rendre plus sensible tout ce que je viens de dire, & pour ôter la peine du calcul, je propose la Table générale des sons fixes suivante.

75. Cette Table contient 13 colonnes, dont les premiers

Vu ij

340 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
nombres inférieurs font ceux de la progression double
(*art. 65.*) qui marquent les sons fondamentaux de chaque
octave (*art. 66.*) Ces octaves vont depuis la 3.^e jusqu'à la
15.^e inclusivement, parce que tous les sons possibles ne passent
pas cette étendue.

76. Dans chaque colonne, il y a 43 nombres en proportion continuë, qui marquent le nombre des vibrations de tous les sons de chaque octave de meride en meride (*art. 67.*) les 13, 14, 15 octaves ont ces nombres en entier, & les autres en décimales, c'est-à-dire, en 10.^{es}, 100.^{es} & 1000.^{es}, ce qui est d'usage pour le calcul, une plus grande précision est inutile.

77. Au-dessous de ces nombres, il y a 6 rangs, le 1.^{er} marque l'ordre des octaves fixes (*art. 66.*)

Le 2.^d les décamerides, qui marquent les intervalles des sons fondamentaux *PA* de chaque octave (*art. 68. 69.*)

Le 3.^e les mêmes intervalles en merides. (*art. 69.*)

Le 4.^e les sous-octaves, & les octaves à l'égard du son fondamental de l'octave moyenne. (*art. 71.*)

Le 5.^e les Clefs des noms qui distinguent les noms des sons de chaque octave, qui sont d'ailleurs les mêmes. (*art. 72.*)

Le 6.^e la longueur des tuyaux d'Orgue qui rendent à peu-près les sons *PA* de chaque octave. (*art. 74.*)

78. A gauche de la Table, il y a 5 colonnes.

La 1.^{ere} du côté de la Table, contient les merides des sons de chaque octave.

La 2.^e les Décamerides.

La 3.^e les noms nouveaux des sons par Merides.

La 4.^e les noms anciens.

Et la 5.^e les intervalles diatoniques. Ce qui est expliqué dans les Mémoires de 1701. sect. 11.

79. Comme les cordes d'Instruments de Musique se divisent exactement en parties qui rendent les sons marqués dans la Table, mais dans un ordre renversé, je propose une regle Echometre suivante, qui est une mesure des sons des

cordes d'Instruments, laquelle suppose 1.^o qu'on se serve de

pouces Astronomiques, 2.^o que $f = \frac{60 \sqrt{p}}{n \sqrt{c}}$ (art. 56.)

3.^o que $\frac{p}{c} = 4096$, donc $f = \frac{60 \times 64}{n} = \frac{15 \times 256}{n}$.

80. Sur une regle de bois d'environ $5 \frac{1}{2}$ pieds ou seulement Figure 16. la moitié, tirés une ligne, sur laquelle prenés la partie AB de 60 pouces Astronomiques, ou de 61 pouces $2 \frac{1}{6}$ lignes du pied de Paris, divisés AB en 64 parties égales, ou plutôt en 256. Tirés une 2.^e ligne parallele à la précédente, sur laquelle prenés une partie AB de 256 parties de la précédente échelle, prenés la moitié AC , ensuite de moitié en moitié AD , AE , AF , AG , &c. Marqués sur ces divisions VI. VII. VIII. IX. X. XI. &c. octaves; & pour diviser chaque octave en 43 merides, servés-vous de la Table précédente, en prenant les nombres de la 7.^e octave, qui sont entre 128 & 256 pour diviser l'octave BC , & les nombres de la 6.^e octave pour diviser DC , & ainsi les autres à proportion: lorsque les merides sont grandes, il faut les diviser en 7 parties égales, pour marquer les septamerides.

81. Vous marquerés dans chaque octave les merides de 5 en 5 avec des nombres, & de l'autre côté les intervalles diatoniques. On pourroit ajouter sur cette regle les noms des sons, & même le nombre de leurs vibrations, mais il vaut mieux chercher ces dernières choses dans la Table.

Nous donnerons dans la suite l'usage de la Table générale des sons fixes, & de la regle Echometre.

VI. Maniere de trouver les Sons fixes.

82. Nous proposerons plusieurs manières dont les premières sont les plus simples par rapport aux machines, mais en même temps les plus composées par rapport au calcul, & les dernières sont au contraire.

83. I. Sur une planche posée verticalement soit attaché une corde à un clou A , laquelle passe par-dessus les chevaux

Figure 10. *B* & *C*, au bas de laquelle soit attaché un poids *P*; appuyés le doigt sur le chevalet *C*, & pincés cette corde entre les deux chevalets; il s'agit de trouver le son fixe de cette corde, c'est-à-dire, le nombre des vibrations qu'elle fait dans une seconde de temps, ou bien son octave fixe & son intervalle dans cette octave. Si l'on veut tirer un son plus fort de corde, il faut que le

Figure 11. chevalet *B* soit appuyé sur le corps d'un Instrument de Musique.

84. Pour trouver ce son fixe, il faut 1.^o connoître en grains le poids *c* de 40 pouces de cette corde; (*art.* 61.) 2.^o le poids *p* qui tend la corde qu'il faut réduire en grains; 3.^o la longueur *n* de la corde *BC* entre les deux chevalets en pouces & parties de pouces.

85. Si vous vous êtes servi de pouces astronomiques, on aura le son $f = \frac{60 \sqrt{p}}{n \sqrt{c}}$ ou en logarithmes $S = 1.77815$.
 $- N + \frac{P-C}{2}$. (*art.* 56.)

86. Si vous avés pris des pouces du pied de Paris, vous aurés le son $f = \frac{60588 \sqrt{p}}{1000 n \sqrt{c}}$ ou en logarithmes $S = 1$.
 $78238 - N + \frac{P-C}{2}$. (*art.* 57.)

87. Soit l'exemple de l'*art.* 49. l'on trouvera $S = 60$; 88. vibrations & en logarithmes $S = 1.78449$.

88. Dans le premier cas, $S = 60.88$. marque que ce son fait dans une seconde de temps $60 \frac{88}{100}$ vibrations, & pour sçavoir son octave, prenés le plus grand nombre 32 de l'article 65. renfermé dans 60, il vous marquera que ce son est dans la 5.^e octave fixe, & que son rapport au son fondamental de cette octave est $\frac{6088}{3200}$.

89. Mais pour connoître exactement l'intervalle de ce son, je cherche dans la table ce nombre 60.88. je trouve le plus proche 60.004. qui est à la 39.^e meride de la 5.^e octave fixe ou de la 3.^e sous-octave. J'ôte 60.004. de 60.880. le reste est 876. j'ôte aussi 60.004. du nombre suivant 60.979. de la table, le reste sera 975.

Je fais cette regle de trois, $975 \cdot 876 :: 70 \cdot 63$. ce qui marque 63 décamerides ou 6 eptamerides & 3 décamerides; de sorte que le son fixe de cette corde est à 5 octaves, 39 merides, 6 eptamerides & 3 décamerides fixes.

90. Dans le 2.^d cas $S = 1 \cdot 78449$. marque l'intervalle fixe de ce son; pour le trouver, divisez ce logarithme par 30103, vous aurez 5 octaves, & il restera 27932 ou 2793 décamerides qu'il faut diviser par 70, l'on aura 39 merides, & il restera 63 décamerides ou 6 eptamerides & 3 décamerides comme ci-dessus.

91. Ayant trouvé l'intervalle fixe de ce son, l'on sçaura son nom par la table, car cet intervalle étant 5 octaves 40 merides moins 1 eptameride, plus 3 décamerides, son nom sera en merides *subterpo* ou *subterdu*, en eptamerides *subterpon* ou *subterdun*, & en decamerides *subterponi* ou *subterduni*; le nom en merides suffit pour l'ordinaire. (*Voyez les Mém. 1701. Section. 11.*)

92. II. Pour diminuer le calcul, servés-vous de poids acoustiques qui sont en proportion double, dont le plus petit est de $\frac{1}{64}$ de 9 grains, & le plus grand de 16 ou de 32 livres, appellant le plus petit n.^o 0, & les autres de suite n.^o 1, n.^o 2, n.^o 3, &c.

Pesés une longueur de la corde dont vous voulés tirer le son, qui soit de 40 pouces Astronomiques, ou de 40 pouces $9\frac{1}{2}$ lignes du pied de Paris. Je suppose que son poids soit de celui des n.^o 7, n.^o 6, n.^o 4. j'ajoute 12 à ces n.^o j'aurai un poids composé des n.^o 19, n.^o 18 & n.^o 16, dont je me sers pour tendre la corde, alors le son $S = \frac{60 \times 64}{n} = \frac{3840}{n}$ qui se trouvera comme ci-dessus.

Pour faire cette opération avec plus de précision, prenez le poids de 8 fois la longueur précédente de la corde, mais aux n.^o de ces poids n'ajoutez que 9.

93. III. Pour ôter ce dernier calcul $S = \frac{3840}{n}$, servés-vous de la regle *Echometre* (art. 80. Fig. XVI.) appliqués le bout A

344 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
de la regle sur le chevalet *A* de la corde (Fig. X. & XI.) le
chevalet *B* marquera sur la regle l'intervalle fixe du son en
octaves, merides, &c.

94. IV. On peut encore se servir de la Machine Echometre
verticale (Fig. XIII.) ou horizontale (Fig. XIV.) qui
consiste 1.^o Dans une caisse quarrée *DEFG* sur laquelle
est attachée la corde en *A* & le chevalet fixe *B*. 2.^o Un
manche *HK* attaché à la caisse, & dont la longueur soit en-
viron de 6 pieds, on peut faire une petite machine qui ne soit
que la moitié ou le quart de la précédente. 3.^o Le long du
manche & par-dessus attachés un directeur le long duquel
on puisse faire glisser un chevalet mobile *MM*, ce directeur
doit avancer jusqu'auprès du chevalet immobile, sans neant-
moins appuyer sur la caisse. 4.^o Le long de ce directeur, il
faut marquer les divisions de la regle Echometre (*art. 80.*)
en commençant les divisions au chevalet immobile *B*, & les
continuant indéfiniment à l'autre extrémité du manche. 5.^o Le
chevalet mobile *MM* doit se mouvoir parallelement le long
du directeur *HK*, & s'arrêter où l'on voudra par le moyen
des ressorts (Fig. XV.) il doit avoir à côté une piece mou-
vante avec laquelle on puisse serrer la corde sans la tirer ni
lâcher; vis-à-vis le point où la corde est serrée, le chevalet
mobile doit marquer sur le directeur l'octave, les merides &
eptamerides du son de la corde. 6.^o Mais pour cela, il faut
tendre la corde avec les poids acoustiques. (*art. 92.*)

95. Si la machine acoustique est horizontale, il faut y
ajouter une poulie *G* sur laquelle passe la corde; cette poulie
doit être fort ronde, grande & legere, l'effieu doit être peu
gros, d'acier fort poli & tournant dans une crapaudine de
cuivre, pour diminuer le frottement autant qu'on peut.
(*Voyez art. 12.*)

96. Pour l'usage, 1.^o Pésés la corde comme dans l'article
84. 2.^o Attachés la corde au point *A*, & à l'autre bout de
la corde attachés le poids *P* trouvé comme dans l'article 84.
3.^o Mettés le chevalet mobile *MM* sur telle division de
l'Echometre

L'Echometre qu'il vous plaira. 4.^o Serrés la corde avec la pièce qui est à côté du chevalet mobile. 5.^o Pincés la corde, elle rendra un son qui sera dans l'intervalle fixe marqué par l'Echometre, ou qui fera par seconde le nombre des vibrations qui répondent dans la Table (*art. 75.*) à l'intervalle marqué par l'Echometre.

97. V. Au lieu des poids & de la machine acoustique; l'on peut se servir de la balance acoustique suivante.

98. Soient trois fléaux *EF*, *HI*, *LM*, dont les points fixes soient *E*, *H*, *L*. Les petits leviers *ED*, *HG*, *KL*, soient les 8.^{es} parties des longs leviers précédents. En *D* soit attaché la corde *DA* que l'on veut faire sonner. En *G* soit attaché l'extrémité *F* du long levier *EF*, & en *K* celui de *HI*. Figure 128

99. Dans cette disposition, il faut que les trois balances soient en équilibre, c'est-à-dire, que les fléaux soient de niveau; ensuite attachés la corde *DA* à une cheville *A*, & suspendés en *M* une longueur de 8 fois 40 pouces astronomiques de la même corde; tournés la cheville *A*, en sorte que les fléaux soient encore de niveau; mesurés avec la règle Echometre l'intervalle *BC* entre les deux chevalets; pressés la corde sur les deux chevalets, & la pincés entre ces chevalets, elle rendra le son fixe marqué par l'intervalle de l'Echometre.

VII. Usages des Sons fixes, & Remarques.

100. Dans l'Histoire de l'Académie de 1700, & dans le Mémoire de 1701 section 12, on a marqué plusieurs usages des sons fixes, nous adjoûterons les suivants.

101. Par l'article 71. le son fixe fondamental *PA* fait 256 vibrations par seconde, & le *PA* (clef de *C-Sol-Ut*) ou les deux pieds de l'Orgue dont le tuyau m'a servi à régler les sons des cordes, en fait environ $243 \frac{1}{2}$ (*art. 52.*) L'intervalle de ces deux sons est environ 3 merides, d'où je conclus que les sons de cette Orgue sont plus bas que leurs semblables sons fixes de 3 merides.

102. C'est pourquoi je dirai que cette Orgue est à la 3.^{ie}

Mem. 1713.

. XX

346 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
sous-meride, & je désignerai de même les tons de la Chapelle, de l'Opera & des autres Concerts, après en avoir fait l'expérience.

103. Si après avoir sçu le degré du ton d'un Instrument; par exemple de cette Orgue, je veux sçavoir combien un son comme *BO* (clef de *G-Re-Sol*) fait de vibrations par seconde, je chercherai *BO* dans l'octave moyenne, & en prenant 3 sous-merides, je trouverai que ce son *BO*, ou plutôt *be*, fait 365 vibrations par seconde.

104. De cette manière l'on sçaura combien de vibrations l'épiglotte fait par seconde dans chaque ton de la voix d'une personne, & combien elle en fait au moins dans son plus bas ton, & au plus dans son ton le plus aigu: de même combien le ton le plus bas d'une voix basse, & le ton le plus haut d'un haut-dessus font de vibrations: on sçaura de même le nombre des vibrations ou des fremissements de la levre, lorsqu'on siffle, ou bien lorsqu'on joue du cor ou de la trompette, & enfin le nombre des vibrations des tons de toutes sortes d'Instruments de Musique, dont nous avons donné l'étendue dans la 3.^e Planche des Mémoires de 1701, & de 1702.

105. Cette dernière remarque nous fait conclurre que comme le son le plus bas de l'Orgue qu'on puisse distinguer, est celui du tuyau de 32 ouvert, qui fait 16 vibrations par seconde, l'on peut prendre ce terme pour conclurre qu'un son qui fait moins que 16 vibrations par seconde, ne peut pas se faire entendre ou distinguer. Il est à présumer qu'on ne peut distinguer le son qui passeroit le 15.^e ordre des octaves fixes, ou qui feroit 65536 vibrations par seconde, comme feroit un tuyau de $1\frac{1}{8}$ ligne, puisque le plus petit tuyau des Orgues est plus bas de 2 octaves que celui-ci.

106. Connoissant le ton d'un corps sonore, c'est-à-dire, son degré d'aigu & de grave par le moyen d'un Monochorde monté sur le ton d'un sifflet ordinaire, ayant corrigé ce

degré (art. 103.) pour le réduire dans l'intervalle des sons fixes, l'on connoîtra le nom de ce son par l'article 91, qui sera distingué seulement par mérides. Par exemple, la grosse Cloche de Notre-Dame de Paris, appelée *Emanuel*, sonne le *sub-bis LO (LA)* ôtant 3 mérides (art. 103) son nom sera *sub-bis-le*, ainsi nous dirons que l'*Emanuel* est un *sub-bis le*.

107. En me servant du Mémoire des tons des Cloches que m'a donné M. Chastelain Chanoine Honoraire de Nôtre-Dame de Paris, conservant les noms anciens de leur ton marqués dans ce Mémoire, dont quelques-uns sont transposés, je donnerai à ces Cloches les noms suivans, après avoir corrigé la transposition & le ton selon l'article 103.

108. Les Cloches des deux Tours de Notre-Dame de Paris, sont l'*Emanuel (LA)* que je nomme *sub-bis-le*; Marie (*SI*) *sub-bis-de*; Gabrielle (*UT*) *sub-bis DO*, l'intervalle de celle-ci à la suivante est de $1\frac{1}{4}$ ton; Guillaume (*RE*) *sub-ro*; Pasquier (*MI*) *sub-go*. Thibaut (*FA*) *sub-se*; Jean (*SOL*) *sub-be*; Claude (*LA*) *sub-le*; Nicolas (*SI*) *sub-de*. Les Cloches du petit Clocher sont, Catherine (*RE*) *ro*; Magdelaine Matiphias (*MI*) *go*; Barbe (*FA*) *gu*; Anne (*SOL*) *be*.

Les Cloches de Saint Germain-des-Prés, sont, Germain (*UT*) *sub-bis-du*; Vincent (*RE*) *sub-ro*. Les Cloches de Saint Paul sont (*RE*) *sub-go* (*MI*) *sub-SO* (*FA*) *sub-be*. (*SOL*) *sub-de*. (*LA*) *PA*. De Saint Jean en Greve (*FA*) *sub-se*. (*SOL*) *sub-be*. (*LA*) *sub-le*. De Saint Victor (*RE*) *sub-go*. (*MI*) *sub SO* (*FA*) *sub-be* (*SOL*) *sub-le*. (*LA*) *PA*. (*SI*) *RA*. (*UT*) *go*. De Sainte Geneviève à Paris, & de Saint Amé à Doüay (*RE*) *sub-go*. (*MI*) *sub SO*. (*FA*) *sub-be*.

A Rome la grosse Cloche de Saint Jean de Latran (*UT*) *sub-bis*, *DO*, comme à la Cathedrale de Gand. Celle de Saint Pierre (*SI*) *sub-bis-de*, comme à Sens & à Reims.

109. Ces noms étant bien vérifiés, serviront 1.^o à servir

de termes pour regler d'autres sons fixes. 2.^o A connoître leurs accords reciproques. 3.^o Ils serviront aussi à connoître leurs poids relatifs, & même leurs poids absolus de cette manière; on dit que l'Emanuel *sub-bis-le* pèse 30000 livres, pour sçavoir le poids de la Cloche de Saint Jean de Latran *sub-bis DO*, je cherche dans la Table des sons fixes, 1.^o l'intervalle de *sub-bis-le* à *sub-bis DO*, je trouve 10 mérides. 2.^o je triple 10, j'aurai 30 merides. 3.^o je cherche dans le corps de la Table 30000, il est à peu-près la 37.^o méride de la 14.^e octave. 4.^o j'ôte 30 de 37, il restera 7. 5.^o je cherche 7 dans la 14.^e octave, je trouve 18341 qui sera à peu-près le poids de la Cloche de Saint Jean de Latran.

110. Dans l'article 106, l'on a eu le nom des corps sonores seulement par mérides, mais on peut les avoir avec plus d'exactitude, c'est-à-dire, par eptamérides, & même par décamérides selon l'article 89. L'on auroit ainsi des noms plus exacts des Cloches précédentes aussi-bien que les rapports de leurs poids, l'on pourroit ainsi nommer les voix moyennes des personnes, & le plus bas ton des Instruments.

111. L'on sçait que certains corps tremblent à l'occasion de certains sons forts, comme la table d'un Instrument à l'occasion du son de certaines cordes; de même des planches, des vases & même les entrailles d'une personne. Si l'on connoît ces sons, c'est-à-dire, leurs intervalles fixes ou leur nom, l'on connoîtra à quel nombre de vibrations par seconde ces corps sympathiques sont capables d'être ébranlés, ce qui peut contribuer à connoître leur nature.

112. Si les sons fixes étoient établis par toute la terre, & s'ils eussent été chés les Anciens, & qu'on eût donné des noms convenables aux corps sonores dans leurs différents états, l'on connoîtroit par cet endroit la différence des hommes, des animaux & des corps de différents pays, leurs changements dans les temps différents, & la différence des tons des Anciens d'avec les nôtres.

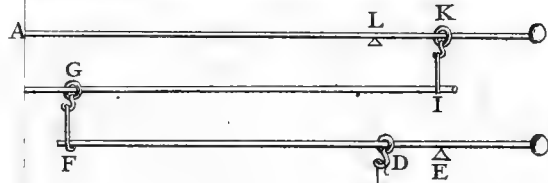
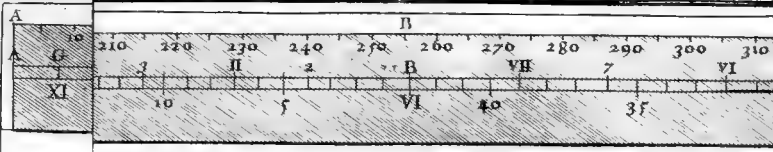


Fig. XII.



Fig. XIII.



Fig.

A.

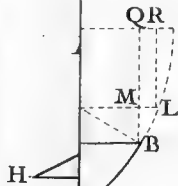
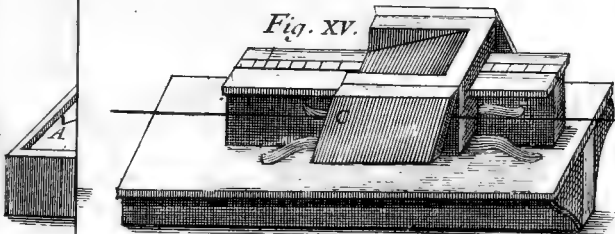
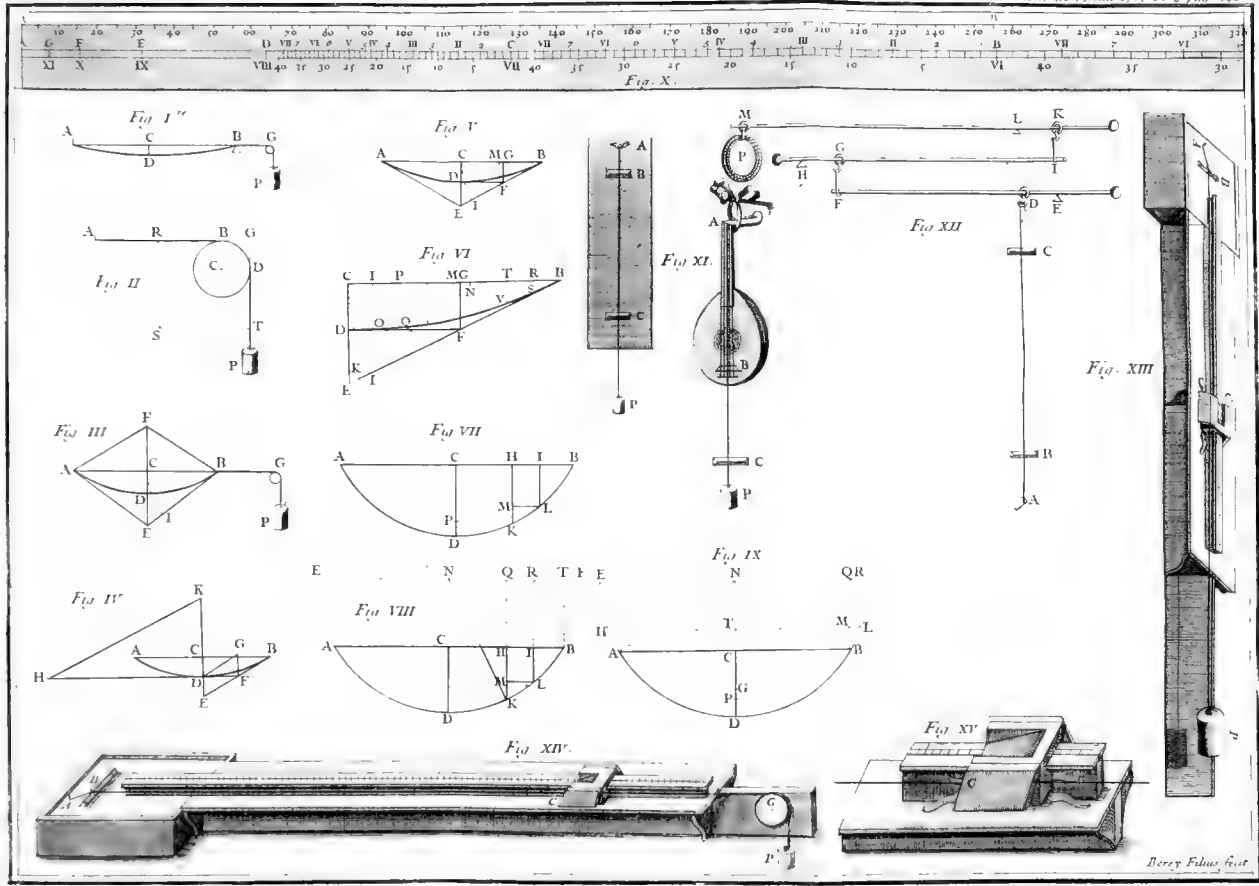


Fig. XV.





Intervalles diatoniques.	Noms Anciens	SONS FIXES					
Les sons par secondes de temps							
Les et par merides dans chaque octave . 6553							
VII	si \times	5. 3	4030. 5	8061. 0	16122. 0	32244. 0	64488. 0
	ut \flat	3. 0	3966. 1	7932. 1	15864. 2	31728. 4	63456. 8
		1. 3	3902. 6	7805. 3	15611. 6	31221. 2	62442. 4
		0. 1	3840. 2	7680. 5	15361. 0	30722. 0	61444. 0
7	SI	9. 4	3778. 8	7557. 6	15115. 2	30231. 6	60463. 2
	fi \flat	9. 2	3718. 4	7436. 8	14874. 4	29747. 8	59495. 6
		9. 5	3658. 9	7317. 9	14636. 8	29272. 6	58545. 2
VI	la \times	0. 2	3600. 4	7200. 9	14402. 0	28803. 0	57606. 0
	LA	1. 4	3542. 9	7085. 7	14171. 4	28343. 8	56687. 6
		3. 1	3486. 2	6972. 4	13945. 6	27890. 2	55779. 4
		5. 2	3430. 5	6860. 9	13722. 0	27444. 0	54888. 0
6	la \flat	7. 8	3375. 6	6751. 2	13502. 4	27005. 6	54011. 2
	la \flat	0. 8	3321. 6	6643. 3	13287. 6	26573. 2	53146. 4
		4. 3	3268. 5	6537. 0	13074. 0	26148. 0	52296. 0
V	fol \times	8. 1	3216. 2	6432. 4	12865. 6	25730. 2	51460. 4
	SOL	2. 4	3164. 8	6329. 6	12659. 2	25319. 4	50638. 8
		7. 1	3114. 2	6228. 4	12457. 6	24914. 2	49828. 4
		2. 2	3064. 4	6129. 8	12258. 0	24515. 0	49030. 0
5	fol \flat	7. 7	3015. 4	6030. 8	12062. 4	24123. 6	48247. 2
	fol \flat	3. 6	2967. 2	5934. 4	11869. 6	23738. 2	47476. 4
		9. 87	2919. 7	5839. 5	11679. 0	23358. 0	46716. 0
IV	fa \times	6. 5	2873. 1	5746. 1	11492. 2	22984. 4	45968. 8
	FA	3. 6	2827. 1	5654. 2	11308. 4	22617. 6	45234. 2
		1. 0	2781. 9	5563. 8	11128. 0	22255. 0	44510. 0
		8. 7	2739. 4	5474. 9	10950. 0	21899. 0	43798. 0
4	fa \flat	6. 8	2693. 7	5387. 3	10775. 6	21549. 2	43098. 4
	fa \flat	5. 3	2650. 6	5301. 2	10602. 4	21205. 6	42409. 2
		4. 1	2608. 2	5216. 4	10433. 6	20866. 2	41732. 4
		3. 3	2566. 5	5133. 0	10266. 0	20532. 0	41064. 0
III	MI	2. 7	2525. 5	5051. 0	10102. 0	20204. 0	40407. 0
	mi \flat	2. 5	2485. 1	4970. 1	9940. 0	19881. 0	39762. 0
		2. 7	2445. 3	4890. 7	9781. 0	19563. 0	39125. 0
II	re \times	3. 1	2406. 3	4812. 5	9625. 0	19250. 0	38500. 0
	RE	3. 9	2367. 8	4735. 5	9471. 0	18942. 0	37884. 0
		4. 9	2329. 9	4659. 8	9320. 0	18639. 0	37278. 0
		6. 3	2292. 6	4585. 3	9171. 0	18341. 0	36682. 0
2	re \flat	8. 0	2256. 0	4512. 0	9024. 0	18048. 0	36096. 0
	re \flat	0. 0	2219. 9	4439. 8	8880. 0	17759. 0	35518. 0
		2. 2	2184. 4	4368. 8	8738. 0	17475. 0	34950. 0
I	ut \times	4. 7	2149. 5	4299. 0	8598. 0	17196. 0	34392. 0
	UT	7. 6	2115. 1	4230. 2	8460. 4	16921. 6	33843. 2
		0. 6	2081. 3	4162. 6	8325. 2	16650. 4	33300. 8
		4. 0	2048. 0	4096. 0	8192. 0	16384. 0	32768. 0
ORDRE DES		10	11	12	13	14	15
Decamerides		103	33113	36124	39134	42144	45155
Merides des PA		30	473	516	559	602	645
Sous-Octaves		ctave	3.° Octave	4.° Octave	5.° Octave	6.° Octave	7.° Octave
Clefs des Noms			ter-	qua	quin-	Sex-	Sep-
Longueur des touches			3. pouces	18 lignes	9. lignes	4 $\frac{1}{2}$ lignes	2 $\frac{1}{4}$ lignes

Intervalle diatonique		Nom Ancien	Nom Romain	Decaméride	Meride	TABLE GENERALE DES SONS FIXES																								
		C'est à dire du nombre des Vibrations que font les sons par secondes de temps dans l'étendue de toutes les octaves et sous-octaves sensibles et par merides dans chaque octave . 65536																												
VII	ut	ps	2040	42	15	744	11	488	7	377	125	451	25	7	303	81	1007	59	2215	1	4030	5	8061	0	16132	0	32264	0	64528	
		pu	2550	47	15	402	10	385	6	0	970	123	919	24	38	405	70	291	51	1251	1	3066	1	7922	1	15864	2	31728	0	63456
		si	2880	49	15	245	10	450	6	0	970	123	919	24	38	405	70	291	51	1251	1	3066	1	7922	1	15864	2	31728	0	63456
		do	2710	30	15	001	10	000	6	0	0	120	007	240	01	480	03	000	00	1020	1	3840	2	7680	5	15361	0	30722	0	61444
VI	re	la	2600	38	14	701	10	522	50	044	118	088	230	18	472	35	044	71	1880	4	3778	8	7557	6	15115	0	30231	0	60461	
		si	2500	27	14	525	20	050	58	100	110	200	232	40	464	80	020	00	1850	2	3718	4	7436	8	14874	2	29747	0	59494	
		do	2520	36	14	203	28	585	57	171	114	342	225	08	457	17	014	74	1810	5	3658	9	7317	9	14636	2	29272	0	58543	
		la	2450	30	14	004	28	128	54	007	112	511	215	01	400	05	000	12	1800	2	3600	4	7200	8	14402	0	28803	0	57607	
V	mi	fa	2380	33	13	004	27	070	55	757	110	714	211	43	444	80	885	71	1771	4	3542	8	7086	7	14171	0	28343	0	56680	
		la	2310	35	13	618	27	236	54	472	108	044	217	89	475	78	871	55	1741	1	3480	2	6972	4	13945	0	27890	0	55770	
		do	2240	32	13	400	20	800	53	601	107	402	214	40	418	81	847	01	1715	2	3430	5	6860	9	13722	0	27444	0	54887	
		la	2170	31	13	186	26	372	52	744	105	488	210	08	421	06	842	00	1687	8	3375	6	6751	2	13502	0	27005	0	54010	
IV	fa	si	2100	30	12	075	25	050	51	000	103	801	207	00	415	20	840	41	1600	8	3201	0	6403	3	12807	0	25614	0	51228	
		do	2030	29	12	768	25	5352	51	071	102	141	204	28	408	56	817	13	1614	3	3208	5	6416	1	12832	0	25664	0	51328	
		la	1900	27	12	563	25	127	50	253	100	507	201	01	402	09	804	05	1608	1	3210	2	6420	4	12840	0	25680	0	51360	
		si	1800	20	12	363	24	725	40	450	98	001	197	80	305	60	791	20	1582	4	3164	8	6328	6	12656	0	25312	0	50624	
III	sol	fa	1820	26	12	164	24	330	48	060	97	319	194	04	389	28	778	55	1557	1	3114	2	6228	4	12457	0	24914	0	49828	
		do	1750	25	11	970	23	041	47	881	95	793	191	53	383	05	760	10	1532	2	3064	4	6128	8	12258	0	24515	0	49031	
		la	1680	24	11	770	23	558	47	116	94	232	188	40	376	93	753	85	1507	7	3015	4	6030	8	12062	0	24123	0	48247	
		si	1610	23	11	591	23	181	46	362	92	725	185	45	370	90	741	80	1483	6	2967	2	5934	4	11860	0	23738	0	47475	
II	la	fa	1540	22	11	405	22	811	45	621	91	242	182	48	364	97	729	93	1459	87	2919	7	5839	5	11679	0	23358	0	46710	
		si	1470	21	11	223	22	446	44	892	89	783	179	57	359	13	718	26	1436	5	2873	1	5746	1	11492	0	22984	0	45960	
		do	1400	20	11	043	22	087	44	174	88	347	176	09	353	39	706	78	1413	0	2827	1	5654	2	11308	0	22617	0	45234	
		la	1330	19	10	867	21	734	43	407	86	935	173	87	347	74	695	48	1391	0	2781	9	5561	8	11128	0	22255	0	44511	
I	fa	si	1260	18	10	692	21	386	42	772	85	545	171	09	342	18	684	36	1368	7	2739	4	5478	0	10950	0	21890	0	43790	
		do	1190	17	10	522	21	044	42	088	84	177	168	35	330	71	673	41	1348	8	2693	7	5387	3	10775	0	21440	0	43098	
		la	1120	16	10	354	20	708	41	415	82	811	165	00	311	34	623	65	1255	3	2650	6	5301	2	10602	0	21205	0	42400	
		si	1050	15	10	188	20	377	40	753	81	506	163	01	310	02	622	05	1204	1	2608	1	5216	4	10433	0	20880	0	41731	
0	mi	fa	980	14	10	025	19	051	40	101	80	203	160	41	310	81	611	62	1281	1	2566	5	5133	0	10200	0	20532	0	41064	
		si	910	13	0	805	19	730	10	460	78	020	157	84	315	08	631	36	1202	7	2525	5	5051	0	10102	0	20204	0	40407	
		do	840	12	0	642	18	383	38	767	77	633	155	07	310	11	621	27	1242	5	2485	1	4970	1	9940	0	19881	0	39761	
		la	770	11	0	552	18	104	38	108	70	417	152	83	305	07	611	33	1222	7	2445	3	4890	7	9781	0	19563	0	39125	
-1	re	fa	700	10	0	399	18	799	37	507	75	195	150	39	300	72	604	36	1203	1	2406	3	4812	5	9625	0	19250	0	38500	
		si	630	9	0	240	18	408	30	000	73	092	147	08	294	07	591	44	1183	0	2367	8	4735	0	94714	0	18942	0	37884	
		do	560	8	0	101	18	202	36	405	72	809	145	02	291	24	582	47	1164	0	2329	0	4659	8	9320	0	18630	0	37278	
		la	490	7	8	050	17	011	35	822	71	645	143	20	286	58	573	16	1146	1	2290	0	4580	0	9171	0	18341	0	36682	
-2	mi	fa	420	6	8	812	17	025	35	250	70	499	141	00	282	05	569	09	1128	0	2256	0	4512	0	9024	0	18048	0	36096	
		si	350	5	8	671	17	343	34	686	69	372	138	74	277	40	554	08	1110	0	2210	0	4420	8	8880	0	17759	0	35518	
		do	280	4	8	513	17	006	34	111	68	203	130	53	271	05	540	10	1002	2	2184	4	4368	8	8738	0	17475	0	34950	
		la	210	3	8	300	16	703	33	586	67	171	134	14	208	08	537	37	1074	7	2140	5	4280	0	8560	0	17106	0	34302	
-3	fa	si	140	2	8	202	16	524	33	048	66	097	134	10	148	10	525	78	1057	0	2115	1	4230	2	8460	0	16921	0	33841	
		do	70	1	8	130	16	260	32	520	65	040	130	08	200	10	520	32	1040	0	2081	0	4162	0	8325	0	16650	0	33300	
		la	0	0	8	000	16	000	32	000	64	000	128	00	256	00	512	00	1024	0	2048	0	4096	0	8192	0	16384	0	32768	
		si	0	0	8	000	16	000	32	000	64	000	128	00	256	00	512	00	1024	0	2048	0	4096	0	8192	0	16384	0	32768	
ORDRE DES OCTAVES FIXES						3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15												
Decamérides des FA fixes						9031	12041	15051	18062	21072	24082	27093	30103	33113	36123	39134	42144	45155												
Merides des FA fixes						120	172	215	258	301	344	387	430	473	516	559	602	645												
Sous Octaves à Octaves						8 sous oct	7 sous oct	6 sous oct	5 sous oct	4 sous oct	3 sous oct	2 sous oct	1 sous oct	1/2 sous oct	1/4 sous oct	1/8 sous oct	1/16 sous oct	1/32 sous oct												
Sous Octaves à Octaves						8 sous oct	7 sous oct	6 sous oct	5 sous oct	4 sous oct	3 sous oct	2 sous oct	1 sous oct	1/2 sous oct	1/4 sous oct	1/8 sous oct	1/16 sous oct	1/32 sous oct												
Sous Octaves à Octaves						8 sous oct	7 sous oct	6 sous oct	5 sous oct	4 sous oct	3 sous oct	2 sous oct	1 sous oct	1/2 sous oct	1/4 sous oct	1/8 sous oct	1/16 sous oct	1/32 sous oct												
Ligne des Sons						Subquin-	Subquin-	Subter-	Subter-	Sub-	Sub-	OCTAVE	1/2 Octave	1/4 Octave	1/8 Octave	1/16 Octave	1/32 Octave	1/64 Octave												
Ligne des Sons						Subquin-	Subquin-	Subter-	Subter-	Sub-	Sub-	OCTAVE	1/2 Octave	1/4 Octave	1/8 Octave	1/16 Octave	1/32 Octave	1/64 Octave												
Ligne des Sons						Subquin-	Subquin-	Subter-	Subter-	Sub-	Sub-	OCTAVE	1/2 Octave	1/4 Octave	1/8 Octave	1/16 Octave	1/32 Octave	1/64 Octave												
Ligne des Sons						Subquin-	Subquin-	Subter-	Subter-	Sub-	Sub-	OCTAVE	1/2 Octave	1/4 Octave	1/8 Octave	1/16 Octave	1/32 Octave	1/64 Octave												
Ligne des Sons						Subquin-	Subquin-	Subter-	Subter-	Sub-	Sub-	OCTAVE	1/2 Octave	1/4 Octave	1/8 Octave	1/16 Octave	1/32 Octave	1/64 Octave												
Ligne des Sons						Subquin-	Subquin-	Subter-	Subter-	Sub-	Sub-	OCTAVE	1/2 Octave	1/4 Octave	1/8 Octave	1/16 Octave	1/32 Octave	1/64 Octave												
Ligne des Sons						Subquin-	Subquin-	Subter-	Subter-	Sub-	Sub-	OCTAVE	1/2 Octave	1/4 Octave	1/8 Octave	1/16 Octave	1/32 Octave	1/64 Octave												
Ligne des Sons						Subquin-	Subquin-	Subter-	Subter-	Sub-	Sub-	OCTAVE	1/2 Octave	1/4 Octave	1/8 Octave	1/16 Octave	1/32 Octave	1/64 Octave												
Ligne des Sons						Subquin-	Subquin-	Subter-	Subter-	Sub-	Sub-	OCTAVE	1/2 Octave	1/4 Octave	1/8 Octave	1/16 Octave	1/32 Octave	1/64 Octave												
Ligne des Sons						Subquin-	Subquin-	Subter-	Subter-	Sub-	Sub-	OCTAVE	1/2 Octave	1/4 Octave	1/8 Octave	1/16 Octave	1/32 Octave	1/64 Octave												
Ligne des Sons						Subquin-	Subquin-	Subter-	Subter-	Sub-	Sub-	OCTAVE	1/2 Octave	1/4 Octave	1/8 Octave	1/16 Octave	1/32 Octave	1/64 Octave												
Ligne des Sons						Subquin-	Subquin-	Subter-	Subter-	Sub-	Sub-	OCTAVE	1/2 Octave	1/4 Octave	1/8 Octave	1/16 Octave	1/32 Octave	1/64 Octave												
Ligne des Sons						Subquin-	Subquin-	Subter-	Subter-	Sub-	Sub-	OCTAVE	1/2 Octave																	

113. Les ouvriers des Instruments de Musique, trouveront dans la regle Echometre (*art. 80*) un diapason general qui regle les tuyaux d'Orgue pour les Facteurs d'Orgue, les dimensions des Cloches pour les Fondeurs, les touches des Instruments à manche pour les Lutiers, les monochordes pour les Faiseurs de Clavecin, & les machines Echometres pour les speculatifs qui veulent sçavoir les nombres des vibrations des corps sonores, ou bien les rapports ou les intervalles des sons de toutes sortes de corps sonores.

114. Nous avons vû (*art. 56*) que $f = \frac{60 \sqrt{p}}{n \sqrt{c}}$: ce qui nous marque que n étant déterminé, le son est toujours le même de quelque grosseur qu'il soit la corde, pourvû que son poids c ait toujours le même rapport au poids p qui la tend, & l'on peut voir (*art. 8*) combien au plus on peut augmenter le poids qui tend la corde, ou (*art. 85, 86*) combien on peut augmenter le son avant que la corde casse.

115. A l'imitation de ces propriétés, l'on peut trouver par le son de quelques cordes que ce soit, à quel ton elles peuvent monter avant que de se casser.

Enfin les curieux peuvent faire des notes pour exprimer les tons des oiseaux, des animaux ou des sauvages, qui vont par petits intervalles qu'on ne peut exprimer par les notes ordinaires.

116. Je passe d'autres usages que l'on peut trouver sur le même sujet; j'ajouterai seulement deux Remarques.

La 1.^{re} est que les principes que je viens d'établir, sont de la nature des autres principes de Physique, ils servent de fondement aux expériences, qui sont quelquefois altérées par de nouvelles circonstances, comme il arrive dans la parabole pour la projection des bombes, dans la progression des nombres impairs pour l'accélération des corps pesants, & dans la cycloïde pour les Pendules.

117. La 2.^e est qu'en effet M. Marius, si connu par les Clavecins brisés & par ses autres inventions, qui a fait toutes

les expériences qui m'ont servi à établir les principes précédents, a remarqué que le son des cordes les plus grosses étant divisées de moitié en moitié par un chevalet, montoit non-seulement à la 1.^{re} à la 2.^e à la 3.^e &c. octave, mais plus haut de 1 ou de $1\frac{1}{2}$ mērides, ce qui est différent des cylindres de même grosseur, dont l'un étant la moitié & même le quart d'un autre, il produit un son qui ne monte pas à l'octave. Ces nouvelles circonstances donneront lieu à de nouvelles recherches.

Ce Mémoire ayant été imprimé depuis la mort de M.^r Sauveur, le Lecteur excusera les fautes qui pourroient s'y trouver.



MESSIEURS DE LA SOCIÉTÉ

*Royale des Sciences établie à Montpellier, ont
envoyé à l'Académie l'Ouvrage qui suit, pour
entretenir l'union intime qui doit être entre
elles, comme ne faisant qu'un seul Corps, aux
termes des Statuts accordés par le Roy au mois
de Février 1706.*

M É M O I R E

SUR LE MOUVEMENT DES INTESTINS
DANS LA PASSION ILIAQUE.

Par M. HAGUENOT.

LES expériences qu'on a faites dans ces derniers temps sur le vomissement, & qui prouvent qu'il ne dépend point de la contraction violente & antiperistaltique de l'estomac, me donnèrent occasion de réfléchir sur la mécanique du mouvement renversé & antiperistaltique des intestins, dont les Auteurs, tant anciens que modernes, font tant de cas, & qu'ils croient absolument nécessaire pour expliquer le vomissement stercoreux qui arrive dans la passion iliaque, ou *Miserere*. Après plusieurs sérieuses réflexions, je n'eus pas de peine à m'appercevoir de la fausseté de leur opinion, que je tâchai ensuite de détruire entièrement, non-seulement par des raisonnemens vraisemblables, mais encore par des faits certains & par des expériences réitérées. Mais avant de la réfuter,

je crois qu'il ne sera pas hors de propos de donner une idée de la mécanique qu'ils établissent.

Ils commencent d'abord par ce qui se passe dans l'état naturel, & supposent que les fibres de l'estomac & des intestins sont sans action dès qu'il n'y a ni chyle ni excréments, mais qu'elles se mettent en mouvement dès qu'elles y sont sollicitées par quelque corps contenu dans leur cavité; ils disent ensuite que les fibres charnues du ventricule se meuvent naturellement avec assez de force pour rétrécir la capacité de ce viscère, & par conséquent, pour chasser les matières contenues vers le duodenum; que là elles ébranlent la tunique nerveuse des intestins, & déterminent l'esprit animal par la disposition mécanique du cerveau, à couler en plus grande quantité dans les fibres longitudinales & orbiculaires de la tunique charnue, qui répondent à cette partie, lesquelles venant à se contracter, obligent les matières qui ont occasionné la contraction à descendre vers le bas, à cause de la valvule du pilore qui s'oppose à leur retour vers le ventricule. Mais ces matières ne pourront être ainsi chassées, qu'elles ne se placent sous d'autres fibres, qui se contracteront de nouveau par la même mécanique, & pousseront ce qui est sous elles vers le rectum, parce que la partie précédente de l'intestin demeure contractée pendant quelque temps, & ne lui permet pas de rebrousser chemin; & ainsi répondant successivement à différentes fibres des intestins, & les faisant contracter de haut en bas les unes après les autres, il est de toute nécessité qu'elles continuent leur chemin successivement du pilore jusqu'à l'anus, & c'est ce qu'on appelle mouvement vermiculaire ou peristaltique.

Cela étant ainsi supposé, ils raisonnent de la sorte. Le chyle & les matières fécales sont portées vers le rectum par un mouvement de haut en bas. Donc par la raison des contraires, pour que ces mêmes matières se portent de bas en haut, il faut nécessairement que le mouvement soit opposé, & que les fibres orbiculaires & longitudinales des boyaux se meuvent
de bas

de bas en haut, & c'est ce qu'ils appellent mouvement antipéristaltique, ou antivermiculaire. Cette mécanique ne diffère en aucune manière de la première, si ce n'est par rapport à la détermination du mouvement, la voici. Il faut supposer d'abord avec eux, qu'il y a toujours un obstacle dans quelque'un des intestins, mais plus souvent dans l'iléum, qui empêche les matières de descendre vers l'anús, & que le mouvement est péristaltique depuis l'estomac jusqu'à l'endroit de l'obstruction; mais lorsque les matières qui ont été poussées jusque-là, y sont parvenues, elles commencent le mouvement antipéristaltique, en occasionnant un influx d'esprits dans les fibres charnues qui sont au-dessus; car ces fibres venant à se mettre en contraction, doivent comprimer & chasser par conséquent les excréments & les matières chyleuses vers l'endroit où elles trouvent moins de résistance. Or il y en a moins au-dessus, puisque l'obstacle est insurmontable. Donc elles doivent se porter vers le haut & répondre à de nouvelles fibres; ces fibres se contracteront de nouveau, & presseront encore les excréments; ceux-ci ne pouvant passer par le bas, parce que la contraction des premières fibres n'a pas encore fini, seront obligés de toute nécessité, de remonter ainsi successivement de bas en haut jusqu'au pilore, dont ils forceront enfin la valvule, & se feront jour dans la cavité propre de l'estomac, où ils exciteront un vomissement stercoreux.

Voilà, à la vérité, une mécanique bien ingénieuse & bien prévenante. Ne semble-t-il pas qu'il n'est rien de si simple, & que cela se doit faire ainsi? Ne paroît-il pas probable que les fibres des intestins ne se meuvent qu'à l'approche des matières fécales ou chyleuses, & qu'à cause de l'obstacle, la matière étant chassée par la contraction des fibres vers la partie supérieure, cette contraction se continue en ce sens? Cela n'est-il pas soutenu par la vraisemblance du commerce des nerfs de la membrane nerveuse intestinale avec ceux qui aboutissent à la charnue? Tous les Auteurs ne tombent-ils pas

d'accord de cette vérité? Enfin le magnifique appareil de différentes fibres dont l'Auteur de la Nature a muni les intestins selon toute leur longueur, n'autorise-t-il pas cette mécanique?

Quelque simple & quelqu'aisée qu'elle me parût, je ne pouvois me résoudre à y souscrire; malgré cette apparence de vérité qui me frappoit, je soupçonnois toujours l'inaction & l'insuffisance des intestins, & sçachant qu'ils avoient à peu près la même structure que l'estomac, je conjecturois de l'expérience qui détruit le mouvement renversé de ce viscere, & que j'ai faite moi-même plusieurs fois, que les intestins n'avoient pas plus de part au retour des excréments dans la passion iliaque, qu'ils en avoient dans l'action du vomissement. Plusieurs raisons me confirmoient dans ma conjecture.

En premier lieu, je ne pouvois concevoir que les mêmes intestins fussent agités presque dans le même temps, de deux mouvements aussi contraires que sont le péristaltique & l'antipéristaltique; ce qui devoit pourtant arriver, puisque l'on avale dans cette maladie, des bouillons & autres aliments ou médicaments qui sont portés par conséquent de haut en bas par le mouvement vermiculaire, & qu'on les rejette ensuite quelque temps après par la bouche, d'une odeur puante, ce qui ne peut être causé, selon eux, que par l'antivermiculaire.

En second lieu, je ne pouvois me persuader qu'il se fit aussi deux mouvements opposés au-dessus & au-dessous de l'obstruction des intestins, l'un de bas en haut pour produire l'iléum, & l'autre de haut en bas depuis l'obstruction jusqu'à l'anus pour la sortie des excréments. Le premier de ces mouvements se déduit du vomissement stercoreux, & le second ne peut se nier, puisqu'il consiste qu'on évacue dans ces sortes de maladies par le moyen des lavements, les matières fécales qui sont au de-là de l'obstruction. J'ai remarqué aussi que les Chats & les Chiens que j'ai fait mourir du *miserere*, & qui avoient les gros intestins pleins d'excréments, les rendoient quelque temps après comme dans l'état naturel.

En troisiéme lieu, il est constant que dans les vomissements bilieux, la bile remonte du duodenum vers l'estomac, & donne la couleur jaune aux matières rejettées; mais l'on convient par l'expérience du vomissement, que dans ce cas elle peut par sa quantité, sa raréfaction, ou son acreté, distendre, picoter, ou tirailler la membrane nerveuse de l'intestin, de telle sorte qu'en conséquence de ces irritations il se fasse des contractions violentes du diaphragme, & des muscles de l'abdomen pour les chasser vers le ventricule, sans aucun mouvement antipéristaltique du duodenum. Donc les excréments peuvent aussi remonter des autres intestins sans le secours de ce mouvement.

En quatrième lieu, si les matières fécales étoient portées de bas en haut par le mouvement antivermiculaire des boyaux, peu de temps après, c'est-à-dire, dès que la matière auroit atteint l'obstruction, le vomissement stercoreux arriveroit, ce qui est contraire à l'expérience journalière. La même chose devroit se faire dans toutes les constipations, car dans ces deux cas les excréments poussés vers l'obstruction par le mouvement naturel & péristaltique, doivent par la mécanique ci-dessus exposée, y exciter le mouvement opposé, & ainsi successivement jusqu'au ventricule.

En cinquième lieu, faisant réflexion à un canal compressible, plein de liqueur, bouché à sa partie inférieure & ouvert à la supérieure, je voyois qu'il étoit indifférent de le comprimer en bas, au milieu, en haut ou en quelqu'autre endroit de sa longueur, pour en exprimer la liqueur contenue par l'ouverture; ce que je déduisois aisément de la seule continuité de la liqueur. Ainsi supposant d'un côté un embarras dans les intestins, qui ne permet pas la descente des excréments, & de l'autre deux causes mouvantes qui compriment l'intestin rempli depuis l'obstruction jusqu'à l'estomac, telles que le diaphragme & les muscles du bas ventre, je trouvois fort bien mon compte à expliquer ce symptôme sans ce prétendu mouvement.

Enfin quand même les intestins ne seroient pas tout-à-fait remplis depuis l'embarras jusqu'au ventricule, je ne me sentoïs point porté à accorder la moindre chose à ce mouvement renversé de leur tunique charnue; les contractions du diaphragme & des muscles de l'abdomen me paroïssent suffisantes, & , selon l'ordre de la saine Philosophie, je ne voulois point multiplier les êtres sans nécessité; de sorte que détrompé de cette mécanique, je tâchai d'en établir une autre plus simple que je vais rapporter en peu de mots.

Pour proceder avec ordre, je suppose d'abord trois choses incontestables tirées de la situation des parties, de leur usage & des observations de tous les Auteurs. Première supposition. Comme par l'anatomie des parties contenues dans le bas ventre, je sçai que l'estomac est situé au-devant du diaphragme, je me persuade que c'est principalement sur lui que toute sa force s'applique; car quoiqu'il pousse, en se contractant, les visceres qui sont renfermés dans la cavité de l'abdomen, & que par consequent il presse aussi les intestins, il doit bien plutôt par rapport à sa situation, & s'appliquant immédiatement sur le ventricule, le comprimer, & en faire sortir les matières contenues vers l'intestin duodenum; ainsi je regarde le diaphragme comme la force mouvante qui pousse les matières de l'estomac vers les boyaux, ou pour mieux dire, comme le pressoir du ventricule.

Seconde supposition. Comme les muscles de l'abdomen sont situés au-dessus des intestins, & qu'en se contractant ils les pressent de toutes parts, je dois aussi considerer ces muscles comme leur puissance motrice & leur pressoir: car quoyqu'ils compriment l'estomac dans le vomissement, néantmoins dans le train ordinaire de la respiration, ils ne le compriment point, ou du moins ne le compriment que très-peu, ce que chacun peut observer en lui-même. De ces deux suppositions il suit que dans le temps de l'inspiration auquel le diaphragme s'aplanit & se contracte, l'estomac étant pressé chasse ce qu'il contient vers les intestins, & qu'ensuite dans l'expiration,

les muscles du bas ventre s'appliquant immédiatement sur ces derniers, pouffent encore plus avant les matières que le diaphragme leur a renvoyées; de cette manière les aliments que nous avons pris, & le chyle qui en résulte, ne cessent jamais d'être en mouvement par ces deux pressoirs, qui, comme autant de pistons, agissent continuellement l'un au défaut de l'autre, & qui semblent alternativement se prêter la main pour chasser les parties des aliments les plus subtiles dans les veines lactées, & les plus grossières vers l'anus. Sans cette précaution de la nature, le chyle & les excréments auroient croupi dans l'estomac ou dans quelque autre endroit des boyaux, & auroient produit des inflammations d'autant plus dangereuses qu'elles nous sont cachées, & dont nous voyons quelquefois de fatales expériences.

Dernière supposition. Enfin, il faut supposer avec tous les Auteurs, dans quelqu'un des intestins, un obstacle qui ne permette pas la descente des excréments. Ces trois choses ainsi supposées, il ne sera pas difficile de rendre raison de la mécanique du vomissement qui arrive dans la passion iliaque, sans admettre le mouvement antipéristaltique.

En effet, si par quelque cause que ce soit, leur cavité est diminuée en telle sorte que les matières fécales ne puissent être portées vers le bas, il faut nécessairement que ces mêmes matières séjournent à l'endroit de l'obstruction; & comme il en arrive toujours de nouvelles, soit de la part des aliments, soit de la part des sucs ou ferments qui se séparent du sang, il faut aussi que le canal se remplisse depuis l'étranglement de l'intestin jusqu'au pilore, qu'il regorge, qu'il en soit fort distendu, & qu'enfin les deux pressoirs dont j'ai déjà parlé, agissant sur les intestins, les matières fécales soient obligées de remonter vers le ventricule où elles trouvent moins de résistance, & où elles exciteront par leur présence le vomissement stercoreux. La plénitude des intestins est prouvée par l'ordre constant des symptômes qui ont accoutumé d'accompagner cette maladie; au commencement, c'est une colique,

un grouillement, une tension du bas ventre, ensuite des rapports, des envies de vomir, le hoquet, & enfin le vomissement. Celui-ci même d'abord est pituiteux ou bilieux, parce qu'on ne rejette que les matières qui sont dans l'estomac ou le duodenum, & qui n'ont pas reçu cette dernière altération qui leur donne l'odeur de fiente; mais bien-tôt après les matières rejetées sont d'une odeur très-désagréable, & pour lors elles refluent bien avant de la cavité propre des intestins, ou à cause du séjour qu'elles y ont fait, elles sont devenues propres à exciter en nous ce sentiment fâcheux & désagréable. Je remarque outre cela que le vomissement n'arrive ordinairement que trois ou quatre jours après l'obstruction, & quelquefois même plus tard; or pendant ce temps-là les malades avalent des bouillons, prennent des remèdes, la salive & les autres ferments sont toujours fournis: Donc leurs intestins doivent regorger & se remplir entièrement. Mais quand même ils ne seroient pas tout-à-fait pleins & dilatés depuis l'embarras jusqu'à l'estomac, il suffit que le diaphragme & les muscles de l'abdomen se contractent avec assés de force pour diminuer leur diametre, ce qui ne peut être revoqué en doute, puis que tous les Anatomistes conviennent que ces mêmes muscles ne servent pas peu dans l'état naturel par leurs contractions alternatives, à chasser le chyle & les excréments.

Perfuadé par toutes ces raisons, de la fausseté du mouvement antivermiculaire des intestins, mais non pas encore pleinement convaincu, je voulus examiner si mon raisonnement s'accorderoit avec l'expérience. Pour sçavoir seulement si les intestins étoient remplis dans le *miserere*, les Cadavres faisoient bien mieux mon affaire, que les Animaux; mais outre qu'on n'a pas occasion d'en ouvrir tous les jours, il y a une si grande répugnance, quoique mal fondée, dans la plupart des familles pour ces sortes d'ouvertures, qu'on ne sçauroit par-là s'éclaircir d'aucun fait, ainsi j'eus recours aux Animaux, d'autant plus volontiers, que faisant mes

expériences lors qu'ils sont encore en vie, j'espérois pouvoir découvrir en eux plus facilement, si le mouvement étoit antipéristaltique dans le temps même du vomissement stercoreux ; & comme je sçavois que le mouvement des intestins est plus sensible dans les Chats que dans les Chiens, je préfèrai d'abord ceux-ci à tous les autres. J'eus donc une Chatte que j'attachai sur les trois heures du soir à une table, & à qui je fis une ouverture à l'abdomen selon la longueur de la ligne blanche, assés large pour pouvoir donner passage aux intestins. Je les examinai pendant quelque temps sans observer le moindre mouvement, le seul que je pûs découvrir avec ma loupe, & piquant en même temps les intestins, fut un tremoussement très-peu considérable. Mais comme ma recherche ne se terminoit pas là, & qu'il ne s'agissoit pas tant du mouvement péristaltique que de celui qui lui est opposé, je lui fis la ligature de l'iléum & recousus ensuite la playe ; je la fis manger dans le dessein de la voir vomir bien-tôt après, mais j'attendis jusqu'à sept heures du soir inutilement, puisqu'à cette heure-là elle n'avoit pas eu seulement de nausée. Je la détachai & la mis dans un sac, afin que pendant la nuit elle mangeât en liberté, & que le lendemain matin je pusse observer ce que je souhaitois ; mais le vomissement survint à je ne sçai quelle heure dans la nuit, ce que je reconnus par la seule approche qui exhaloit une odeur puante très-semblable à celle de la fiente de Chat, & par les mêmes morceaux de viande que je lui avois fait prendre sur les trois heures. Je ne pus donc être témoin de ce qui se passoit au-dedans dans le temps du vomissement ; de forte que le lendemain ayant trouvé la Chatte presque sans force, & ne pouvant faire de grands mouvements du diaphragme & des muscles de l'abdomen, je jugeai bien qu'elle n'étoit plus en état de vomir. Voyant donc que j'avois manqué mon coup, je rouvris la playe cousue, pour observer les intestins ; je les trouvai remplis depuis la ligature jusqu'au pilore. Pour ce qui est de leur mouvement, les

examinant des yeux, je n'en remarquai aucun avec la loupe, & en les piquant je ne voyois qu'un trémoussèment presque insensible, semblable à celui que j'avois auparavant remarqué.

Il fallut en venir à une seconde expérience, que je fis sur une autre Chatte, à peu-près de la même manière qu'auparavant, avec cette différence que je la fis manger beaucoup plus, & que je lui fis la ligature sur les huit heures du matin, comptant par-là de la voir vomir pendant la journée; mais je fus trompé dans ma conjecture, rien ne parut jusqu'à huit heures du soir, pas même la moindre envie de vomir; je me retirai fort mécontent, & desespérant quasi de venir à bout de ce que je cherchois. Enfin, le lendemain à sept heures du matin, l'ayant trouvée, comme dans la première expérience, sans force & hors d'état de vomir, après avoir ouvert la playe du bas ventre, je trouvai l'estomac entièrement plein & les intestins aussi fort gonflés, jusque-là que leur diamètre étoit deux fois plus grand qu'il ne doit être naturellement.

Quelque mécontent que je fusse de ces deux expériences, je ne me rebutai point; & après plusieurs réflexions sur ce qui pouvoit en empêcher la réussite, je ne doutay pas que la gêne où étoit l'animal attaché par les quatre pattes; & la trop grande quantité d'aliments que je lui avois fait prendre, n'eussent été des obstacles au vomissement. A la vérité, dans ces deux cas, les muscles de l'abdomen, ces puissances motrices si nécessaires, ne pouvant s'appliquer avec assez de force sur l'estomac, soit par le tiraillement qu'ils souffroient dans la situation gênée dont je viens de parler, soit par la trop grande distention qu'ils recevoient de la part des aliments, n'étoient point capables de produire un vomissement.

Pour éviter à l'avenir ces inconveniens, j'imaginai un endroit où je pusse enfermer un Chat, le laisser manger en liberté, l'observer sans le perdre de vûe, & le tirer quand je voudrois

voudrois pour examiner les boyaux ; je fis faire pour cet effet une espèce de Cage d'une figure à peu-près ovale, garnie tout autour de fil d'archal. Après y avoir mis de quoi boire & manger, j'y enfermai un gros Chat, à qui j'avois fait l'opération dont j'ai parlé ci-dessus : comme je l'avois fait jeûner 24 heures, il mangea & but quelque temps après, mais peu. Je pouvois observer facilement à travers la Cage jusqu'au moindre de ses mouvements, ce que je fis avec toute l'attention possible pendant 25 ou 26 heures, après lesquelles il jeta par le haut quantité de matière fluide que je reconnus à l'odeur n'être point de la fiente, & enfin deux heures après il fut attaqué du vomissement stercoreux. Je l'attachai sur le champ & lui ouvris l'abdomen, je fis sortir l'intestin iléum, qui fut fort distendu, enflammé au-dessus de la ligature, & rempli de matières fécales depuis l'endroit lié jusqu'à l'estomac ; & comme Sennert Auteur très-grave, assure que le mouvement naturel des intestins est fort obscur, mais que l'antipéristaltique est manifeste, je pris ma loupe pour tâcher de le découvrir, je piquai l'intestin bien avant avec une aiguille, avec un canif, je déchirai les membranes, tout cela inutilement ; je ne pus jamais observer le moindre mouvement, ce qui ne me surprit point, car les tuniques des intestins étoient si distendues & si enflammées, que les fibres charnues étoient assurément hors d'état de pouvoir faire leur jeu de ressort pour resserrer les intestins, je recousus la playe comme auparavant, & rennis mon Chat en Cage. Un moment après les nausées & le vomissement stercoreux recommencerent avec plus de violence que jamais, & durerent près de quatre heures. Après la mort du Chat, ayant fouillé dans le ventricule & les intestins, je trouvai deux vers *tania*, l'un dans la cavité de l'estomac, & l'autre à l'entrée du duodenum, que je remis à M. Gauteron, qui doit en donner un Mémoire à la Compagnie. Le succès que j'avois eu en faisant cette expérience, m'encouragea à la refaire sur d'autres Chats, & prenant la même précaution.

j'observai plusieurs fois tout ce que j'ai marqué cy-dessus : je tentai la même chose sur les Chiens, la réussite fut toujours égale. Je trouvai constamment les boyaux rouges, enflammés au-dessus de la ligature, fort dilatés, remplis de liqueur jusqu'au pilore & dénués de tout mouvement péristaltique ou antipéristaltique. Mais pour m'assurer encore mieux de cette dernière vérité, j'ai ouvert souvent l'intestin dans ces deux espèces d'animaux au-dessus de l'obstruction, & ayant introduit le petit doigt dans l'ouverture, je n'ai jamais senti la moindre petite compression, ni aucun mouvement intérieur de bas en haut ou de haut en bas. De plus, comme tout ce qui concerne ce prétendu mouvement antivermiculaire, me paroissoit suspect, je voulus encore m'éclaircir sur la distribution du chyle dans la passion iliaque, qui, selon l'Auteur que je viens de citer, ne se fait pas comme il faut, à cause du mouvement renversé des intestins, je fus convaincu du contraire par l'expérience suivante.

Ayant ouvert l'abdomen à un chien que j'avois fait manger environ trois heures auparavant, & auquel j'avois lié l'iléum depuis 24 heures, je vis avec plaisir le mésentère parsemé d'une infinité de petits vaisseaux laitux tout farcis de chyle, comme on l'apperoit ordinairement quand on veut découvrir ces vaisseaux. J'ai vu aussi la même chose dans ceux qui avoient déjà vomi la fiente, mais outre cela, j'ai gardé pendant un mois & demi un fort gros chien que j'avois opéré, qui pendant ce temps-là vomissoit fréquemment, quelquefois même des excréments, quoiqu'il les rendit aussi par l'anus, parce que la ligature n'avoit pas été assez serrée pour leur boucher entièrement le passage. Or ce fait ne peut pas s'expliquer sans admettre la distribution du chyle dans les veines lactées, puisque ces sortes d'animaux ne sçauroient vivre si long-temps sans aliments.

Enfin il ne sera pas permis de revoquer en doute la réplétion des intestins, si l'on fait attention au période du vomissement que j'ai remarqué varier dans les Animaux, suivant leur

différente grandeur, selon la grande ou la petite quantité d'aliments que je leur faisois prendre, & enfin suivant la situation de la ligature; par exemple, les Chats vomissent plutôt que les Chiens, parmi ceux-ci les plus petits; parmi les animaux de même grandeur ceux qui mangent le plus; & enfin, parmi ceux qui étoient à peu-près de la même grandeur, & qui avoient mangé également, ceux-là étoient plutôt attaqués du vomissement auxquels la ligature étoit plus haute.

Il ne me reste à présent que de satisfaire à deux objections qu'on a coûtume de proposer, & qui semblent en quelque manière favoriser le mouvement antipéristaltique, c'est, dit-on, qu'il consiste par les observations de plusieurs Auteurs, que les lavements & les suppositoires ont été rendus par le haut dans le *Miserere*. Je réponds premièrement pour ce qui est des lavements, qu'on peut expliquer facilement leur retour vers l'estomac, par la seule mécanique que j'ai déjà établie, en supposant un obstacle à l'anus qui empêche les matières contenues d'être mises dehors, & le canal intestinal rempli jusqu'au ventricule; car pour lors si l'on force extérieurement l'obstacle, & que l'on injecte un lavement, comme ensuite il ne peut plus sortir, & qu'il distend davantage les membranes des intestins, il faut que le diaphragme & les muscles de l'abdomen s'appliquant successivement sur eux & sur l'estomac, en tâchant de mettre dehors les parties du lavement mêlées avec les matières fécales, les fassent remonter ensemble vers le haut avec d'autant plus de facilité qu'elles ont déjà reçu cette détermination de mouvement, & que la valvule du colon se trouve ouverte & abaissée par le fluide qui en remplit la cavité.

La difficulté sera plus grande du côté des suppositoires. En effet, il semble qu'ayant leur sortie libre vers l'anus, ils doivent plutôt être chassés dehors, que d'entrer dedans le rectum, ou quoiqu'ils entrent dans le rectum, qu'ils doivent demeurer à l'endroit de l'obstruction, tant à cause de leur masse

lourde & pesante, qu'à raison de leur solidité, qui ne leur permet pas d'obéir facilement aux deux pressoirs supposés. Quoique ce fait paroisse suspect à ceux mêmes qui soutiennent le mouvement antipéristaltique, il ne sera pourtant pas mal-aisé d'en rendre raison, si l'on fait attention à ce qui se passe quelquefois dans ceux qui sont constipés, à la figure circulaire des boyaux, à leur dilatation & à leur plénitude.

On remarque dans la constipation, que si ayant déjà fait sortir des excréments endurcis, on contracte le sphincter & les releveurs de l'anus, on adjoint pour lors de nouvelles forces à la contraction du diaphragme, & des muscles du bas ventre, & on met entièrement dehors les excréments; que si au contraire on vient à relever & serrer l'anus dans le temps qu'ils sont prêts à sortir, on sent qu'ils entrent en dedans avec beaucoup de précipitation, de sorte que la même cause qui, dans le premier cas, sert à l'expulsion des excréments, les fait rentrer dans ce dernier avec beaucoup de violence, sans qu'il soit besoin d'aucun mouvement antivermiculaire du rectum; cela se déduit aisément de la différente manière dont s'applique le sphincter sur les excréments endurcis, si c'est sur l'extrémité inférieure, il faut nécessairement qu'ils entrent en dedans, si c'est sur la supérieure, ils devront être poussés dehors à peu-près comme nous chassons un corps glissant contenu dans la main, tantôt par un bout, tantôt par l'autre, suivant la différente manière dont s'applique sur sa surface le mouvement de nos doigts. Dans la passion iliaque, le suppositoire est quasi tout-à-fait introduit dans la cavité de l'intestin rectum. Donc toute la force du sphincter doit faire son effort sur son extrémité inférieure, & en même temps les releveurs venant à agir, devront le chasser vers le haut; mais comme l'intestin rectum est enflammé, & par conséquent plus sensible que dans l'état naturel, les irritations seront aussi plus grandes, les influx d'esprits plus abondants; & enfin,

les contractions du sphincter & des releveurs de l'anüs plus violentes. Donc le fil auquel le suppositoire est attaché, se rompra, comme le rapporte Mathæus de *Gradibus*, & le suppositoire sera porté bien avant dans le rectum, & jusqu'au commencement du colon; delà il poursuivra sa route vers le cæcum, tant à cause de la détermination du mouvement qu'il conserve encore dans cet intestin, que parce que le conduit intestinal se trouve fort dilaté par la grande quantité de matières fluides, au milieu desquelles il glisse avec beaucoup de facilité. La gravité du suppositoire ne doit point être un obstacle à son retour, puisque les intestins sont plusieurs circonvolutions dans l'abdomen; d'où il suit que tantôt il monte contre son propre poids, tantôt il tombe par ce même poids vers le ventricule, ainsi il paroît indifférent pour le faire monter ou descendre. Au surplus, comme il consiste en Physique que les corps reçoivent du mouvement par rapport à leur masse, & que les suppositoires en ont beaucoup, ils doivent aussi recevoir une plus grande quantité de mouvement par les contractions des muscles du bas ventre; de sorte que leur solidité & leur masse semblent favoriser leur passage, bien loin de s'y opposer. Enfin il passera du colon dans l'iléum par une détermination perpendiculaire, nonobstant le sac du cæcum horizontal, si nous supposons que ce cul-de-sac est comblé, & que la valvule du colon est ouverte par la quantité du fluide dont les intestins sont remplis, comme je l'ai dit ci-dessus.

Mais si par les raisons que je viens de rapporter, l'on cesse d'accuser l'estomac & les intestins de tant de maux qu'ils produisoient, combien doivent craindre ces restaurateurs d'un ancien système, pour tous les bons effets qu'ils leur attribuent? Ils sont, disent-ils, les auteurs de la digestion, c'est par la force extraordinaire de leurs fibres qu'ils opèrent ce grand ouvrage, c'est l'estomac d'abord qui par les secousses continuelles & violentes divise, atténue & brise les aliments en des molécules très-subtiles, qui ensuite acquièrent la dernière dissolution &

perfection dans les intestins, par la contraction rétrécie de sa tunique musculieuse. Cette opinion paroît fort vraisemblable du premier coup d'œil, & a de fort anciens privilèges, elle pèche pourtant par une trop grande crédulité pour les anciens Auteurs qui l'avoient autrefois enseignée, & par un défaut d'attention sur ceux qui l'avoient renouvelée dans ce dernier

* M. Astruc.

siècle: ce qu'un Académicien * de cette Société a prouvé dans une Assemblée publique, en démontrant la fausseté du calcul exorbitant de Pitcarnius; mais après tout, je ne doute point que s'ils veulent jeter les yeux sur ces viscères dans les Animaux vivants, sans qu'il soit besoin d'aucune démonstration géométrique, ils ne se détrompent de leur préjugé, & ne reviennent d'une erreur d'autant plus préjudiciable qu'elle se présente à eux sous un beau dehors, & avec une apparence de vérité presque sensible.

F I N.



